

Прва мала македонска математичка олимпијада 2022
Скопје, 18.06.2022, Машински факултет
IV одделение

1. На цртежот е прикаан календарот за еден месец во годината. Но при тоа, мастилото кое се истурило ги прикрило поголем дел од него, кој не може да се види. Кој ден бил 25-ти тој месец?

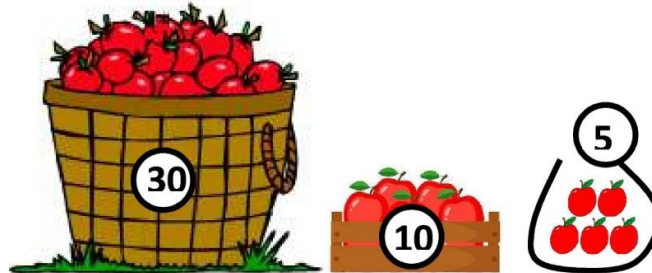
По	В	Ср	Ч	Пе	Са	Н
		1	2	3		5
6	7	[Masked]				
13	14					

(A) Понеделник (B) Среда (C) Петок (D) Сабота (E) Недела

Решение.// Одма да забележиме дека деновите 3,13,20,27 се во понеделник, 7,14,21,28 се во вторник; деновите 1,8,15,22,29 се во среда; деновите 3,10,17,24,31 се во четврток; деновите 4,11,18,25 се во петок.

Значи денот 25 е во ПЕТОК. Точен е одговорот под (C).

2. Градинарот има неколку корпи со по 30 јаболка, неколку гајби со по 10 јаболка и неколку кеси со по 5 јаболка. Тој сака да подари 40 јаболка. При тоа сака да подари цели корпи, цели гајби и цели кеси (да не ги двој јаболата од корпите, гајбите и кесите). На колку начини тој може тоа да го направи?



(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 5

(E) 7

Решение.//Барантие можности се

$$4 \cdot 10 = 40$$

$$3 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 40$$

$$2 \cdot 10 + 4 \cdot 5 = 40$$

$$1 \cdot 10 + 6 \cdot 5 = 40$$

$$8 \cdot 5 = 40$$

$$30 + 10 = 40$$

$$30 + 2 \cdot 5 = 40$$

Значи има 7 такви можности, и точен е одговорот под (E).

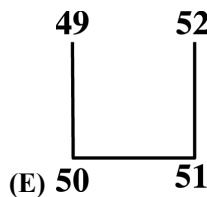
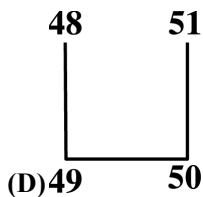
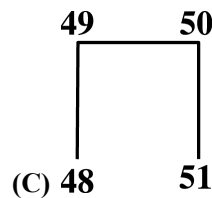
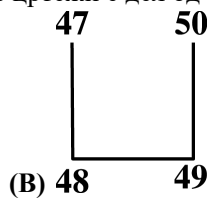
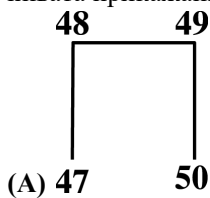
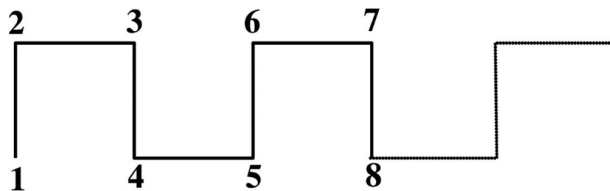
3. Во моето училиште има шест врати од шест различни училници. На секоја врата има запишано точно еден од броевите од 1 до 6. Марко ја напуштил училницата со број 3. Лево од него биле прво училницата со број 1, а потоа училницата со број 2. Десно од него биле прво училницата со број 5, потоа училницата со број 4 и на крајот училницата со број 6. Бисера ја

напуштила училницата со број 6. Во кој редослед Бисера ги поминува останатите училници според броевите запишани на нивните врати?

