

Трета Мала Македонска Олимпијада 2024

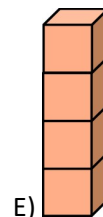
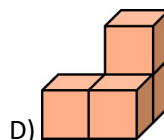
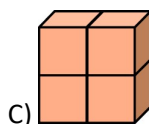
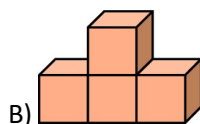
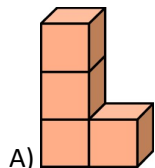
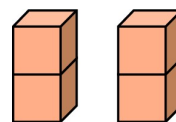
Скопје, Машински факултетт, 15.09.2024 година

Второ одделение

Секоја од задачите од 1-4 носи по 4 поени. Секоја од задачите од 5-8 носи 5 поени. Време за работа 1 час и 30 минути. Не е дозволена употреба на било какви помагала, освен дигитрон и пенкало.

Задачи

1. Дон имал две цигли како што е прикажано на цртежот десно. Која фигура од дадените фигури тој не може да ја направи?



Решение.//Јасно е дека фигурите A,C,D и E може да се направат од дадените цигли. Единствено фигурата B не може да се направи од две цигли. Ако било како избереме две коцки кои прават цигла, другите две коцки не може да прават цигла. Значи точен е одговорот под B).

2. На почетокот и на крајот на една алеја е засадена по една бреза, а помеѓу нив се засадени 7 костени (алеја е една линија во која тие се засадени). Растојанието меѓу било кои две засадени дрва е исто. Колку метри е должината на алејата, ако растојанието меѓу првиот засаден костен и последниот засаден костен е 42 метри?

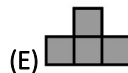
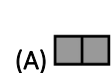
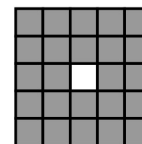
A)48 B)54 C)56 D)58 E)63

Решение.//Јасно е дека помеѓу два костени имаме 6 позиции. Според тоа тие 6 позиции заземаат 42 метри. Според тоа, растојание меѓу два соседни костени е 7 метри. Бидејќи костените се дрва, добиваме дека растојанието меѓу било кои две дрва е 7 метри. Вкупниот број на дрва е еднаков на 9. Вкупно меѓу нив има 8 позиции кои се растојанија меѓу две дрва. Според тоа, вкупната должина на алејата е

$$8 \cdot 7 = 56 \text{ метри.}$$

Точен е одговорот под C).

3. Централното квадратче од квадратната 5x5 шема е отстрането. Остатокот од квадратот (види цртеж), го сечеме на еднакви парчиња. На кое од посочените парчиња тоа не може да се направи?



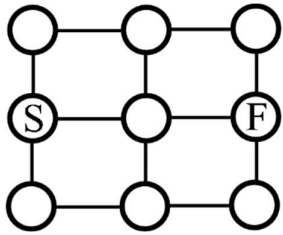
Решение.//Непосредно може да се види дека посочената фигура може да се раздели на 12 парчиња од видот A), или 8 парчиња од видот B), или 8 парчиња од типот C), или 6 парчиња од типот D). Единствено не може да се раздели на парчења од типот E).

Значи, точен е одговорот под E).

4. Во едно семејство има 5 деца. При тоа, Кити е 2 години постара од Бети, но 2 години е помлада од Дени. Теди е 3 години постар од Ени. Бети и Ени се близначки. Кое дете е најстаро?

A)Кити B)Бети C)Дени D)Ени E)Теди

Решение.//Ако Кити има x години, тогаш Бети има $x-2$ години а Дени има $x+2$ години. Јасно е дека Бидејќи Ени и Бети се близначки, добиваме дека Ени има $x-2$ години. Но тогаш Теди ќе има $(x-2)+3=x+1$ година. Конечно, најстара е Дени. Точен е одговорот под С).

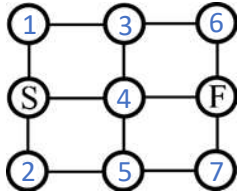


5. Кенгурчето Опа-Опа, при секое скокање скока од даден круг до круг кој е поврзан со отсечка од кругот од кој скока. Почнува да скока од кругот S. На колку различни начини, со точно 4 скока, може да стигне до кругот F?

