

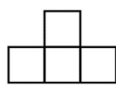
Трета Мала Македонска Олимпијада 2024

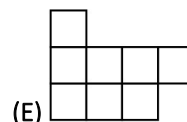
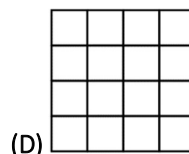
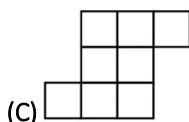
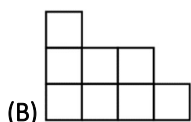
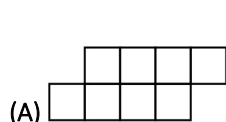
Скопје, Машински факултетт, 15.09.2024 година

Трето одделение

Секоја од задачите од 1-4 носи по 4 поени. Секоја од задачите од 5-8 носи 5 поени. Време за работа 1 час и 30 минути. Не е дозволена употреба на било какви помагала, освен дигитрон и пенкало.

Задачи

1. Кој од следните цртежи не може да се направи со користење на фигури од облик  ?



Решение.//Очигледно е дека фигурите од А до D може да ги направи. Тоа може да се види од предложените цртежи.



Единствено не може да се направи фигурата по Е. На следните три цртежи имаме една фигура со која сакаме да направиме препокривање, на секој цртеж:



Од поставувањето на една фигура јасно е дека втора фигура не може да се постави. Значи, точен е одговорот под Е).

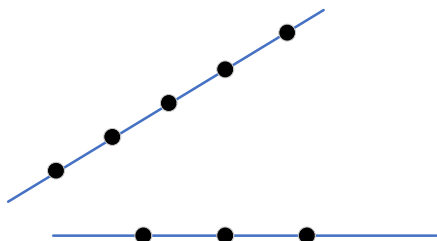
2. На почетокот и на крајот на една алеја е засадена по една бреза, а помеѓу нив се засадени 7 костени (алеја означува дека се засадени во една линија). Растојанието меѓу било кои две засадени дрва е исто. Колку метри е должината на алејата, ако растојанието меѓу првиот засаден костен и последниот засаден костен е 42 метри?

A)48 B)54 C)56 D)58 E)63

Решение.//Јасно е дека помеѓу два костени имаме 6 позиции. Според тоа тие 6 позиции заземаат 42 метри. Според тоа, растојание меѓу два соседни костени е 7 метри. Бидејќи костените се дрва, добиваме дека растојанието меѓу било кои две дрва е 7 метри. Вкупниот број на дрва е еднаков на 9. Вкупно меѓу нив има 8 позиции кои се растојанија меѓу две дрва. Според тоа, вкупната должина на алејата е

$$8 \cdot 7 = 56 \text{ метри.}$$

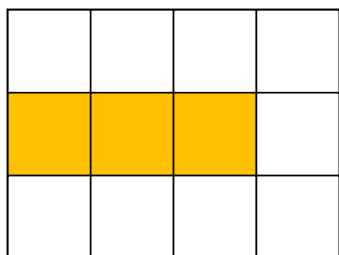
Точен е одговорот под C).



3, Дадени се две различни прави. На едната права се означени 5 точки, а на другата права се означени 3 точки(пресечна точка на двете прави не е во осумте избрани точки; види цртеж). Колку различни триаголници може да се образуваат со темиња во означените точки?

- A)15 B)27 C)30 D)36 E)45

Решение.//Нека правата која има пет означени точки ја означиме со p , а другата со q . Точките од правата q ќе ги означиме со 1,2,3. Со секоја точка од правата p се определени три триаголници. Ако A е точката од правата p , тогаш тоа се триаголниците $\triangle A12, \triangle A13, \triangle A23$. Бидејќи правата p има 5 точки, добиваме дека има вкупно 15 триаголници. Точен е одговорот под А).



4. Правоаголникот на цртежот е поделен на 12 квадрати. Да се определи неговиот периметар, ако периметарот на помалиот затемнет правоаголник е 48 cm(види цртеж).

