

МАТЕМАТИЧКИ КЕНГУР, МАРТ 1995
за ученици од II клас средни училишта

1) Последниот ден од XX век ќе биде на:

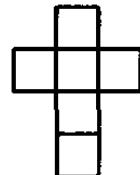
- A) 31. 12. 1999 год. B) петок 13 C) 1. 01. 2000 год. D) 31. 12. 2000 год.
E) 31. 12. 2000 год. на Северната и 1. 01. 2001 год. на Јужната Земјина полутопка.

2) Катерина е многу организирана. Ако треба да реши 10 лесни, 10 средни и 10 тешки задачи за 75 min., таа остава 5 min. резерва, за тешките одвојува 2 пати повеќе време за тешките отколку за средните и за лесните одвојува 1/2 од времето за средните. Колку време одвојува за лесните прашања?

- A) 5 min. B) 480 sec. C) 10 min. D) 800 sec. E) 15 min.

3) Периметарот на крстот на цртежот составен од 6 еднакви квадрати е 6. Неговата плоштина е:

- A) 1 B) 1.5 C) 18/7 D) 54/49 E) 27/48



4) Дадени се три точки $P(-2, 0)$; $Q(0, 2)$; $R(2, 0)$. Која е равенката на правата што е паралелна со PQ и минува низ средината на PR ?

- A) $y - x = 0$ B) $y = -x$ C) $x = 0$ D) $y + x + 2 = 0$ E) друг одговор.

5) Кој е минималниот број на прашања што треба да се решат на натпреварот “Кенгур” за да се добијат барем 100 поени? (Да се прочитаат упатствата)

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27.

6) Да се определат вредностите на параметарот p за кој равенките $(p - 1)x = 1$ и $p(x - 1) = 1 - p$ имаат заеднички корен.

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 0 и 1 E) не постои таков p .

7) Татко ми е три пати постар од мене. Имам двајца браќа од 11 и 9 години. Јас имам $5/3$ од годините на помалиот брат. За колку години бројот на годините на татко ми ќе биде еднаков со збирот на броевите на годините од тројцата синови?

- A) 10 B) 5 C) 3 D) 1 E) друг одговор.

8) Во дадена коцка најголемото растојание меѓу два врва е 1m. Колку е волуменот на коцката?

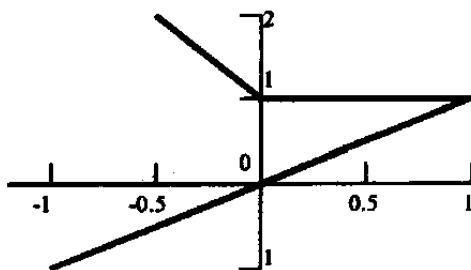
- A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right) m^3$ B) $1 m^3$ C) $\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right) m^3$ D) $(1/3) m^3$ E) друг одговор.

9) Кој од следните броеви е најголем?

- A) 19^{95} B) 199^5 C) 1995 D) 5^{991} E) 59^{91}

10) Кои се двете функции чии графици од -1 до 1 даваат таков претеж?

- A) $f(x) = |1-x| - x$ и $g(x) = 1$
- B) $f(x) = |x| + |1-x|$ и $g(x) = x$
- C) $f(x) = -2x + 1$ и $g(x) = x$
- D) $f(x) = x - |2x|$ и $g(x) = 1$
- E) друг одговор.



11) Колку решенија има равенката: $|1 - |x|| = 3$?

- A) 9
- B) 8
- C) 1
- D) 2
- E) друг одговор

12) За секоја тројка (a,b,c) од ненулти реални броеви да се разгледа изразот

$$\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}. \text{ Кои вредности можат да се добијат за тој израз?}$$

- A) {0}
- B) {-4, 0, 4}
- C) {-4, -2, 0, 2, 4}
- D) {-4, -2, 2, 4}
- E) ниедна

13) Производот на $\sqrt[3]{4}$ со $\sqrt[4]{8}$ се еднаков на:

- A) $\sqrt[3]{12}$
- B) $2 \cdot \sqrt[3]{12}$
- C) $\sqrt[3]{32}$
- D) $\sqrt[12]{32}$
- E) $2 \cdot \sqrt[12]{32}$

14) Две еднакви кружници со радиус $r=10$ се допираат од надвор. Две тангенти на десната кружница се сечат во центарот на левата. Ако S е плоштината на осенчената фигура, колку е приближно S ?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 10



15) Во триаголник ABC , M е средина на BC . Познато е дека $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ и $AM=5\text{cm}$. Плоштината на триаголникот ABC е:

- A) 15cm^2
- B) 14cm^2
- C) 12cm^2
- D) 10cm^2
- E) друг одговор

16) Ако $(2x - 1)^{1995}$ се развие по биномната формула во облик

$$a_{1995} \cdot x^{1995} + a_{1994} \cdot x^{1994} + \dots + a_1 \cdot x + a_0,$$

тогаш збирот $a_{1995} + a_{1994} + \dots + a_1 + a_0$ е еднаков на:

- A) 0
- B) 1
- C) 1995
- D) -1
- E) 2

17) Ако функцијата f е дефинирана со $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$, $x \neq -\frac{3}{2}$, c е константа, задоволува $f(f(x)) = x$ за сите реални броеви x освен за $-3/2$, тогаш c е:

- A) -3
- B) -3/2
- C) 3/2
- D) 3
- E) нема доволно податоци за одговор.