- A)3 B)4 C)5 D)6 E)7

Решение.//Кенгурчето може да прескокне една позиција нагоре, една позиција надолу или една позиција право. Значи, или во полето 1 или во полето 2 или во полето

4. Од било кое од тие полиња може на два начини да пристапи до полето F, а тоа да биде во четири скока. При тоа патиштата се



S136F

S134F

S436F

S457F

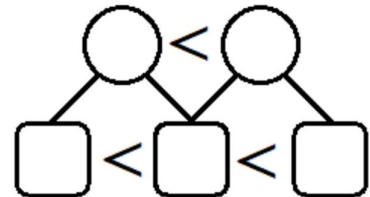
S257F

S254F

Значи, во четири скока кенгурчето може од S до F да пристигне на 6 различни начини. Точен е одговорот под D).

6.Горјан поставил пет различни броеви од броевите 1,2,3,4,5,6 во двете кругчиња и трите квадратчиња, при што мора да се задоволени знаците за помало и поголемо(види цртеж). При тоа збирот на броевите во кругчињата да е еднаков со збирот на броевите во квадратчињата. На колку начини тоа може да се направи?

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)5



Решение.//Броевите 1,2,3,4,5 и 6 треба да формираат две групи на броеви(без да се употребени сите броеви). Во едната група треба да има 3 бројки а во другата група мора да има три броја. При тоа збирот на броевите во едната група да е ист со збирот на броевите од другата група. При тоа такви можности се

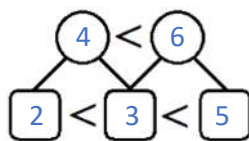
a) {6,4} и {5,3,2}

b){6,2} и {4,3,1}

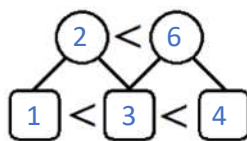
c){5,4} и {6,2,1}

Други можности нема. Значи има три такви можности.

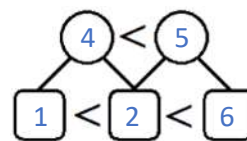
Тие распореди се:



a)



b)

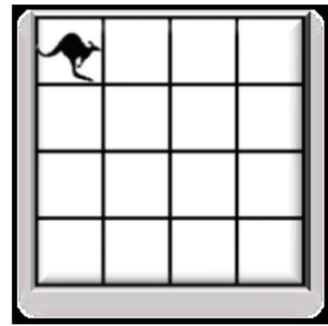


c)

Точен е одговорот под C).

7. Кенгурчето Сики е во горното лево квадратче од квадратната 4x4 шема(види цртеж). Тоа може да скокне само надесно или само надолу во квадратче кое има заедничка страна(раб) со квадратчето во кое се наоѓа пред скокот. По колку различни патишта може Сики да стигне до најдолното десно квадратче, ако не прави три последователно скокови во ист правец(три пати да скока надолу или три пати да скока надесно)?

- A)12 B)13 C)14 D)15 E)повеќе од 15 пати



Решение.//Ќе нацртаме квадратна шема, како што е дадено на цртежот лево.

Практично Сики треба да прескокне од полето 1, означено со жолта боја и означено со број 1, до полето 16 кое е најдолу десно означено со број 16 и обоено со зелено. Како што е кажано во условот на задачата, кенгурчето Сики може да скока само на десно или надолу. Не може да скока налево и нагоре. При тоа Сики може да ги направи следните патишта:

Прва патека	1,2,3,7,11,12,16
Втора патека	1,2,3,7,11,15,16
Трета патека	1,2,3,7,8,12,16
Четврта патека	1,2,6,7,8,12,16
Петта патека	1,2,6,7,11,15,16
Шеста патека	1,2,6,7,11,12,16
Седма патека	1,2,6,10,11,12,16
Осма патека	1,2,6,,10,11,15,16
Деветта патека	1,5,6,7,11,12,16
Десетта патека	1,5,6,7,11,15,16
Единаесетта патека	1,5,9,10,14,15,16
Двенаесетта патека	1,5,9,10,11,,12,16
Тринаесетта патека	1,5,9,10,11,15,16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

