Момир Поленаковиќ

ПРИМЕНА НА СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ НЕРАВЕНКИ ВО НОСЕЊЕТО БИЗНИС ОДЛУКИ

(1 дел)

1. Вовед

Во бизнисот, но и во секојдневниот живот луѓето постојано донесуваат **одлуки**. Некои одлуки значително влијаат на животот на луѓето. Особено менаџерите секојдневно донесуваат одлуки, со кои треба да обезбедат успешна работа на нивните фирми. Одлуките може да се донесуваат на среќа, на база на претходното искуство, но може и да се користат математички методи кои ќе овозможат добивање на одлуки кои ќе базираат на оптимално решение на проблемот.

Под **оптимално решение** се подразбира најдоброто можно решение кое може да се реализира во дадените услови. За да се добие оптимално решение треба да се користи математички модел. Со примената на одредени математички законитости се решаваат ваквите модели при што се овозможува добивање на најдоброто можно решение. Многу често во решавањето на овие примери при изнаоѓањето на оптималното решение се користат **линераните равенки и неравенки.**

Линеарните равенки и неравенки се една многу широка област од математиката. Тие може да се решаваат со аналитички методи, но и со графичка метода, која тука и се применува. Графикот на линеарната функција е права. Бидејќи правата е наполно определена со две точки што и припаѓаат, за да се нацрта графикот на линеарната функција треба да се определат координатите на две точки што и припаѓаат. Според тоа, графичкото решение на линеарна равенка со две непознати е права. Графичко решение на линеарна неравенка со две непознати е полурамнина.

Примената на линеарните равенки и неравенки во бизнисот најчесто има главна цел да се максимизира добивката (профитот) на фирмата, или да се минимизираат трошоците (загубите) во работењето на фирмата. Оваа постапка уште се нарекува и оптимизација на системот, а методата која ги користи линеарните равенки и неравенки се вика **линеарно програмирање**.

Двата клучни елементи на линеарното програмирање се: (1) **функцијата на целта** и (2) **ограничувањата** во согласност со кои треба да се најде оптималното решение на проблемот.

Под **оптимално решение** се подразбира најдоброто можно решение кое дава **максимален резултат**, доколку станува збор за профит, добивка или искористување на капацитетите, односно, **минимален резултат** кога станува збор за загуба, трошок, шкарт и сл.

При формулирање на проблем од линеарното програмирање првиот чекор е да се определат променливите кои ќе овозможат да се донесе оптимално решение. Следниот чекор е да се определат функцијата на целта и ограничувачките фактори согласно дефинираните променливи. Потоа се решава математичкиот модел и се добива оптималното решение. На крајот, добиеното решение се спроведува во практиката. Еве како тоа изгледа во практиката.

ПРИМЕР 1

Во едно селско домаќинство за исхрана на 40 кокошки (носилки) дневниот оброк мора да содржи најмалку: 18 единици од хранливата состојка **A**, 16 единици од хранливата состојка **B**, 24 единици од хранливата состојка **C**.

Се користат два вида на храна: $\mathbf{H_1}$ и $\mathbf{H_2}$. Содржината на хранливите состојки (во 1 kg) е дадена во табелата.

Потребно е да се состави најефтин дневен оброк кој ќе ги задоволува потребните хранливи материи, ако 1 kg од храната $\mathbf{H_1}$ чини 8 денари, а од храната $\mathbf{H_2}$ чини 12 денари.

Хранливи состојки	A	B	C
$\mathbf{H_1}$	6	2	2
$\mathbf{H_2}$	2	4	12

Решение:

Нека со $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ се означат:

$\mathbf{x}$ - количина од храната $\mathbf{H_1}$, $\mathbf{y}$ - количина од храната $\mathbf{H_2}$

пришто $\mathbf{x}, \mathbf{y} \geq 0$ (бидејќи станува збор за количество храна).

Вкупниот трошок за храна за 1 ден би бил:

$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 8\mathbf{x} + 12\mathbf{y}$

Бидејќи се бара најефтин оброк, треба да се најде минималната вредност на оваа функција, која во исто време ги задоволува и условите за потребите од хранливи состојки. Овде мора да се напомене дека **X** е точката со координати (**x**,**y**), во која тоа ќе биде задоволено.

