

Втор(финален) круг на КЕНГУР 2024 година, 01.06.2024 година Категорија STUDENT, 3-4 клас

Задачите од реден број 1 до реден број 5 се бодуваат со 3 бода, задачите од реден број 6 до реден број 10 се бодуваат со 4 поени, а задачите со реден број 11 до реден број 15 се бодуваат со 5 бода. За секоја неточно одговорена задача се одземаат четвртина од бодовите од таа задача, и на крај на вкупниот презметан број на поени се додаваат 25 поени. Не е дозволена употреба на никакви дополнителни средства за работа, освен прибор за пишување(молив, пенкало, лењир)

Секоја од задачите од 1 до 5 се бодува со 3 поени

1. Броевите кои се читаат исто од десно кон лево и лево кон десно се нарекуваат палиндромски броеви. Нека S е збирот на сите 3-цифрени палиндромски броеви. Колку нули има на крајот од S ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2. Колку 12-цифрени броеви има, формирани само со цифрите 1, 2 и 3, при што разликата на соседните цифри е 1?

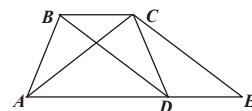
- (A) 64 (B) 70 (C) 82 (D) 106 (E) 128

3. Вертикалниот конус со висина H го сечеме со рамнина паралелна на неговата основа. Ако сакаме добиените парчиња да имаат ист волумен, колку далеку од врвот на конусот треба да го направиме ова сечење?

- (A) $\frac{1}{2}H$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}H$ (C) $\frac{3}{4}H$ (D) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}H$ (E) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}H$

4. На цртежот, $BC \parallel AE$, $BD \parallel CE$. Нека x е плоштината на четириаголникот $ABCD$ и нека y е плоштината на триаголникот ACE . Тогаш :

- (A) $2x = y$ (B) $x = 2y$ (C) $x = y$
(D) не може да се определи (E) друг одговор



5. Бројот на четворки од позитивни цели броеви x, y, z, t кои се решенија на равенката $xyzt - 1 = 2001$ и за кои важи $x < y < z < t$ е:

- (A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 1

Секоја од задачите од 6 до 10 се бодува со 4 поени

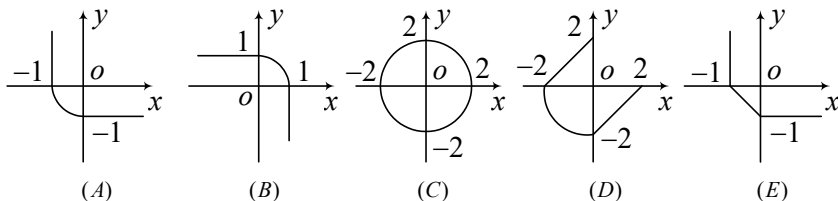
6. Збирот $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ е еднаков на:

- (A) $\frac{999}{1000}$ (B) $\frac{99}{100}$ (C) $\frac{9}{10}$ (D) 9 (E) 1

7. Низата од природни броеви е зададена со $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_2 = 5, \dots$, $a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$, за $n \geq 1$. Остатокот при делење на a_{2009} со 7 е:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 6

8. Кој од графиците соодветствува на множеството решенија на равенката $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$.

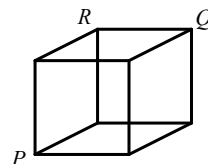


9. Во една кутија има црвени и зелени топки. Ако по случаен избор земаме две од топките, веројатноста тие да се со иста боја е 0,5. Колку може да биде вкупниот број на топки во кутијата?

- (A) 81 (B) 101 (C) 1000 (D) 2011 (E) 10001

10. Три темиња на коцка што не лежат на ист сид на коцката се $P(3,4,1)$, $Q(5,2,9)$ и $R(1,6,5)$. Во која точка е центарот на коцката?

- (A) $A(4,3,5)$ (B) $B(2,5,3)$ (C) $C(3,4,7)$
(D) $D(3,4,5)$ (E) $E(2,3,5)$



Секоја од задачите од 11 до 15 се бодува со 5 поени

11. Во низата $1, 1, 0, -1, -1$ првите два члена a_1 и a_2 се 1. Третиот елемент е разлика од претходните два, $a_3 = a_1 - a_2$, четвртиот е збир на претходните два $a_4 = a_2 + a_3$. Потоа $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$ итн. Колку е збирот на првите сто члена на низата?

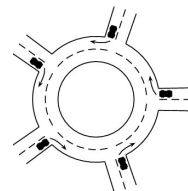
- (A) 0 (B) 3 (C) -21 (D) 100 (E) -1

12. Колку решенија (x, y) има равенката $x^2 + y^2 = |x| + |y|$, каде што x и y се реални броеви?

- (A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 9 (E) Бесконечно многу.

13. Во кружниот тек прикажан на сликата влегуваат пет автомобили истовремено, секоја од различни насоки. Секоја од колите вози помалку од еден круг и сите коли го напуштаат кружниот тек во различни насоки. Колку различни комбинации постојат за колите што излегуваат од кружниот тек?

- (A) 24 (B) 44 (C) 60
(D) 81 (E) 120



14. Функцијата $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ги задоволува следниве услови $f(4) = 6$ и $xf(x) = (x-3)f(x+1)$.

Пресметај ја вредноста на $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$?

- (A) 2013 (B) 2014 (C) $2013 \cdot 2014$ (D) 2013! (E) 2014!

15. Колку триаголници ABC постојат такви што $\angle ABC = 90^\circ$, $\overline{AB} = 20$ и должините на сите страни се природни броеви?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6