

III и IV година

Тестот се работи за време од 1h и 15 min.

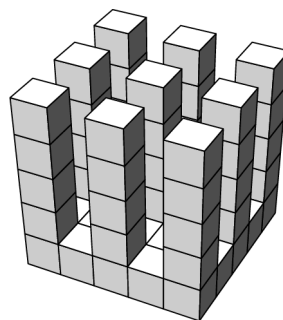
За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поени со кое тоа прашање се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, така што вкупниот можен број на освоени поени е 150. Калкулатори не се дозволени.

Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени

1. Ако од голема коцка со димензии $5 \times 5 \times 5$ извадиме мали коцки со димензии $1 \times 1 \times 1$, се добива тело како на цртежот, составено од мали коцки една над друга, кои се поставени на истата основа која ја има и големата коцка.

Колку мали коцки се извадени?

- (A) 56 (B) 60 (C) 64 (D) 68 (E) 80



2. Денес е роденденот на Ана, Елена и Марија. Збирот на нивните години сега е 44. Кој следен двоцифрен број со исти цифри ќе биде збир на нивните години?

- (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88 (E) 99

3. Ако $a^b = \frac{1}{2}$ колку е вредноста на a^{-3b} ?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) 8 (C) -8 (D) 6 (E) $\frac{1}{6}$

4. Има 48 топчиња сместени во три различни по големина кошници. Најмалата и најголемата кошница заедно содржат два пати повеќе топчиња, отколку што има во средната кошница. Во најмалата кошница има половина од бројот на топчиња отколку во средната по големина кошница. Колку топчиња има во најголемата кошница?

- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 32

5. $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}} = ?$

- (A) 2^{2011} (B) 2^{2012} (C) 2^{2013} (D) 1 (E) 2

6. Кој од следните изрази не го содржи $b+1$ како множител?

- (A) $2b+2$ (B) b^2-1 (C) b^2+b (D) $-1-b$ (E) b^2+1

7. Колку цифри има резултатот од следниов производ: $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$?

- (A) 22 (B) 55 (C) 77 (D) 110 (E) 111

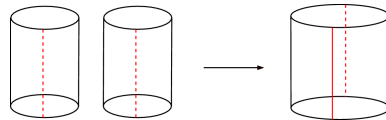
8. Никола има тајно email сандаче, за кое знаат само 4 пријатели. Денес тој добил 8 email-а. Које од следниве тврдења е со сигурност точно?

- (A) Никола добил по 2 email-а од секој пријател.
(B) Никола не може да добие 8 email-а од еден пријател.

- (C) Никола добил барем по еден email од секој од неговите пријатели.
 (D) Никола добил најмалку 2 email-а од еден од неговите пријатели.
 (E) Никола добил најмалку 2 email-а од два различни пријатели.

9. Два идентични цилиндри се пресечени вдолж испрекинатите линии и се залепени така што формираат еден голем цилиндар – (види цртеж). Што може да се каже за волуменот на големиот цилиндар, во однос на волуменот на еден од малите цилиндри?

- (A) Има два пати поголем волумен.
 (B) Има три пати поголем волумен.
 (C) Има π пати поголем волумен.
 (D) Има четири пати поголем волумен.
 (E) Има осум пати поголем волумен.



10. Во бројот 2014 цифрите се различни и последната цифра е поголема од збирот на останатите три цифри. Пред колку години ова се случило за последен пат?

- (A) 5 (B) 215 (C) 305 (D) 395 (E) 485

Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени

11. Еден квадар има димензии $a \times b \times c$, каде што $a < b < c$. Ако ги зголемиме a или b или c со даден позитивен број, волуменот на квадарот ќе се зголеми исто така. Во кој од следниве случаи зголемувањето на волуменот е најголемо?

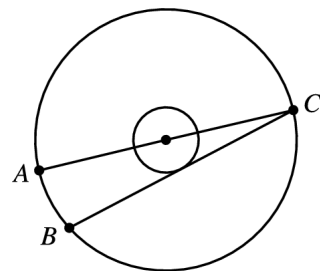
- (A) Ако се зголеми a .
 (B) Ако се зголеми b .
 (C) Ако се зголеми c .
 (D) Зголемувањето на волуменот е исто во A), B), C).
 (E) Зависи од вредностите на a , b , c .

12. На фудбалски натпревар, победникот освојува 3 поени, тимот што изгубил добива 0 поени, а во случај на нерешен резултат, секој од тимовите добива по 1 поен. Четири тима A, B, C, D учествувале во фудбалски турнир. Секој од тимовите игра три натпревари: по еден со секој од останатите тимови. На крајот од турнирот, тимот A има 7 поени, а тимовите B и C имаат по 4 поени. Колку поени има тимот D?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

13. Радиусите на две концентрични кружници се однесуваат како 1 : 3. AC е дијаметарот на големата кружница; BC е тетива во големата кружница и е во исто време тангента на малата кружница; и должината на AB е 12. Тогаш радиусот на големата кружница е:

- (A) 13 (B) 18 (C) 21 (D) 24 (E) 26



14. Колку тројки цели броеви (a, b, c) такви што $a > b > c > 1$ го задоволуваат неравенството $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

- (A) ниту една (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) бесконечно многу

15. Нека a, b, c се ненулти броеви, а n е природен број. Познато е дека броевите $(-2)^{2n+3} a^{2n+2} b^{2n-1} c^{3n+2}$ и $(-3)^{2n+2} a^{4n+1} b^{2n+5} c^{3n-4}$ имаат ист знак. Кое од следните тврдења е сигурно точно?

