

Problema me 3 pikë

1. Sa është vlera e thyesës:

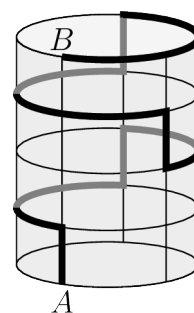
$$\frac{7777^2}{5555 \times 2222} ?$$

- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{49}{10}$ (C) $\frac{77}{110}$ (D) 1 (E) 49

2. Valdrini hodhi pesë zare. Shuma e shifrave të rëna në faqet e sipërme ishte 19 pikë. Sa është numri maksimal i faqeve me shifrën 6 që do të ketë hedhur ai?

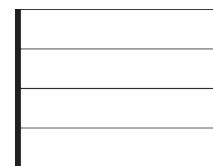
- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 3 (E) 4

3. Një kanaçe cilindrike ka lartësi 15 cm dhe perimetrin e bazës rrethore 30 cm. Një milingonë ecën nga pika A në bazë e poshtme në pikën B në bazën e sipërme. Rruga e saj është ose vertikalisht lart ose horizontale përgjatë harqeve rrethore rreth kanaçes. Kjo rrugë paraqitet me një vijë të trashë (e zezë për rrugën në pjesën e përparme të kanaçes dhe gri në pjesën e pasme). Sa cm e gjatë ishte rruga, që përshkoi milingona?



- (A) 45 (B) 55 (C) 75
(D) 65 (E) 60

4. Eranda ka katër stilolapsa me ngjyra të ndryshme. Ajo dëshiron të ngjyrosë flamurin drejtkëndor me tre vija të paraqitur në diagram në mënyrë që çdo shirit të ketë vetëm një ngjyrë e cila të jetë e ndryshme nga ngjyra e shirit ngjitur me të. Sa mënyra ka për ta bërë ajo këtë?



- (A) 24 (B) 32 (C) 27 (D) 64 (E) 36

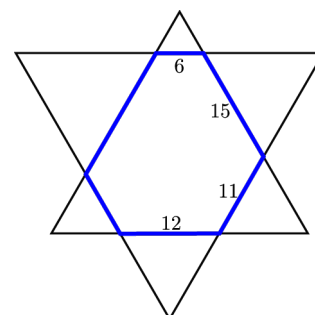
5. Një numër natyrorë n e quajmë *dy-i thjeshtë*, nëse ai ka saktësisht tre pjesëtues të ndryshëm, përkatësisht 1, 2 dhe veten n . Sa numra natyrorë të ndryshëm dy-të thjeshtë ka?

- (A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) 4 (E) 3

6. Sa çifte numrash natyrorë x dhe y plotësojnë ekuacionin $x + 2y = 2^{10}$?

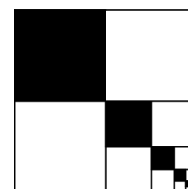
- (A) $2^9 + 2$ (B) $2^9 + 1$ (C) 2^9 (D) $2^9 - 1$ (E) 0

7. Dy trekëndësha barabrinjës bashkohen për të formuar një gjashtëkëndësh me brinjët e tyre të kundërta paralele. Dimë gjatësinë e katër brinjëve të këtij gjashtëkëndëshi, siç tregohet në figurë. Sa është perimetri i gjashtëkëndëshit?



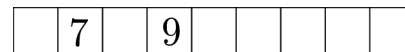
- (A) 66 (B) 64 (C) 72
(D) 68 (E) 70

8. Një katror me sipërfaqe 84 ndahet në katër katrorë. Katrori i sipërm majtas ngjyroset me të zezë. Katrori i poshtëm djathtas ndahet përsëri në katër katrorë, e kështu me radhë. Procesi përsëritet pafundësisht. Sa është sipërfaqja e përgjithshme me ngjyrë të zezë?



- (A) 24 (B) 42 (C) 31 (D) 35 (E) 28

9. Secili nga numrat e plotë nga 1 deri në 9 duhet të vendoset në njërin nga 9 kutitë në figurë në mënyrë që çdo tre numra në kutitë e njëpasnjëshme ta kenë shumën shumëfish të 3-shit. Numrat 7 dhe 9 janë vendosur tashmë. Në sa mënyra të ndryshme mund të plotësohen kutitë e tjera?



