Ристо Малчески
Скопје

МАТЕМАТИЧКИ ИГРИ I

1. МАТЕМАТИЧКА ИГРА, ШТО Е ТОА?

Под ***математичка игра*** се подразбира низа постапки (вообичаено се нарекуваат *потези*), кои според определени *правила* ги прават *двајца противници* со желба да постигнат определена *цел* и така да извојуваат *победа*.

Овие игри се такви што однапред може да се констатира: дали едниот од двајцата играчи може да игра така што сигурно ќе победи (*победничка стратегија*), или барем играта да се заврши без победник, без разлика како ќе постапува неговиот противник. Значи, станува збор за игри кои можеме математички да ги анализираме со цел, доколку е тоа можно, врз основа на анализата да изградиме стратегија која сигурно ќе не носи до победа. Дури и во случај на неповолна ситуација, може да се размислува за стратегија која не носи до победа во случај противникот да згреши.

Игрите математички може да се анализираат на повеќе начини, на пример:

1. со помош на дрво (ако не се преголеми - ако разгранувањето не е преголемо) и
2. од крај па наназад (што треба последно да направи едниот од играчите за да победи).

Овие задачи - игри може да бидат од наједноставни до многу сложени. Интересно е што овие игри се дел од нашето секојдневие. Може да се каже дека ние секој ден играме игри. Најчесто се тоа: шаховските игри, дама, некои игри со карти и сл.

Порано шахистите се загрижиле дека ги одиграле скоро сите партии кои што може да се играат во шахот и дека во иднина ќе треба само да ги повторуваат одиграните и проучените партии. Мислеле дека шаховските турнири ќе изгубат смисол. Тогаш се појавиле предлози, да ги изменат правилата, таблата да ја прошират на 100 полиња и да се внесат покрај топовите уште две нови фигури. Но, математичарите ги увериле дека сето тоа е непотребно. Пресметале приближно колку разни партии шах може да се одиграат по тие правила. Имено, кога сите луѓе на Земјата би играле шах дење и ноќе, без никакви размислувања, правејќи по еден потез во секоја секунда, ќе требаат повеќе од 10^{100} векови да се исцрпат сите можни партии шах.

Овде нема да се задржиме на шахот, како математичка игра, туку ќе разгледаме некои математички игри и стратегиите за успешно играње на истите.

2. КОЈ ПРВ ДО СТО

Билјана и Деспина ја играат следната игра. Билјана кажува еден природен број кој не е поголем од 10. Деспина на овој број му додава природен број кој не е поголем од 10 и го кажува добиениот збир. Така наизменично му додаваат на претходниот број броеви кои што не се поголеми од 10. Победник е таа која ќе каже 100.

Дали постои начин Билјана постојано да победува?

Решение. Ќе ја спроведеме анализата "од крај па на назад". Јасно е дека победник е оној што ќе го каже бројот 89, бидејќи противникот може на овој број да му додаде најмалку 1, а најмногу 10. Така се добива збир меѓу 90 и 99. Сега оној кој кажал 89 додавајќи соодветен број добива збир 100. Враќајќи се station наназад, гледаме дека збирот 89 ќе го соопшти оној играч кој што претходно ќе соопшти 78, итн. Значи, оној што игра прв може да ја добие секоја партија ако прво го соопшти бројот 1, а по додавањето на број од страна на противникот, ако го дополнува збирот до 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 и 89. Според тоа, ако Билјана игра прва, тогаш постои начин да ја добие секоја партија.

3. ГУБИ ТОЈ ШТО ЗЕМА ПОСЛЕДЕН

Игра 1. На масата има две купчиња со еднаков број камчиња, при што во секое купче има повеќе од едно камче. Рампо избира едно од купчињата и зема од избраното купче едно или повеќе камчиња. Методија исто така избира едно од купчињата и зема едно или неколку камчиња итн. Играта ја губи оној играч кој што треба да земе последен. Дали постои стратегија со која Методија секогаш ја добива играта?

Решение. Да, таква стратегија постои. Имено, ако при првото земање Рампо ги земе сите камчиња од избраното купче, тогаш Методија од другото купче остава само едно камче и така ја добива играта.

Ако пак при првото земање Рампо остави едно камче, тогаш Методија од другото купче ги зема сите камчиња и така ја добива играта. Во случај кога Рампо во избраното купче остава повеќе од едно камче, Методија го избира купчето од кое не зел Рампо и зема онолку камчиња колку што зел Рампо од другото купче, така што во двете купчиња повторно има еднаков број камчиња. Со оваа стратегија Методија продолжува да игра до крај.

Игра 2. На масата имаме две купчиња со различен број камчиња, при што во секое купче има повеќе од две камчиња. Илија избира едно од купчињата и зема од избраното купче едно или повеќе камчиња. Костадин исто така избира едно од купчињата и зема едно или неколку камчиња итн. Играта ја губи оној играч кој што треба да земе последен. Дали постои стратегија (начин) со која Илија секогаш ја добива играта?

