

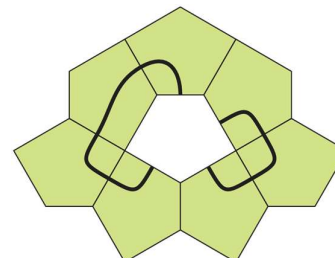
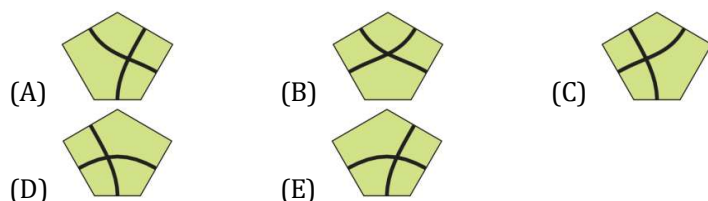
Математички натпревар Кенгур без граници
21.03.2024 година, категорија Student (3 и 4 клас)

Тестот се работи за време од 1h и 15 min.

За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поени со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, така што максималниот можен број на освоени поени е 150. При работата калкулатори не се дозволени.

Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени

1. Направен е шаблон од еднакви пентагонали. Која од плочките долу, поставена во средината ќе формира јазол кој самиот себе се сече

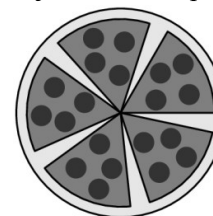


2. Кој од овие броеви е за два помал од број делив со десет, за два е поголем од број кој е полн квадрат и е двојно поголем од прост број?

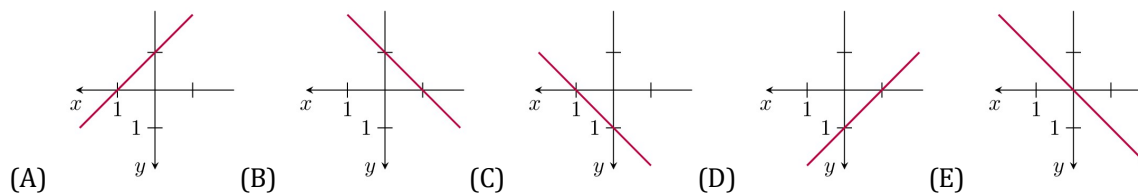
- (A)78 (B)58 (C)38 (D)18 (E)6

3. Млад кенгур исекол пица на шест еднакви парчиња. Откако изел едно парче, ги преуредил останатите парчиња со еднакви процепи измеѓу парчињата. Колку изнесува аголот што го зафаќа секој процеп?

- (A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°



4. Јован има невообичаена навика да ја црта xy -рамнината со позитивни координатни оски насочени лево и долу. Како би изгледал графикот на равенката $y = x + 1$ во координатен систем нацртан од Јован?



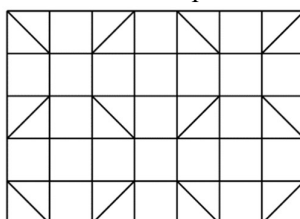
5. Кире направил нехомогена коцка. Веројатностите да паднат 2,3,4 или 5 се сеуште $\frac{1}{6}$, но веројатноста да падне 6 е двојно поголема од веројатноста да падне 1. Колкава е веројатноста да падне 6?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

6. Кој од изразите долу има иста вредност со изразот $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

- (A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

7. Дабар сака да ги обои квадратите и триголниците на цртежот така што да нема две соседни фигури, дури



и тие кои делат едно теме, кои се со иста боја. Кој е најмалиот број на бои кој му е потребен на Дабар?

- (A)3 (B)4 (C)5 (D)6 (E)7

8. На маса се поставени 6 чаши со отворените делови свртени горе. Во секој еден потег, превртуваме точно 4 од нив. Кој е најмалиот број на потези кои се потребни за сите чаши да се со отворените делови долу?