За задоволување на хранливите материи **A** од горе наведените услови се добива следната неравенка:

I: $6\mathbf{x} + 2\mathbf{y} \geq 18$

II: $2\mathbf{x} + 4\mathbf{y} \geq 16$

III: $2\mathbf{x} + 12\mathbf{y} \geq 24$ $\mathbf{2x + 12y \geq 24}$

Со решавањето на овие три неравенки како систем од три линеарни неравенки со две непознати се добива множеството решенија што истовремено ги задоволуваат сите три неравенки.

За таа цел, секоја неравенка се решава графички пришто добиените решенија се претставени во ист координатен систем. Пред графички да се претставаат неравенките, треба само да се напомене дека заради условот од задачата $\mathbf{x}, \mathbf{y} \geq 0$, решението може да биде лоцирано само во првиот квадрант од координатниот систем.

I: $$6\mathbf{x}+2\mathbf{y}\geq 18$$
$$2\mathbf{y}\geq 18-6\mathbf{x}$$
$$\mathbf{y}\geq 9-3\mathbf{x}$$

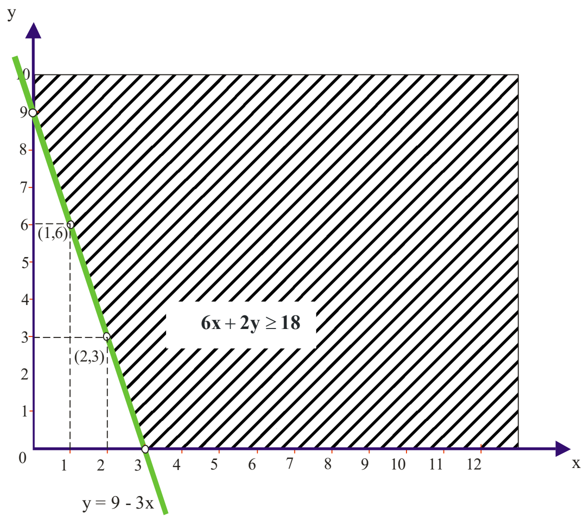
x	1	1
y	6	3

Претходно ќе се определи правата $\mathbf{y}=9-3\mathbf{x}$. Бидејќи права е наполно определена со две точки што и припаѓаат, треба да се определат координатите на две точки што припаѓаат на графикот на функцијата $\mathbf{y}=9-3\mathbf{x}$.

Со графичко решавање на функцијата $\mathbf{y}=9-3\mathbf{x}$ се добива права која ја дели рамнината на две полурамнини. Решение на неравенката $\mathbf{y}\geq 9-3\mathbf{x}$ е множеството точки од едната полурамнина на која е разделена рамнината со правата $\mathbf{y}=9-3\mathbf{x}$

За да се определи полурамнината се зема дека $\mathbf{y}=0$ и се заменува:
$$0\geq 9-3\mathbf{x}$$
$$3\mathbf{x}\geq 9\,/:3$$
$$\mathbf{x}\geq 3$$

Значи, решението на неравенката $6\mathbf{x}+2\mathbf{y}\geq 18$ е полурамнината во која $\mathbf{x}\geq 3$ (црт 1).



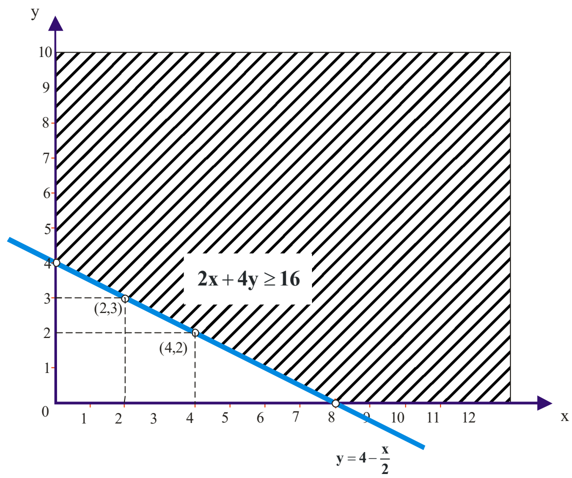
Црт 1. Графичко решение на неравенката $6\mathbf{x}+2\mathbf{y}\geq 18$

На сличен начин се решава и втората неравенка.