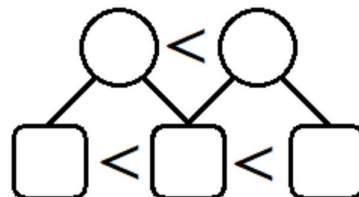
- A)64 cm B)72 cm C)80 cm D) 84 cm E) 96 cm

Решение.//Ако x е должината на страната на помалиот квадрат, тогаш затемнетиот правоаголник има $x + 3x + x + 3x = 8x$ cm. Според тоа, $8x = 48$, односно $x = 6$ cm. Според тоа, периметарот на големиот правоаголник е

$$L = 3x + 4x + 3x + 4x = 14x = 14 \cdot 6 = 84 \text{ cm}.$$

Значи, точен е одговорот под D).

5. Горјан поставил пет различни броеви од броевите 1,2,3,4,5,6 во двете кругчиња и трите квадратчиња, при што мора да се задоволени знаците за помало и поголемо(види цртеж). При тоа збирот на броевите во кругчињата да е еднаков со збирот на броевите во квадратчињата. На колку начини тоа може да се направи?



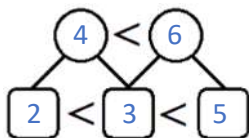
- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

Решение.//Броевите 1,2,3,4,5 и 6 треба да формираат две групи на броеви(без да се употребени сите броеви). Во едната група треба да има 3 бројки а во другата група мора да има три броја. При тоа збирот на броевите во едната група да е ист со збирот на броевите од другата група. При тоа такви можности се

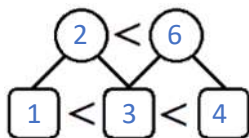
- a) {6,4} и {5,3,2}
b) {6,2} и {4,3,1}
c) {5,4} и {6,2,1}

Други можности нема. Значи има три такви можности.

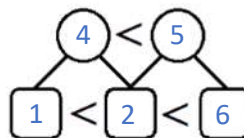
Тие распореди се:



a)



b)



c)

Точен е одговорот под C).

6. Во дадениот ребус, со исти букви се означени исти цифри, а со различни букви се означени различни цифри. Која е најголемата вредност на двцифрениот број РУ.

$$K \cdot E + H + H = PY$$

A)55

B)60

C)65

D)70

E)75

Решение.//Најголема вредност на PY ќе добиеме ако K и E, како и H имаат најголема вредност.

а)Ако $K=9$, $E=8$, $H=7$ добиваме број

$$K \cdot E + H + H = 9 \cdot 8 + 7 + 7 = 72 + 14 = 86,$$

Што не е можно, бидејќи бројот 8 веќе го употребивме.

б) Ако $K=9$, $E=7$, $H=8$ добиваме број

$$K \cdot E + H + H = 9 \cdot 7 + 8 + 8 = 63 + 16 = 79$$

Што не можно, бидејќи броевите 7 и 9 веќе ги употребивме.

б)Ако $K=9$, $E=6$, $H=8$ добиваме број

$$K \cdot E + H + H = 9 \cdot 6 + 8 + 8 = 54 + 16 = 70$$

Што е можно, бидејќи броевите 7 и 0 не се употребени.

Значи, најголема вредност на зборчето PY е 70. Точен е одговорот под D).

7. Таџи имал три лампи(сијалици). Тие биле поставен во темињата на еден триаголник. Ако на едната од нив Таџи и ја менува состојбата(ако е запалена ја гасни или ако е изгасната ја пали), тогаш другите две соседни ја менуваат својата состојба(ако некоја од нив била запалена се гасни а ако била изгасната се пали). На почеток Таџи имал состојба во која најмалку една сијалица е запалена и најмалку една сијалица е изгасната. После колку промени на состојбите на сијалиците сите сијалици ќе бидат изгаснати?