- (A) 4, 5, 1, 2, 3 (B) 4, 5, 3, 2, 1 (C) 5, 4, 3, 1, 2
 (D) 4, 5, 3, 1, 2 (E) 5, 4, 1, 2, 3

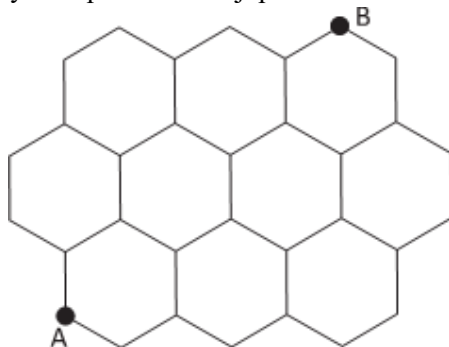
Решение.// Јасно е дека до училницата со реден број 3 се училниците со броеви 1 и 5. До училницата со реден број 5, од другата страна е училницата со реден број 4, а до училницата со реден број 1 од другата страна е училницата со реден број 2. Според тоа, редоследно од лево кон десно се училниците со броеви 4,5,3,1,2. Значи, точен е одговорот под (D).

4. На шемата десно се запишани броевите од 1 до 100 редоследно, при што број е запишан на почетокот на шемата, во секој агол од шемата и на крајот од шемата. На цртежот е даден почетокот на шемата со некои од запишаните броеви. Кое од парчињата прикажани на долните цртежи е дел од оваа шема?



Решение.// Ако ги избереме квадратите со четири темиња, кои се свртени нагоре, тогаш во ској од нив се бројки од облик $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$. Според тоа, овој услов го задоволува само третиот квадрат, т.е. точен е одговорот под (C).

5. Движењето од точката А до точката В е можно само по страните на шестаголниците кои се дадени на цртежот. Колку има различни најкратки патишта од точката А до точката В?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) повеќе од 4

Решение.//Најкраткото растојание е 8. Такви патишта има 4.

6. На една стара книга и недостасуваат првите 142 страни, па започнува со 143-та страна, а завршува со страна нумерирана со број со истите цифри, 1, 3 и 4, но запишани во друг редослед. Ако сега книгата има цел број листови, колкав е нивниот број?

Одговор. Книгата има 157 листа.

Решение. Бројот на страни на книгата треба да е парен број. Единствен парен број од цифрите 1,3 и 4 е бројот 314. Цифрата 1 не може да е прва цифра. Значи бројот на страни е 314, а бројот на листови е 157.

7. Збирот на два броја е 2022. Ако на едниот број му додадеме 222, а на другиот му одземеме 200, ќе добиеме еднакви броеви. Кои се тие броеви?

Одговор. Броевите се 800 и 1222.

Решение. Од условите на задачата имаме дека $x + y = 2022$. Од друга страна за истите тие броеви имаме дека $x + 222 = y - 200$, односно $y = x + 422$. Сега, со замена во првата равенка имаме дека

$$x + x + 422 = 2022$$

$$2x = 1600$$

$$x = 800$$

Според тоа, едниот број е 800 а другиот е 1222.

8. Дали може во полињата на квадратна 10×10 табла да се запишат 10 десетки, 10 деветки, 10 осумки, 10 седумки, 10 шестки, 10 петки, 10 четворки, 10 тројки, 10 двојки и 10 единици, во секое поле по еден број, така што во секој 5×5 квадрат збирот на броевите да е еднаков?

Решение. Не е можно. Со две линии ќе го поделиме квадратот на четири еднакви дела, при што секој квадрат е со димензии 5×5 . И нека претпоставиме спротивно, т.е. дека во секој во квадратите збирот на броевите е ист. Нека тој број е S . Тогаш збирот на броевите е $4S$. Но збирот на реалниот збир на броевите е

$$K = 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 = 10(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 550$$

Значи $4S = 550$. Бројот S е природен број, и $S = 550/4$, што не е можно. Значи, бараната распределба на броевите не постои.

Точни одговори

1	2	3	4	5	6	7	8
C	E	D	C	D	157	800 и 1022	Не може