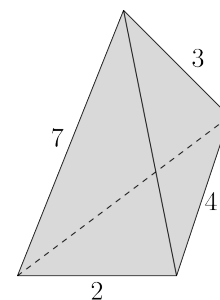
- (A) 9 (B) 24 (C) 15 (D) 18 (E) 12

10. Sa është shifra e njësheve në prodhimin $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?

- (A) 2 (B) 1 (C) 6 (D) 4 (E) 5

Problema me 4 pikë

11. Një piramidë me bazë trekëndore i ka brinjët me gjatësi të plota. Në figurë janë dhënë katër nga këto gjatësi. Sa është shumta e gjatësive të dy brinjëve të tjera?



- (A) 10 (B) 9
(C) 12 (D) 11
(E) 13

12. Faktoriali për një natyrorë n , $n!$ përcaktohet si prodhimi i të gjithë numrave natyrorë nga 1 deri në n . Për shembull, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Sa është shumta e shifrave të numrit N , i tillë që $N! = 6! \cdot 7!$?

- (A) 9 (B) 8 (C) 4 (D) 2 (E) 1

13. Të gjithë grafikët e funksioneve $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ kalojnë nga e njëjta pikë, pavarësisht nga vlera e zgjedhur për a -në. Sa është shumta e koordinatave të asaj pike?

- (A) 4 (B) 2 (C) 8 (D) 7 (E) asnjë nga këto

14. Jepen pesë numra a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 shumta e të cilëve është S . Për çdo $k, 1 \leq k \leq 5$, dimë se $a_k = k + S$. Sa është vlera S ?

- (A) $-\frac{15}{4}$ (B) $\frac{15}{4}$ (C) -15 (D) 15 (E) asnjë nga këto

15. Sa çifte numrash të plotë m dhe n plotësojnë mosbarazimin $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

- (A) 0 (B) 3 (C) 2 (D) 4 (E) 1

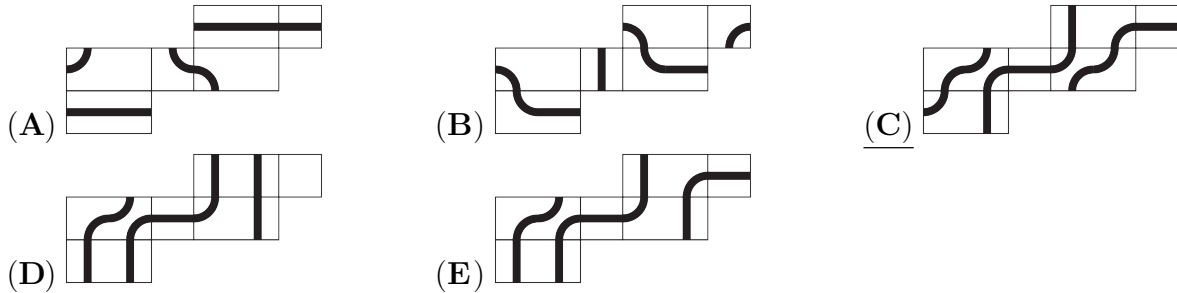
16. Në një radhë kinemaje me 23 vende ishin ulur kangurë dhe lepuj. Çdo kafshë kishte të paktën një fqinj kangur. Cili është numri më i madh i mundshëm i lepujve në radhë?

- (A) 11 (B) 7 (C) 10 (D) 8 (E) 12

17. Numri 5^{5^6} mund të shkruhet në trajtën n^n për ndonjë numrër natyror n . Sa është vlera e n -së?

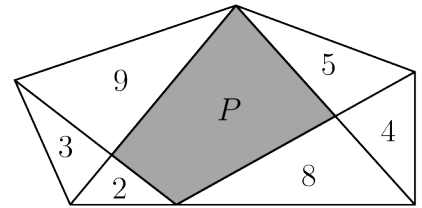
- (A) 5^5 (B) 5^6 (C) 5^{30} (D) 30 (E) 11

18. Luani ka vizatuar një vijë të mbyllur mbi një prizëm drejtkëndor (kuboid). Cila nga format e mëposhtme paraqet vijën e vizatuar prej tij?



