

Garë ndërkombëtare KENGUR 17.03.2016

Viti i 3-të dhe i 4-ët

Koha në disponim është 1h e 15 min.

Për përgjigje jo të saktë të pyetjes minusohet një e katërta e numrit të pikëve me të cilat vlerësohet kjo pyetje. Për të shmangur rezultat të përgjithshëm negativ në fund shtohen 30 pikë, kështu që sasia maksimale e pikëve të fituara është 150.

Gjatë punës nuk lejohen kalkulatorët.

Cdo detyrë me numër rendor nga 1 deri 10 vlerësohet me 3 pikë

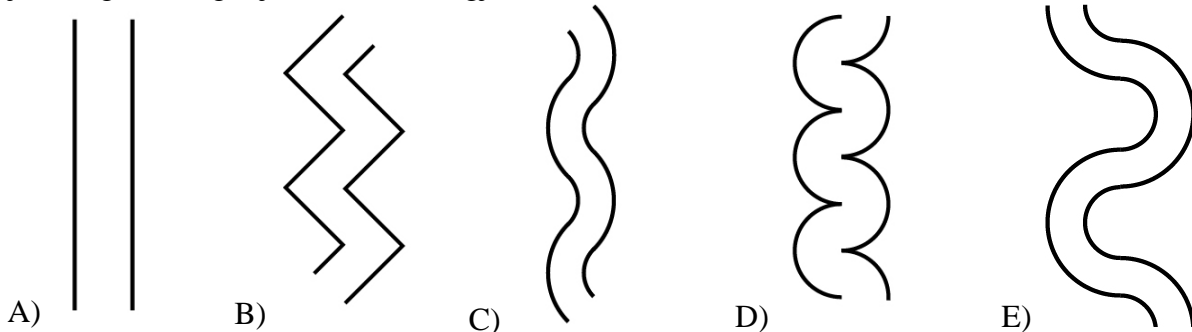
1. Shuma e viteve të Tomit dhe Ivanit është 23, shumën e viteve të Ivanit dhe Aleksit është 24 dhe shumën e viteve të Tomit dhe Aleksit është 25. Sa vjet ka më i vjetri prej tyre?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. Shuma $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ është e barabartë me:

A) $\frac{3}{111}$ B) $\frac{111}{1110}$ C) $\frac{111}{1000}$ D) $\frac{3}{1000}$ E) $\frac{3}{1110}$

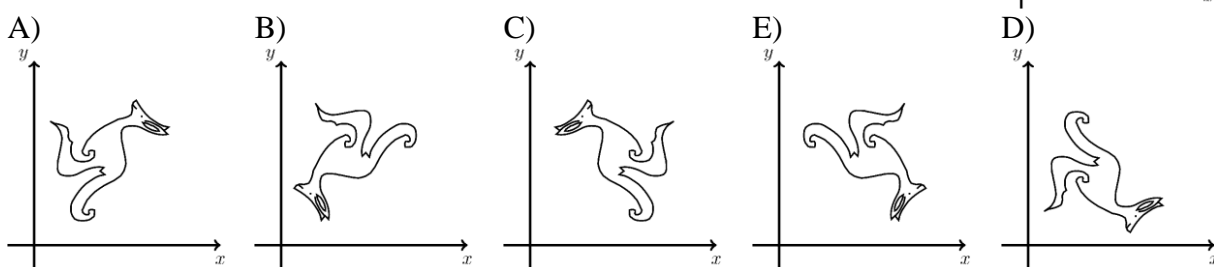
3. Në vizatimet e mëposhtme janë treguar 5 lumenj të ndryshëm. Për cilin prej tyre nuk është përmbushur kushti: „Ura më e vogël e mundshme, e ndërtuar në një pikë të çfarëdoshme nga njëri breg tek bregu tjetër i lumit, ka gjatësi konstante“?



4. Sa numra natyrorë janë më të mëdhenj se $2015 \cdot 2017$ dhe janë më të vegjël se $2016 \cdot 2016$?

A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

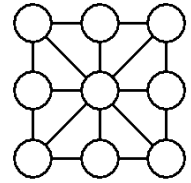
5. Bashkësia e pikave të një plani e paraqitur në sistemin koordinativ kënddrejtë xy paraqet figurën e kengurit, (vizatimi djathtas). Nëse koordinatat x dhe y të çdo pike i ndërrojnë vendet cila figurë do të fitohet?