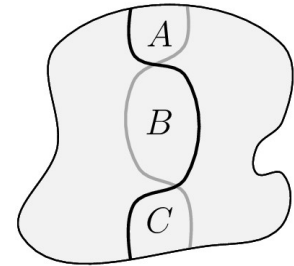
- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)6

9. Еден студент бројот 1 го помножил со 6 или 10. Потоа резултатот го помножил со 6 или 10, и ја продолжил постапката неколку пати. Кој од следните броеви не може да биде еден од броевите кои ги добил?

- (A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

10. Црна патека и сива патека минуваат низ еден парк, како на цртежот. Секоја патека го дели паркот на два дела со еднакви плоштини. Која од следните формули поврзана со плоштините A, B и C е точна?

- (A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$
 (D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

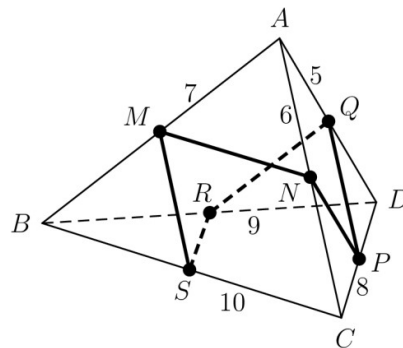


Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени

11. Точно еден од следните искази во врска со некој природен број n е точен. Кој исказ е точен?

- (A) n е делив со 3 (B) n е делив со 6 (C) n е непарен
 (D) $n = 2$ (E) n е прост

12. Триаголна пирамида ABCD има страни со должина 5,6,7,8,9 и 10. Точките M,N,P,Q,R и S се средините на рабовите на пирамидата, како на цртежот.

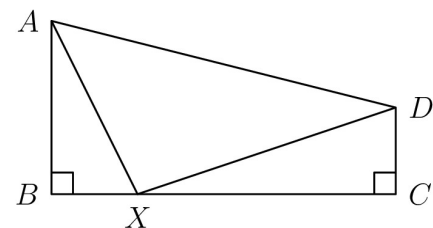


Колку е периметарот на затворената шестаголна линија MNPQRSM?

- (A)19 (B)20 (C)21 (D)22 (E)23

13. Четириаголникот ABCD има два прави агли во B и C, $AB=4$, $BC=8$ и $CD=2$. Точката X лежи на BC. Колку изнесува минималната вредност на $AX+DX$.

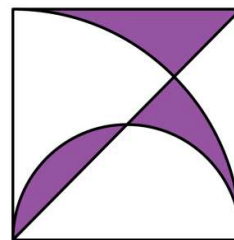
- (A) $9\sqrt{2}$ (B)12 (C)13 (D)10
 (E)ниеден од претходните одговори



14. Јован има неколку целосно обоени црни или бели единечни коцки. Тој сака да направи $3 \times 3 \times 3$ коцка со користење на 27 од нив така што површината да биде точно половина црна и половина бела. Кој е најмалиот број на црни коцки кои може да ги искористи?

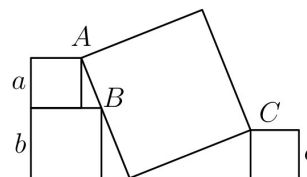
- (A)14 (B)13 (C)12 (D)11 (E)ниту еден од претходните одговори

15. Дијагонала, полукружница и четврткружница се нацртани во квадрат со страна $b\text{cm}$, како на цртежот. Колкава е плоштината во cm^2 , на обоениот дел?



- (A) 9 (B) 3π (C) $6\pi - 9$ (D) $10\pi/3$ (E) 12

16. На цртежот се дадени четири квадрати. Помалите имаат должини a, b и c . Темињата A и C на два од помалите квадрати се совпаѓаат со две дијагонално спротивни темиња на големиот квадрат. Темето B на третиот мал квадрат лежи на страна на големиот квадрат. Колкава е должината на страната на најголемиот квадрат?



- (A) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ (B) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (C) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$
 (D) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$ (E) $\sqrt{a^2+ab+b^2+c^2}$

17. Нека p и q се два природни броеви такви што $p < q$. Кој од следните изрази е најголем?

