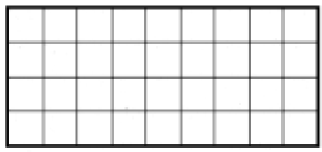
Самоил Малчески, Скопје

РАСЕКУВАЊЕ И СОСТАВУВАЊЕ НА ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ II

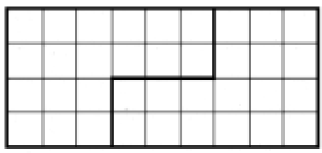
Во претходниот број се осврнавме на неколку елементарни задачи поврзани со расекувањето и составувањето на геометриски фигури. Во овој дел, прво ќе разгледаме два елементарни проблеми, а потоа ќе се задржиме на уште два посложени проблеми, за чие решавање се неопходни поголеми предзнаења.

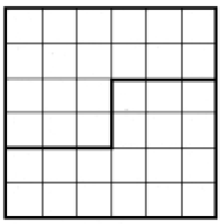
Задача 7. На цртежот десно даден е правоаголник со димензии 4×9. Расечи го правоаголникот на два дела од кои ќе составиш квадрат!



Решение. Плоштината на дадениот правоаголникот е еднаква на $4\cdot 9=36cm^2$. Според тоа, страната на квадратот кој треба да се состави треба да биде еднаква на $6cm$.

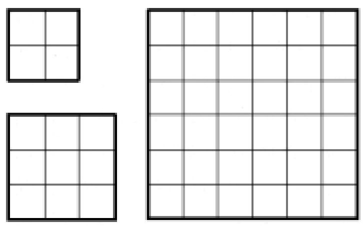
Ако на двете подолги страни на правоаголникот од спротивните темиња земеме отсечки со должини по $6cm$, тогаш ќе останат отсечки со должини по $3cm$. Должината на помалата страна на правоаголникот е еднаква





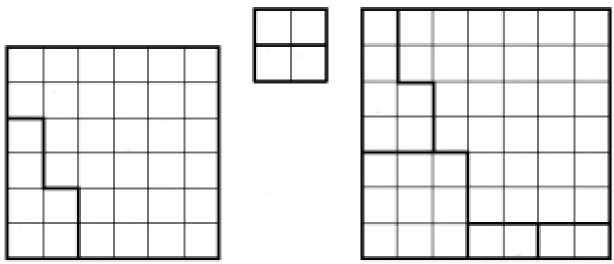
на $4cm$, па затоа за да истата се дополни до $6cm$ потребно е да и се додадат по $2cm$. Последното може да се направи ако правоаголникот се расече како што е прикажано на горниот цртеж. Конечно, со составување на двата добиени дела на начин прикажан на цртежот лево се добива бараниот квадрат.

Задача 8. Дадени се три квадрати со димензии $2\times 2, 3\times 3$ и 6×6 (цртеж десно). Со расекување на по два дела на квадратите со димензии 2×2 и 6×6 состави квадрат со димензии 7×7?

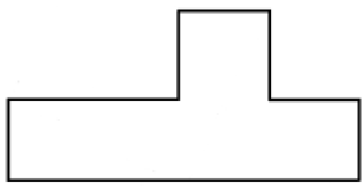


Решение. Прво да забележиме дека збирот на плоштините на дадените квадрати е еднаков на $2^2+3^2+6^2=49cm^2$, т.е. тој е еднаков на плоштината на бараниот квадрат со страна $7cm$, па затоа има логика да го побараме бараното расекување на квадратите и составувањето на новиот квадрат.

Понатаму, бидејќи според условот квадратот со димензии 3×3 не се расекува, добиваме дека овој квадрат целиот учествува во составувањето на новиот квадрат, што значи дека деловите кои се добиваат од останатите два квадрати треба да надополнат должини на страни еднакви на $4cm$. Јасно, тоа може да се постигне само со соодветно расекување на квадратот со димензии 6×6, кој треба да се расече на два дела, што значи дека отпаѓа можноста од негово теме да се отсече квадрат со димензии 2×2, бидејќи во тој случај неможе од добиените фигури да се состави квадрат со димензии 7×7. Останува да ја разгледаме можноста од квадратот 3×3 и од двата дела на квадратот 6×6 да се состави делот од квадратот 7×7 во кој недостауваат 4 квадрати со димензија 1×1, но кои се распоредени така истите се покријат со двата дела на кои е расечен квадратот 2×2. Можни расекувања на квадратите 6×6 и 2×2 се дадени на првиот и вториот цртеж долу, а додека составениот 7×7 е даден на третиот цртеж долу.



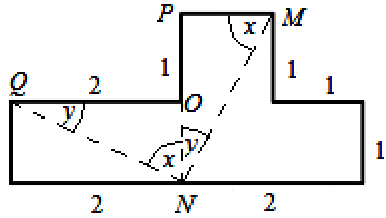
Задача 9. Фигурата на цртежот десно е составена од 5 единечни квадрати. Подели ја дадената фигура на три делови, но така да од нив составиш квадрат.