19. Një pesëkëndësh është ndarë në pjesë më të vogla, siç tregohet në figurë. Numrat brenda trekëndëshave paraqesin sipërfaqet e tyre. Sa është sipërfaqja P e katërkëndëshit gri?

- (A) 15 (B) 16 (C) 17
(D) 18 (E) $\frac{31}{2}$



20. Sa numra të plotë janë faktorë të numrit $2^{20}3^{23}$ por nuk janë faktorë të numrit $2^{10}3^{20}$?

- (A) 460 (B) 273 (C) 30 (D) 13 (E) asnjë nga këto

Problema me 5 pikë

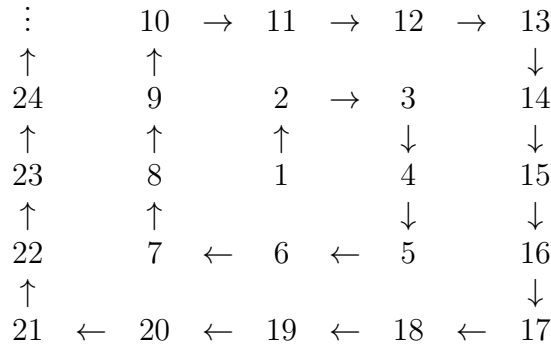
21. Dy funksione f dhe g në \mathbb{R} plotësojnë sistemin e ekuacioneve $f(x) + 2g(1 - x) = x^2$ dhe $f(1 - x) - g(x) = x^2$. Cili është funksioni f ?

- (A) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (B) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (C) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$
(D) $x^2 - 4x + 5$ (E) nuk ekziston një funksion i tillë

22. Në një garë të ngjitjes në shkëmb, marrin pjesë 13 alpinistë në tre kategori. Rezultati i çdo garuesi llogaritet si prodhim i renditjes së tij në të tre kategoritë. Për shembull, nëse një garues është renditur i 4-ti, i 3-ti dhe i 6-ti, rezultati i tij përfundimtar është $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Sa më e madhe të jetë vlera e numrit të renditjes në kategoritë, aq më e ulët do të jetë renditja e përgjithshme. Hana u rendit e para në dy nga kategoritë. Cili është pozicioni i saj më i ulët i mundshëm në renditjen përfundimtare?

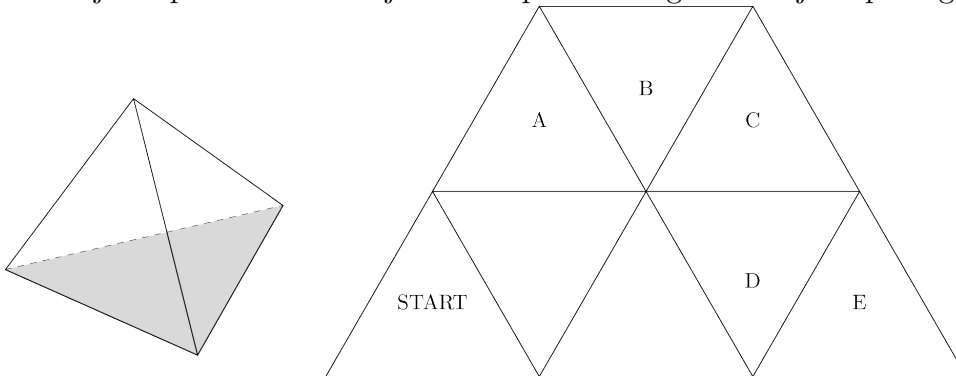
- (A) e 6-ta (B) e 5-ta (C) e 4-ta (D) e 3-ta (E) e 2-ta

23. Duke nisur nga numri 1 krijohet një spirale numrash të njëpasnjëshëm, siç tregohet në figurë. Nëse vazhdoni modelin e spirales, në cilën radhitje do të shfaqen numrat 625, 626 dhe 627?