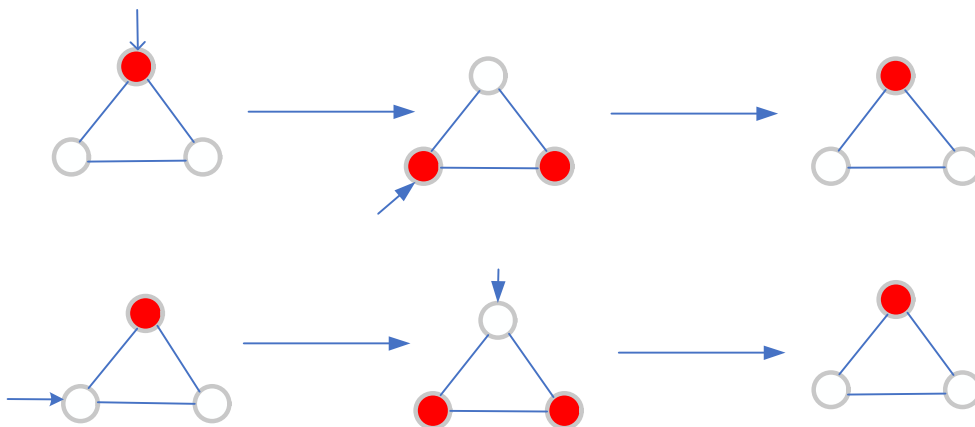
8. Таџи имал три лампи(сијалици). Тие биле поставен во темињата на еден триаголник. Ако на едната од нив Таџи и ја менува состојбата(ако е запалена ја гасни или ако е изгасната ја пали), тогаш другите две соседни ја менуваат својата состојба(ако некоја од нив била запалена се гасни а ако била изгасната се пали). На почеток Таџи имал состојба во која најмалку една сијалица е запалена и најмалку една сијалица е изгасната. После колку промени на состојбите на сијалиците сите сијалици ќе бидат изгаснати?

- A)1 B)2 C)3 D)4 E)никогаш сијалиците нема да се изгаснати

Решение.//Сијалиците можеме да ги третираме како темиња на триаголник. При тоа една е запален а една е изгасната. Со третата сијалица имаме две варијанти:

а) Третата сијалица е запалена. Значи имаме две запалени и една изгасната сијалица. Ако ја пали изгаснатата сијалица ќе имаме една запалена и две изгаснати сијалици. Тоа е случајот под б). Ако гасиме една од запалените сијалици, тогаш ќе имаме две изгаснати и една запалена сијалица. Значи и во двата подслучаи добиваме иста ситуација на сијалиците.

б) Третата сијалица е изгасната. Значи имаме две изгаснати и една запалена сијалица. Ако палиме една од изгаснатите сијалици, добиваме ситуација да имаме две запалени и една изгасната сијалица. Ако запалената сијалица ја гасиме, тогаш ќе имаме една изгасната и две запалени сијалици. Значи како и да постапиме, добиваме случај како и под а). Сијалиците не може да се изгаснат.



Бидејќи и во двата случаи немаме изгаснати сијалици, сите сијалици не може никогаш да се изгаснат. Точен е одговорот под Е).

9. На девет различни карти се запишани броеви од 1 до 9. Мики извлекол три карти од нив и го пресметал збирот на запишаните броеви на нив. После тоа една од картите ја вратил назад и на нејзино место извлекол друга карта. Одново го пресметал збирот на броевите на новите три карти, и заклучил дека тој е за 8 поголем од првиот збир. Кој најголем збир на броевите може да биде на картите од првото извлекување?

- A)10 B)15 C)16 D)18 E)24

Решение.//Разликата меѓу броевите запишани на две карти е 8 ако едната од нив е запишан бројот 1 а на другата е запишан бројот 9. Според тоа картата со број 1 е заменета со карта со број 9. За да збирот на првите три карти биде јаголем потребно е другите две карти да имаа најголеми можни броеви. Тоа се броевите 7 и 8. Значи најголемиот можен збир на броевите на картите при првото извлекување ќе биде $1+7+8=16$, Точен е одговорот под C).