Решение. Според условот плоштината на дадената фигура е еднаква на $5cm^2$, па затоа должината на страната на квадратот кој треба да се состави треба да биде еднаква на $\sqrt{5}cm$. Понатаму, бидејќи поделбата ја правиме со прави линии, потребно е да видиме дали со повлекување на некоја права може да се добие отсечка со должина $\sqrt{5}cm$.

Забележуваме дека како и да повлечеме права, која не е хоризонтална или вертикална права (при вакво повлекување не може да се состави бараниот квадрат), ќе добиеме отсечка која е хипотенуза на некој правоаголен триаголник.

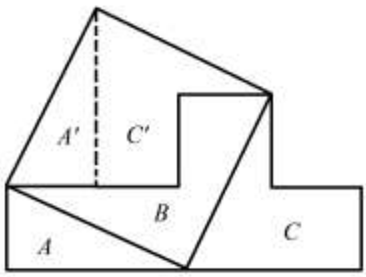
Да ги разгледаме триаголниците MNP и NQO дадени на цртежот десно. Јасно, овие два триаголници се складни, па затоа



$$\measuredangle QNM = \measuredangle QNO + \measuredangle ONM = x + y = 90^\circ .$$

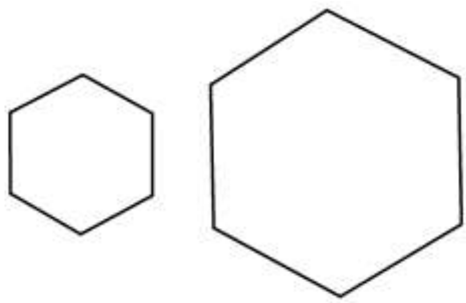
Освен тоа,

$$\overline{QN} = \overline{MN} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}cm ,$$



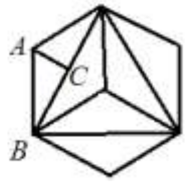
што значи дека ако направиме расекување по линиите MN и QN, петаголникот $QNMPO$ содржи едена агол и две од страните на квадрат со страна $\sqrt{5}cm$. Јасно, од добиените три делови може да се состави квадрат со страна $\sqrt{5}cm$, цртеж лево.

Задача 10. На цртежот десно се дадени два правилни шестаголници со страни $\sqrt{3}$ и $3cm$. Расечи го помалиот шестаголник, но така да со составување на поголемиот шестаголник и добиените делови од расекувањето на помалиот шестаголник составиш нов правилен шестаголник.

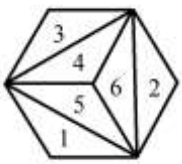


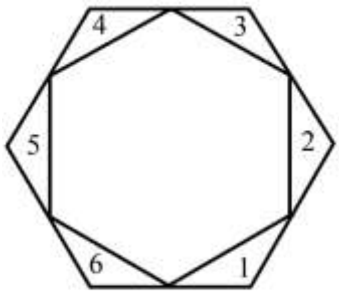
Решение. Со $a = \sqrt{3}, b = 3$ и c да ги означиме должините на страните на трите шестаголници. Плоштините на дадените шестаголници се еднакви на $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{3b^2\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$, па затоа за плоштината на бараниот шестаголник добиваме $\frac{3c^2\sqrt{3}}{2} = \frac{36\sqrt{3}}{2}$. Според тоа, должината на страната на бараниот шестаголник е $c = 2\sqrt{3}cm$.

Од друга страна, за да со додавање на деловите добиени од расекувањето се добие нов шестаголник потребно е тие да се додаваат симетрично на секоја од страните на големиот шестаголник и тоа така да се покрива цела негова страна. Тоа значи дека малиот шестаголник треба да се подели на шест складни делови, што е можно ако истиот стандардно се подели на шест складни рамнострани триаголници со должина на страна $\sqrt{3}cm$ или пак се подели на шест складни рамнокраки триаголници со агли при основата еднакви на 30°, (види цртеж десно, на кој во еден од делбените триаголници е повлечена висината кон основата). Јасно, триаголникот ABC е половина од рамностран триаголник, па затоа $\measuredangle ABC = 30^\circ$ и $\overline{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$, од што следува дека должините на основите на делбените триаголници се еднакви на $3cm$.



Конечно, од претходно изнесеното следува дека можеме да го составиме бараниот шестаголник. Поделбата на малиот шестаголник и распоредот на добиените делбени делови, се со цел да се добие бараниот шестаголник се дадени на левиот и десниот цртеж долу, соодветно.





На крајот од ова наше дружење, без образложение ќе го презентираме решението на шестата задача, кое е дадено на цртежот десно.