A)1

B)2

C)3

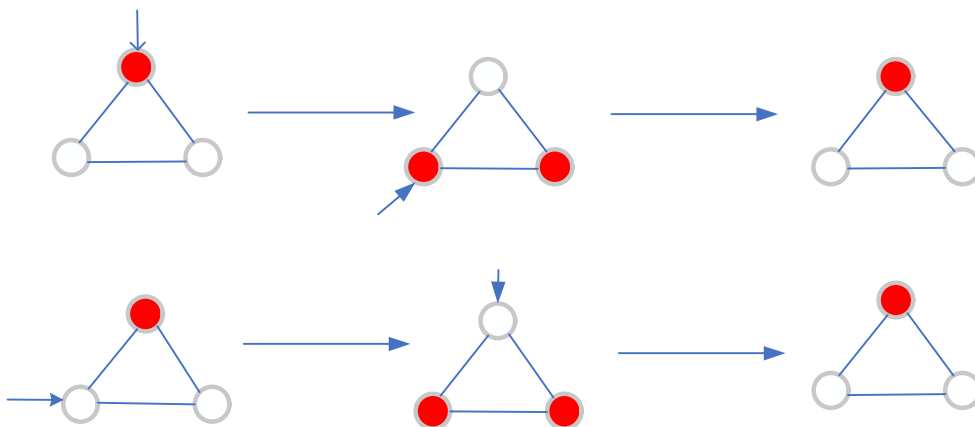
D)4

E)никогаш сијалиците нема да се изгаснати

Решение.//Сијалиците можеме да ги третираме како темиња на триаголник. При тоа една е запален а една е изгасната. Со третата сијалица имаме две варијанти:

а) Третата сијалица е запалена. Значи имаме две запалени и една изгасната сијалица. Ако ја пали изгаснатата сијалица ќе имаме една запалена и две изгаснати сијалици. Тоа е случајот под б). Ако гасиме една од запалените сијалици, тогаш ќе имаме две изгаснати и една запалена сијалица. Значи и во двата подлучаи добиваме иста ситуација на сијалиците.

б) Третата сијалица е изгасната. Значи имаме две изгаснати и една запалена сијалица. Ако палиме една од изгаснатите сијалици, добиваме ситуација да имаме две запалени и една изгасната сијалица. Ако запалената сијалица ја гасиме, тогаш ќе имаме една изгасната и две запалени сијалици. Значи како и да постапиме, добиваме случај како и под а). Сијалиците не може да се изгаснат.



Бидејќи и во двата случаи немаме изгаснати сијалици, сите сијалици не може никогаш да се изгаснат. Точен е одговорот под E).

8. Броевите 1, 5, 8, 9, 10, 12 и 15 се распоредени во групи. Во секоја група има најмалку по еден или повеќе броеви. Збирот на броевите во секоја група е ист. Кој е најголемиот број на групи?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решение.//Вкупниот збир на броевите 1,5,8,9,12 и 15 е 60. Делители на бројот 60 се 2,3,4,5,6,10,12,15, 20,30. Секако дека бројот на групи не може да е 30,20,15,12 и 10. Бројот на групи не може да е 6, бидејќи во секоја група би требало да има барем еден број. Бројот 15 не може сам да формира група, бидејќи зборот на броевите во групата мора да е 10.

Бројот на групи не може да е 5, бидејќи бројот 15 не може да формира група, исто како и бројот 12 што не може да формира група.

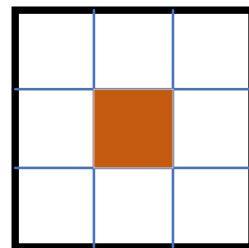
Бројот на групи не може да е 4. Тогаш збирот на броевите во секоја група мора да е 15. Збирот на два броја од броевите 1,5,8,9,10 и 12 е 15, ако ги избереме броевите 5 и 10. Но броевите 1,8,9 и 12 не може да се поделат во две групи во кои збирот на броевите е 15.. Според тоа, бројот на делбени групи е помал од 4.

Бројот на делбени групи може да биде 3. Во првата група би биле броевите 15 и 5, во втората група би биле броевите 12 и 8, а во третата група би биле броевите 1, 9 и 10. Збирот на броевите во секоја од овие групи би била 20.

Наградна задача

9. Распоредете ги цифрите од 1 до 8 во единечните квадратчиња на квадратната 3x3 шема. При тоа во средното квадратче не смее да има запишан број. Збирот на цифрите во првата колона, збирот на цифрите во третата колона, збирот на цифрите во првата редица и збирот на цифрите во третата редица треба да е ист. Колку изнесува тој збир ако тој е најголем?

A)13 B)14 C)15 D)16 E)задачата нема смисла



Решение.//Еден распоред на цифрите од 1 до 8 во полињата при што бараниот збир е 12 е даден на цртежот лево. Втор распоред во кој збирот на цифрите е 14 е даден на цртежот десно.