Решение. Да таква стратегија постои. Таа сратегија е следната: При првото земање Илија го избира поголемото купче и зема онолку камчиња така што, во двете купчиња да остане ист број камчиња. Ако Костадин ги земе сите камчиња од едно од купчињата тогаш Илија од другото купче ќе остави само едно камче и ја добива играта. Ако пак Костадин остави едно камче, тогаш Илија ги зема сите камчиња од другото купче и во овој случај ја добива играта. Во случај кога Костадин во избраното купче остава повеќе од едно камче, Илија во овој случај го избира купчето од кое не зел Костадин и зема онолку камчиња колку што Костадин зел од другото купче, така што во двете купчиња повторно има еднаков број на камчиња. Со оваа стратегија Илија продолжува да игра до крај на играта.

4. ГУБИ ТОЈ ШТО НЕ МОЖЕ ДА ПОДЕЛИ

Јасна и Маја ја играат следната игра: од две купчиња со камчиња Јасна го зема едното, а другото произволно го разделува на две купчиња. Маја зема едно од двете нови купчиња, а другото произволно го разделува на две нови купчиња и т.н. Во кој случај со вистинска стратегија играта ја добива Јасна, а во кој случај Маја? Која е стратегијата?

Решение. Ако барем едното купче е “парно”, тогаш тоа купче Јасна ќе го раздели на две “непарни” купчиња. Маја избирајќи го едното од тие купчиња, другото ќе го раздели на “парно” и “непарно”. Сега, одново Јасна ќе го избере “непарното” купче, а “парното” ќе го раздели на две “непарни” итн. се до последниот потег на Маја, на која ќе и останат две купчиња со по едно камче, коишто се разбира не можат да се поделат, па затоа Маја ја губи играта.

Кога и двете купчиња имаат непарен број камчиња, тогаш после првиот потег на Јасна, Маја е во позиција да има на располагање “парно” и “непарно” купче, па затоа во овој случај Маја ја добива играта.

Значи, стратегијата во оваа игра е: на противникот да му оставите на располагање две “непарни” купчиња.

5. ДОСТИГНЕТЕ 15

Играат двајца играчи. Првиот играч го запишува кој и да било од броевите меѓу 1 и 9 во некое поле од квадратот на цртежот. Вториот играч потоа запишува некој друг број во друго поле, притоа водејќи сметка првиот играч во некој од следните потези да не пополни ред, колона или дијагонала со број кој со претходно запишаните два броја ќе даде збир 15. Потоа повторно е на ред првиот играч итн., се додека не бидат пополнети сите полиња.

Победник е оној играч кој ќе успее со некој потег да пополни ред со збир 15, или да го пополни последното поле.

3			
2			
1			
	a	b	c

Решение. Првиот играч ја добива играта независно од постапките на својот противник во следните случаи:

a) Ако при својот прв потег во централното поле го запишува бројот 5. Во случај, ако вториот играч го запише бројот x во било кое друго слободно поле, првиот играч треба да го запише бројот $10-x$ во полето кое е централно симетрично на тоа поле во однос на центарот на квадратот.

b) Ако при својот прв потег го запише бројот 5 во кое и да било аголно поле. Тогаш кога вториот играч потоа, ќе запише кој и да било број x во едно од двете полиња кои се соседни со полето од спротивниот агол (во спротивно веднаш ја губи играта), првиот играч треба да го запише бројот $10-x$ во другото од тие полиња

v) Ако при својот прв потег го запише бројот 5 во кое и да било средно странично поле. Тогаш, ако вториот запише кој и да било број x во некое од полињата кои не се наоѓаат во истиот ред, ниту во истата колона со тоа поле (во спротивно веднаш ја губи играта), првиот играч треба да го запише бројот $10-x$ во полето кое е симетрично на тоа поле во однос на центарот на квадратот.

Со оваа стратегија сигурно ја добива играта.

6. ИГРА СО МОНЕТИ

Игра 1. Двајца играчи поставуваат еднакви монети на тркалезна маса, редејќи ги една до друга. Играта ја губи оној играч, за кој не останува место да постави монета на масата. Дали постои стратегија за сигурно добивање на играта, за кој играч и каква е таа стратегија? Што станува ако масата е правоаголна?

Решение. Играта секогаш ја добива играчот кој ја поставува првата монета. Притоа доволно е да го покрие центарот на масата, а потоа монетите да ги поставува симетрично на монетите на првиот играч во однос на првата монета.

Во случај кога масата е правоаголна добива истата стратегија.

Игра 2. На масата имаме 15 монети. Првиот играч зема 1, 2 или 3 монети. Потоа вториот играч зема 1, 2 или 3 монети итн. додека се земат сите монети. Играта ја губи оној играч, кој треба да земе последен. Кој играч може да ја добие играта и со која стратегија?

Решение. Играта ја добива оној играч кој на противникот ќе му остави 1, 5, 9, 13 монети на масата. Очигледно тоа е првиот играч кој во првиот потез треба да земе две монети, а потоа во секој следен потез треба да зема 1, 2 или 3 монети во зависност од тоа дали вториот играч зел 3, 2 или 1 монета.