Драгољуб Милошевиќ

ОСНОВНИ СВОЈСТВА НА МАГИЧНИТЕ КВАДРАТИ ОД РЕД ЧЕТИРИ

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Познато е дека некои магични квадрати можат да имаат, освен својството кои ги дефинираат (збирот на елементите во секоја колона, секоја редица и секоја дијагонала е еден ист број S; збир во магичниот квадрат) и одредени други својства. Овие својства се често многу интересни и затоа овде ќе покажеме некои од нив кои се однесуваат на магичен квадрат од ред четири.

Својство 1. Збирот на броевите кои се наоѓаат во централниот квадрат (со димензии 2×2, види цртеж) во магичен квадрат од ред четири е еднаков на збирот S во тој магичен квадрат.

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Доказ. Според дадениот цртеж треба да докажеме дека

$$a_6+a_7+a_{10}+a_{11}=S\,.$$

Со s ќе го означиме збирот на броевите во централниот квадрат, т.е.

$$a_6+a_7+a_{10}+a_{11}=s\,.$$

Ако земеме предвид дека збирот на броевите во секоја негова дијагонала е S (според дефинцијата на магичен квадрат), имаме:

$$(a_1+a_6+a_{11}+a_{16})+(a_4+a_7+a_{10}+a_{13})=2S$$

$$(a_6+a_7+a_{10}+a_{11})+(a_1+a_4+a_{13}+a_{16})=2S\,,$$

односно

$$s=2S-(a_1+a_4+a_{13}+a_{16})\,. \qquad (1)$$

Понатаму, збирот на елементите во секоја колона од магичниот квадрат е S па според тоа

$$a_6+a_{10}=S-(a_2+a_{14})$$

и

$$a_7 + a_{11} = S - (a_3 + a_{15}),$$

од каде што добиваме

$$a_6 + a_7 + a_{10} + a_{11} = 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}),$$

т.е.

$$s = 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}) \qquad (2)$$

Сега, од (1) и (2) добиваме

$$\begin{aligned} 2s &= 2S - (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}) + 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}) \\ &= 4S - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - (a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16}) \\ &= 4S - S - S = 2S, \end{aligned}$$

а од равенството $2s = 2S$ добиваме $s = S$ што требаше да се докаже. ■

Својство 2. Збирот на броевите кои се наоѓаат во четирите квадратчињата од магичниот квадрат, кои ги содржат неговите темињата, е еднаков на збирот S на магичниот квадрат.

Доказ. Значи, треба да докажеме дека е исполнето равенството

$$a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16} = S.$$

Бидејќи е покажано дека $s = S$ (својство 1), од равенството (1) непосредно се добива

$$S = 2S - (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}),$$

т.е. исполнето е

$$a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16} = S. \ ■$$

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Својство 3. Ако магичниот квадрат со две негови симетрали се подели на четири помали квадрати, тогаш збирот во секој од нив е еднаков на збирот од броевите кои се наоѓаат во полињата на квадратот што е симетричен со него воодносна центарот на дадениот квадрат.

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Доказ. Треба да покажеме дека кај магичен квадрат од ред четири се исполнети следните равенства:

$$a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = a_{11} + a_{12} + a_{15} + a_{16}$$

$$a_3 + a_4 + a_7 + a_8 = a_9 + a_{10} + a_{13} + a_{14}.$$

Нека

$$a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = s_1,$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{15} + a_{16} = s_2,$$

$$a_3 + a_4 + a_7 + a_8 = s_3,$$

$$a_9 + a_{10} + a_{13} + a_{14} = s_4.$$

Збирот на броевите во првиот е вториот ред, односно во третата и четвртата колона е еднаков на $2S$, па според тоа

$$s_1 + s_2 = 2S \text{ и } s_2 + s_4 = 2S.$$

Со одземање на едното од овие равенства од другото, добиваме на пример $s_1 - s_4 = 0$, односно $s_1 = s_4$.

Ако земеме во предвид дека збирот на броевите во третата и четвртата колона, а исто така во третиот и четвртиот ред на магичниот квадрат е еднаков на $2S$, т.е. $s_2 + s_4 = 2S$ и $s_3 + s_4 = 2S$, од каде што добиваме $s_2 - s_3 = 0$, т.е. $s_2 = s_3$. ■