6. Cili është numri minimal i planeve me të cilët mund të kufizohet pjesë e hapësirës në mënyrë të tillë që largësia midis dy pikave të çfarëdoshme të asaj pjese të jetë më e vogël ose e barabartë me numër të dhënë më parë?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

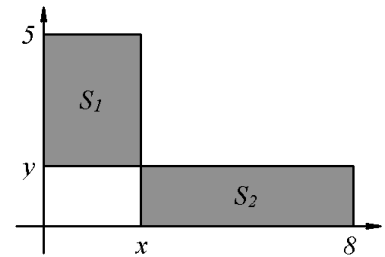
7. Rrathët në vizatimin djathtas janë bashkuar me segmente. I vëzhgojmë tetë trekëndëshat e vegjël, kulmet e të cilëve janë janë rrathët dhe në brinjët e të cilëve nuk ka rrathë të tjerë. Nëpër rrathë shkruaj numra në mënyrë të tillë që shuma e numrave të shkruar në kulmet e të gjithë trekëndëshave të vegjël është e barabartë. Cili është numri më i madh i numrave të ndryshëm që mund të shfrytëzohen për mbushjen e tillë të rrathëve?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) më shumë se 4

8. Drejtkëndëshat S_1 dhe S_2 në vizatimin djathtas kanë suprina të barabarta. Gjeje herësin $\frac{x}{y}$.

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

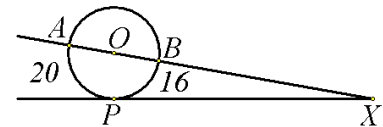


9. Nëse $x^2 - 4x + 2 = 0$, atëherë $x + \frac{2}{x}$ është e barabartë me :

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

10. Nëse gjatësitë e harqeve më të vegjël AP dhe BP në vizatimin djathtas janë përkatësisht 20 dhe 16, atëherë këndi $\sphericalangle AXP$ është i barabartë me :

- A) 30° B) 24° C) 20° D) 15° E) 10°



Cdo detyrë me numër rendor nga 11 deri 20 vlerësohet me 4 pikë

11. Numrat realë pozitivë a, b, c dhe d i plotësojnë barazimet $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$. Cili prej katër numrave a, b, c dhe d është më i madh ?

- A) a B) b C) c D) d E) nuk është mundur të përcaktohet

12. Në secilin drejtkëndësh të piramidës së treguar në vizatimin djathtas është shkruar nga një numër në mënyrë të tillë që numri në secilin prej drejtkëndëshave sipër bazës është i barabartë me prodhimin e numrave të shkruar në dy drejtkëndëshat që ndodhen saktësisht nën të. Cili prej numrave të dhënë nuk mund të shfaqet në drejtkëndëshin në kulmin e piramidës, nëse drejtkëndëshat e bazës përmbajnë numra natyrorë të cilët janë më të mëdhenj se 1?



- A) 56 B) 84 C) 90 D) 105 E) 220

13. Nëse $x_1 = 2$ dhe $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ ($n > 1$), atëherë x_4 është e barabartë me:

- A) 2^3 B) 2^4 C) 2^{11} D) 2^{16} E) 2^{768}

14. Në drejtkëndëshin $ABCD$ gjatësija e BC është e barabartë me gjysmën e gjatësisë së diagonales AC . Le të jetë M pikë mbi brinjën CD e tillë që $\overline{AM} = \overline{MC}$. Gjeje këndin $\sphericalangle CAM$.