- (A) $\frac{p+3q}{4}$ (B) $\frac{p+2q}{3}$ (C) $\frac{p+q}{2}$ (D) $\frac{2p+q}{3}$ (E) $\frac{3p+q}{4}$

18. Колку има трицифрени броеви кои содржат најмалку една од цифрите 1, 2 или 3?

- (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

19. На лист хартија запишувам четирицифрен број $N = \overline{pqrs}$. Ако ставам децимална записка меѓу q и r , добиениот број $\overline{pq.r s}$ е средна вредност (аритметичка средина) на двата двоцифрени броеви pq и rs . Колку изнесува збирот на цифрите на N ?

- (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

20. Две свеќи со еднаква должина почнуваат да горат истовремено. Едната од свеќите ќе изгори за 4 часа, а другата за 5 часа, секоја со своја константна брзина. Колку часови ќе треба да горат за да едната свеќа е 3 пати подолга од другата?

- (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

Секоја од задачите со рен број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

21. Андреј има шест карти со по еден број запишан на секоја страна. Паровите од броевите на картите се $(5,12)$, $(3,11)$, $(0,16)$, $(7,8)$, $(4,14)$ и $(9,10)$. Картите може да се постават во било кој редослед на празните места на сликата. Кој е најмалиот резултат кој може да се добие?

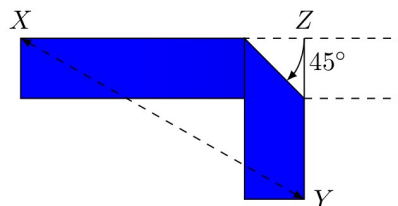
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

22. Кенгур ја решава равенката $ax^2 + bx + c = 0$, а Дабар ја решава равенката $bx^2 + ax + c = 0$, каде a, b, c се по парови различни ненулти цели броеви. Испаѓа дека равенките имаат заедничко решение. Што е точно?

- (A) Заедничкото решение мора да е 0.
 (B) Квадратната равенка $ax^2 + bx + c = 0$ има точно едно реално решение.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$

23. Лента од хартија која е 12cm долга и 2cm широка ја превиткувам самата преку себе на 45° така што двата дела од лентата да зафаќаат прав агол, како на цртежот. Колку е најмалата можна должина во cm на XY?



- (A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6 + \sqrt{2}$

24. Роска има неколку хомогени коцки со 12 сидови, секој означен од 1 до 12. Кога ги фрла сите коцки одеднаш, веројатноста да падне 12 точно еднаш е еднаква со веројатноста да не падне 12. Колку коцки има Роска?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

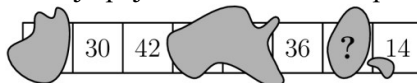
25. Полином $p(x)$ ја задоволува релацијата $p(x+1) = x^2 - x + 2p(6)$ за секој реален број x . Колку изнесува збирот на коефициентите на полиномот p ?

- (A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40 (E) ниенден од претходните одговори

26. Вредностите на x , y и z ги задоволуваат равенките $2^x = 3$, $2^y = 7$ и $6^z = 7$. Која е врската меѓу x , y и z ?

- (A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y} + 1$ (C) $z = \frac{y}{x} + 1$ (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$

27. Трака од хартија се состои од осум квадрати. На почетокот секој квадрат го содржи бројот 0. Во секој чекор, избираме 4 последователни квадрати и додаваме 1 на броевите во тие квадрати. На сликата е прикажан резултатот после неколку чекори, но за жал некој истурил мастило па некои од броевите во квадратите не се читаат. Кој број е запишан во квадратот кадешто е прашалникот?



- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) ниенден од претходните одговори

28. За функцијата $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ за секој реален број x е исполнето $f(20-x) = f(22-x)$. Познато е дека f има точно два корени. Колкав е збирот на тие корени?

- (A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) ниту еден од претходните одговори

29. Дванаесет точки се еднакво распределени на кружница. Колку триаголници кои содржат агол од 45° може да се формираат со избирање на три од тие точки?

- (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96

30. Четирицифрен број \overline{abcd} ја задоволува равенката $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Колкава е вредноста на a ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6