- (A) $\begin{matrix} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$ (B) $\begin{matrix} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{matrix}$ (C) $625 \rightarrow 626 \rightarrow 627$
- (D) $\begin{matrix} 625 \rightarrow 626 \\ \downarrow \\ 625 \end{matrix}$ (E) $\begin{matrix} 626 \rightarrow 627 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$

24. Një trup në formën e një katërfaqëshi të rregullt ka një faqe në gri.



Faqja gri e trupit vendoset mbi tabelë në trekëndëshin me emrin START. Trupi më pas rrokulliset nga një trekëndësh në tjetrin duke e rrotulluar rreth një brinje. Në cilin nga trekëndëshat me shkronja A, B, C, D, E do të qëndrojë trupi për herë të parë me faqen e tij gri?

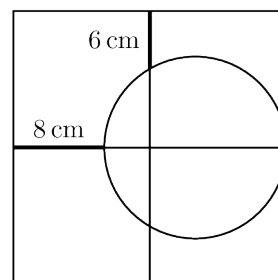
- (A) C (B) E (C) D (D) A (E) B

25. Një pjesë e polinomit të fuqisë së pestë nuk shihet për shkak të një njolle boje. Dihet se të pesta rrenjë të polinomit janë numra të plotë. Cila është fuqia më e lartë e $x - 1$ që pjesëton polinomin?

$$x^5 - 11x^4 + \text{[blacked out]} - 7$$

- (A) $(x - 1)^5$ (B) $(x - 1)^4$ (C) $(x - 1)^3$ (D) $(x - 1)^2$ (E) $(x - 1)^1$

26. Katrori i madh në figurë është ndarë në katër katrorë më të vegjël. Rrethi pret brinjën e djathtë të katrorit në mesin e saj. Sa është gjatësia e brinjës së katrorit të madh? (**Kujdes:** figura nuk është vizatuar në shkallën përkatëse.)

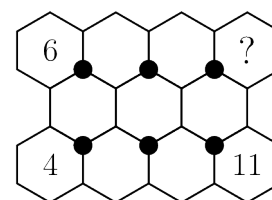


- (A) 30 cm (B) 28 cm (C) 24 cm
(D) 20 cm (E) 18 cm

27. Cili është pjesëtuesi më i madh i përbashkët i të gjithë numrave të formës $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$, ku n është një numër natyror jo zero?

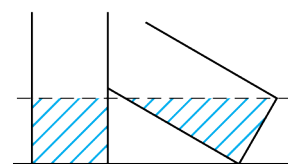
- (A) $2^9 3^3 5^3$ (B) $2^8 3^2 5^3$ (C) $2^6 3^3 5^3$ (D) $2^3 3^3 5^3$ (E) $2^9 3^3$

28. Numrat nga 1 deri në 11 duhet të vendosen në gjashtëkëndësia në mënyrë që shumën e tre numrave rreth secilës prej gjashtë pikave të zeza të jetë e njëjtë. Tre nga numrat janë vendosur tashmë. Cili numër do të vendoset në gjashtëkëndëshin me pikëpyetje?



- (A) 3 (B) 1 (C) 9 (D) 5 (E) 7

29. Dy rezervuarë cilindrikë të njëjtë uji përmbajnë të njëjtën sasi uji. Njëri nga cilindrat qëndron drejt, ndërsa tjetri është i mbështetur tek ai. Niveli i ujit në secilin prej tyre është i njëjtë, si në figurë. Baza e secilit prej cilindrave është rreth me sipërfaqe $3\pi \text{ m}^2$. Sa ujë përmban secili rezervuar?



- (A) $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^3$ (B) $3\sqrt{3}\pi \text{ m}^3$ (C) $6\pi \text{ m}^3$ (D) $9\pi \text{ m}^3$
(E) është e pamundur të përcaktohet nga informacioni i dhënë

30. Prodhimi i gjashtë numrave të njëpasnjëshëm është një numër 12-shifror i formës

$$abb\ cdd\ cdd\ abb,$$

ku shifrat a , b , c dhe d janë vetë katër numra të njëpasnjëshëm në një radhitje të caktuar. Sa është vlera e shifrës d ?

- (A) 2 (B) 1 (C) 5 (D) 3 (E) 4