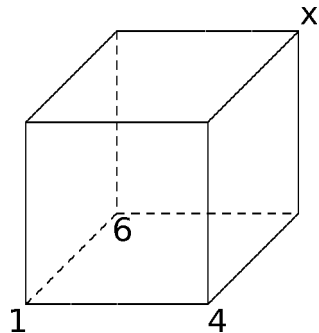
- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $a < 0$ (E) $b < 0$

16. Шест седмици имаат $n!$ секунди. Тогаш n е:

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 12

17. Темињата на коцка се нумерирани со броеви од 1 до 8 на таков начин што резултатот при собирање на четирите броеви на темињата на ист ѕид, е ист за сите ѕидови. Броевите 1, 4 и 6 веќе се распоредени на некои темиња како што е прикажано на цртежот. Кој број е придружен на темето x ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 8



18. На етикетата на пакетче сирење пишува: 24 % вкупно масти. На истата етикета пишува: 64 % масти во сува материја. Кој е процентот на вода во ова сирење?

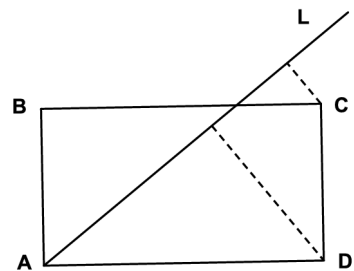
- (A) 88 % (B) 62.5 % (C) 49 % (D) 42 % (E) 37.5 %

19. Правата L минува низ темето A од правоаголникот $ABCD$. Растојанието од точката C до L е 2, а растојанието од точката D до L е 6. Ако AD е два пати поголема од AB , најди ја должината на AD .

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) $4\sqrt{3}$

20. Функцијата $f(x) = ax + b$ ги задоволува равенствата $f(f(f(1))) = 29$ и $f(f(f(0))) = 2$. Која е вредноста на a ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



Секоја од задачите со рен број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

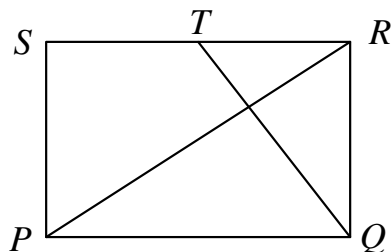
21. Нека се дадени 10 меѓу себе различни позитивни цели броеви, од кои точно 5 се деливи со 5 и точно 7 од нив се деливи со 7. Нека M е најголемиот од овие 10 броеви. Која е најмалата можна вредност за M ?

- (A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 63 (E) ниту една од предходните

22. $PQRS$ е правоаголник. Нека точката T е средина на страната RS . QT е нормална на дијагоналата PR . Колкав е односот $PQ : QR$?

- (A) 2:1 (B) $\sqrt{3}:1$ (C) 3:2 (D) $\sqrt{2}:1$ (E) 5:4

23. Има 9 кенгури наречени Големи кенгури. Тие имаат или сребрена или златна



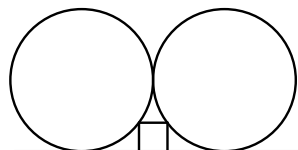
боја. Кога 3 Големи кенгури случајно ќе се сретнат има две третини шанса ниту еден од нив да не е сребрен. Колку Големи кенгури се златни?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

24. Квадрат е поставен меѓу хоризонтална права и две кружници со радиус 1, што се допираат.

Колкава е страната на квадратот?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$



25. Филип сака да напише неколку различни позитивни цели броеви и ниту еден од нив да не е поголем од 100. Нивниот производ не треба да е делив со 54. Колку најмногу броеви може Филип да напише?

- (A) 8 (B) 17 (C) 68 (D) 69 (E) 90

26. Два правилни многуаголници имаат заедничка страна AB со должина 1 и се наоѓаат на спротивни страни од неа AB . Едниот од нив е петнаесетаголник, $ABCD\dots$, а другиот е n -аголник, $ABZY\dots$. За која вредност на n растојанието CZ е еднакво на 1?

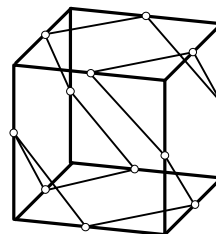
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18

27. Равенствата $k = (2014 + m)^n = 1024^n + 1$ се дадени за природни броеви k , m , n . Колку различни вредности може да прими m ?

- (A) ниту една (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) бесконечно многу

28. Дијаграмот покажува полигон чии што темиња се средини на рабовите на коцка. Внатрешен агол на полигонот се нарекува аголот меѓу две страни кои имаат едно заедничко теме. Колкав е збирот на сите внатрешни агли во полигонот?

- (A) 720 (B) 1080 (C) 1200 (D) 1440 (E) 1800



29. Функцијата $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ги задоволува следниве услови $f(4) = 6$ и $xf(x) = (x-3)f(x+1)$.

Пресметај ја вредноста на $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$?

- (A) 2013 (B) 2014 (C) $2013 \cdot 2014$ (D) $2013!$ (E) $2014!$

30. Во шумите на маѓепсан остров живеат три вида животни: лавови, волци и кози. Волците можат да ги изедат козите, а лавовите можат да ги изедат и волците и козите. Но, бидејќи островот е маѓепсан: ако волк изеде коза, се претвора во лав. Ако лавот изеде коза, се претвора во волк. Ако лавот изеде волк, се претвора во коза. На почетокот на островот имало 17 кози, 55 волци и 6 лавови. Колку најмногу животни можат да останат на островот откако нема да можат веќе да се јадат меѓу себе?

- (A) 1 (B) 6 (C) 17 (D) 23 (E) 35