II: $$2\mathbf{x}+4\mathbf{y}\geq 16$$
$$4\mathbf{y}\geq 16-2\mathbf{x}\,/:2$$
$$2\mathbf{y}\geq 8-\mathbf{x}$$
$$\mathbf{y}\geq\frac{8-\mathbf{x}}{2}$$
$$\mathbf{y}\geq 4-\frac{\mathbf{x}}{2}$$

Се определуваат координатите на две точки што припаѓаат на графикот на функцијата $y=4-\frac{x}{2}$ и потоа се исцртува полурамнината (црт. 2).

x	2	4
y	3	2



Црт 2. Графичко решение на неравенката $2\mathbf{x}+4\mathbf{y}\geq 16$

III: $2\mathbf{x}+12\mathbf{y}\geq 24$

Аналогно на претходните две неравенки, графичкото решение на неравенката $2\mathbf{x}+12\mathbf{y}\geq 24$ е претставено на цртежот 3.

$$2\mathbf{x}+12\mathbf{y}\geq 24$$

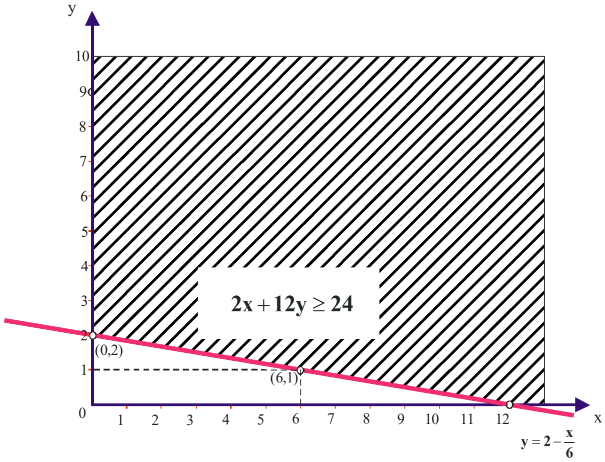
$$12\mathbf{y}\geq 24-2\mathbf{x}\ /:12$$

$$\mathbf{y}\geq \frac{24-2\mathbf{x}}{12}$$

$$\mathbf{y}\geq 2-\frac{\mathbf{x}}{6}$$

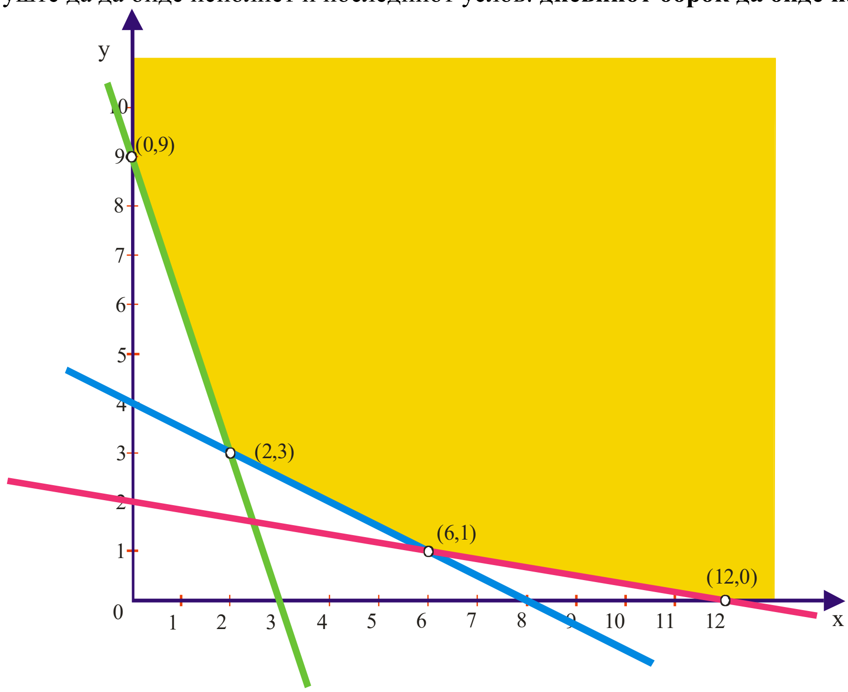
Се определуваат координатите на две точки што припаѓаат на графикот на функцијата $\mathbf{y}=2-\frac{\mathbf{x}}{6}$ (црт. 3).