18) Во правоаголник со 1000m^3 нацртан е круг со радиус r кој допира три од страните на правоаголникот. Кој е најголемиот реален број k за кој може да се каже дека $r > k$?

- A) $k = 0$
- B) $k = 1$
- C) $k = 10$
- D) $k = \sqrt{1000}$
- E) ниеден реален број

19) Во трапез со паралелни страни $AB = 40$ и $CD = 16$, Р е точка од АВ таква што DP го дели трапесот на два дела со еднакви плоштини. Колку е долга AP?

- A) 16 B) 20 C) 28 D) 32 E) 36

20) Ако $\{x, y, z\}$ е решение на системот: $yz = -6$; $zx = 2$; $xy = -3$, тогаш $x + y + z$ е:

- A) 0 B) 1 C) 0 или 1 D) 0 или -1 E) 1 или -1

21) Живеев во Сиракуза пред 22 века; пресметав плоштина на исечок од парабола: докажав дека обиколката на цилиндр описан околу сфера е еднаква на плоштината на сферата; една спирала го има моето име; но, најмногу лутето знаат дека реков "Дајте ми лост и...". Кој сум јас?

- A) Цицерон B) Перикле C) Архимед D) Евклид E) Август

22) Која од следните области во \mathbb{R}^2 има најголема плоштина?

- A) $|x+1| < 1$ B) $x^2 + y^2 < 1$ C) $|x| + |y| < 1$ D) $|xy| < 1$ E) $\sup\{|x|, |y|\} < 1$

23) Ако $x < 0$, тогаш $\left|x - \sqrt{(x-1)^2}\right|$ е еднакво на:

- A) 1 B) $1 - 2x$ C) $-2x - 1$ D) $1 + 2x$ E) $2x - 1$

24) Множеството решенија на неравенката $|x-1| + |x+2| < 5$ е:

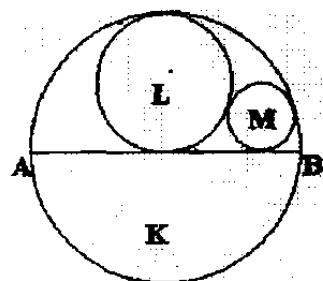
- A) $\{x \mid -3 < x < 2\}$ B) $\{x \mid -1 < x < 2\}$ C) $\{x \mid -2 < x < 1\}$
D) $\{x \mid -3/2 < x < 7/2\}$ E) \emptyset

25) Ако m, n, p и q се реални броеви, $f(x) = mx + n$ и $g(x) = px + q$, тогаш равенката $f(g(x)) = g(f(x))$ има решение:

- A) за секој избор на m, n, p и q B) ако $m = p$ и $n = q$
C) ако $mq - np = 0$ D) ако $n(1-p) - q(1-m) = 0$
E) ако $(1-n)(1-p) - (1-q)(1-m) = 0$

26) На цртежот е дадена кружница K со дијаметар AB . Кружницата L е тангентна на кружницата K и на дијаметарот AB во центарот на кружницата K . Кружницата M е тангентна на кружниците K и L и на AB . Односот на плоштината на кружницата K со плоштината на кружницата M е:

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18
E) ниеден од овие одговори

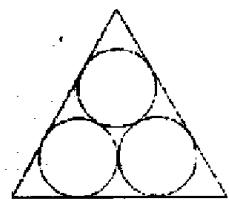


27) Нека C_1, C_2 и C_3 се три паралелни тетиви од кружница. Растојанието меѓу C_1 и C_2 е еднакво со растојанието меѓу C_2 и C_3 . Должините на тетивите се 20, 16 и 8. Радиусот на кружницата е:

- A) 12 B) $4\sqrt{7}$ C) $\frac{5\sqrt{65}}{3}$ D) $\frac{5\sqrt{22}}{2}$ E) нема доволно податоци.

28) Секоја од трите кружници е надворешно тангентна на другите две и секоја страна од триаголникот е тангента на две од трите кружници. Ако радиусот на секоја кружница е 3, тогаш периметарот на триаголникот е:

- A) $36 + 9\sqrt{2}$ B) $36 + 6\sqrt{3}$ C) $36 + 9\sqrt{3}$
 D) $18 + 18\sqrt{3}$ E) 45



29) Ако $T = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$, колку е T^2 ?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{5}$ E) друг одговор

30) Еден број n е запишан со 1995 цифри 9 во десетичен броен систем. Колку цифри 9 има во записот на n^2 ?

- A) 0 B) 1 C) 1994 D) 1995 E) 1996