x	0	6
y	2	1



Црт 3. Графичко решение на неравенката $2\mathbf{x}+12\mathbf{y}\geq 24$

Ако графиците на линеарните неравенки се претставaт во иста координатна рамнина ќе се добие пресекот од нивните множества решенија (црт. 4). Тоа е множеството од решенија што ги задоволуваат потребните хранливи состојки **A**, **B** и **C** на дневниот оброк. Останува уште да да биде исполнет и последниот услов: **дневниот оброк да биде најефтин**.



Црт. 4. Област на дозволени решенија за системот неравенки

Оптималното решение се добива доколку оброкот е најефтин, па затоа се црта график на функцијата $\mathbf{F}(\mathbf{X})=8\mathbf{x}+12\mathbf{y}$ со која се претставени фамилија од паралелни прави, кои се добиваат за конкретни вредности на **F**. Ако оваа функција се изедначи со нула се добива точно правата која поминува низ координатниот почеток.

$$8\mathbf{x}+12\mathbf{y}=0$$
$$8\mathbf{x}=-12\mathbf{y}$$
$$\mathbf{y}=-\frac{8}{12}\mathbf{x}$$
$$\mathbf{y}=-\frac{2}{3}\mathbf{x}$$

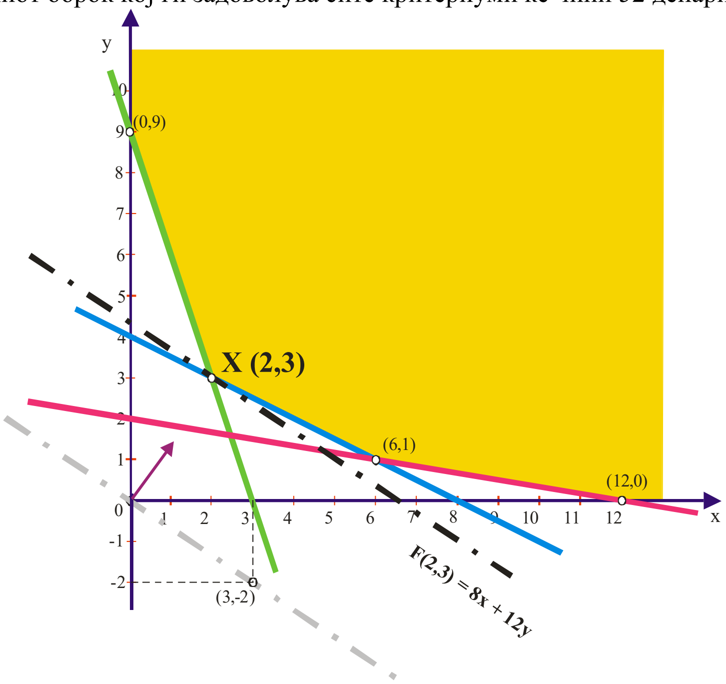
x	0	3
y	0	-2

Со нејзино паралелно поместување низ првиот квадрант ќе се одреди најблиската заедничка точка на правата со множеството решенија кои претходно беа добиени. Во конкретниот случај тоа е точката X со координати (2,3). Значи, оптималното решение е точката X (2,3) и е претставено на црт. 5.

Тоа укажува дека дневниот оброк за 40 кокошки треба да се подготви со мешавина од 2kg од храната H_1 и 3 kg од храната H_2. Во тој случај ќе бидат задоволени потребите од хранливи состојки A, B и C, а оброкот ќе биде најефтин.

$$\mathbf{F}(2,3)=8\cdot 2+12\cdot 3=16+36=52 \text{ **денари.**}$$

Така подготвениот оброк кој ги задоволува сите критериуми ќе чини 52 денари.



Црт. 5 Оптимално решение на задачата **X** **(2,3)**

(ПРОДОЛЖУВА)