- A) $12,5^\circ$ B) 15° C) $27,5^\circ$ D) $42,5^\circ$ E) përgjigje tjetër

15. Drejkëndëshi $ABCD$ ($\overline{AB} > \overline{AD}$) me suprinë 2016 është ndarë në 56 katrorë të ngjashëm. Gjatësitë e brinjëve të drejkëndëshit dhe të katrorëve janë numra të plotë. Sa mundësi të ndryshme ka për përmasat e drejkëndëshit $ABCD$?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

16. Çdo banor i një ishulli është ose vitez, ose gënjeshtar. Vitezët gjithmonë e flasin të vërtetën, ndërsa gënjeshtarët gjithmonë gënjejnë. Gjatë vizitës në ishull një udhëtar takoi shtatë banorë, që rrinin rreth një zjarri. Secili prej tyre i tha : „ Unë rri midis dy gënjeshtarëve.“ Sa gënjeshtarë kishte rreth zjarrit?

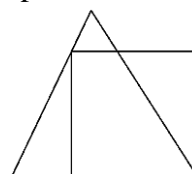
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) nuk mund të përcaktohet

17. Ekuacionet $x^2 + ax + b = 0$ dhe $x^2 + bx + a = 0$ ($a \neq b$) kanë rrënjë reale. Nëse shuma e katrorëve të rrënjëve të ekuacionit të parë është e barabartë me shumën e katrorëve të rrënjëve të ekuacionit të dytë, atëherë shuma $a + b$ është e barabartë me :

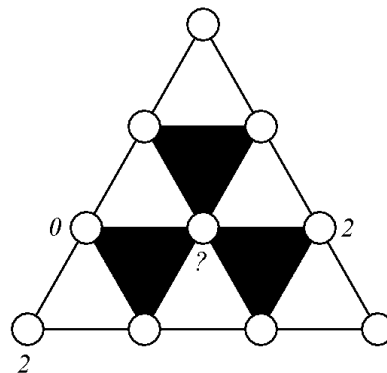
- A) 0 B) -2 C) 4 D) -4 E) nuk mund të përcaktohet

18. Nëse perimetri i katrorit të figurës në vizatimin djathtas është i barabartë me 4, atëherë perimetri i trekëndëshit barabrinjës është i barabartë me :

- A) 4 B) $3 + \sqrt{3}$ C) 3 D) $3 + \sqrt{2}$ E) $4 + \sqrt{3}$



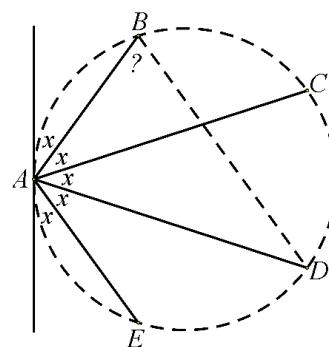
19. Secila prej dhjetë pikave të figurës së treguar në vizatimin djathtas është shënuar me 0, me 1 ose me 2. Është e njohur që shuma e numrave në kulmet e çdo trekëndëshi të bardhë është e plotpjestueshme me 3, ndërsa shuma e numrave në kulmet e çdo trekëndëshi të zi nuk është e plotpjestueshme me 3. Tre prej pikave janë shënuar siç është treguar në vizatim. Cilët numra mund të shfrytëzohen për t'u shënuar në pikën qendrore ?



- A) vetëm 0 B) vetëm 1 C) vetëm 2 D) vetëm 0 ose 1 E) ose 0, ose 1, ose 2

20. Teuta në rreth shënoi pesë pika A , B , C , D dhe E (shiko vizatimin djathtas). Tangentja e rrethit në pikën A dhe katër kordat që e bashkojnë pikën A me katër pikat e mbetura formojnë pesë kënde, të cilët janë të barabartë me x . Gjeje këndin $\sphericalangle ABD$.

- A) 66° B) $70,5^\circ$ C) 72° D) 75° E) $77,5^\circ$



Cdo detyrë me numër rendor nga 21 deri 30 vlerësohet me 5pikë

21. Sa zgjidhje të ndryshme reale ka ekuacioni $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$?

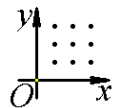
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) pafundësisht shumë

22. Një katërkëndësh është jashtëshkruar një rrethi. Perimetri i katërkëndëshit në raport me gjatësinë e rrethit është 4:3. Raporti i suprinës së katërkëndëshit me suprinën e rrethit, të përcaktuar nga rrethi, është i barabartë me:

- A) $4 : \pi$ B) $3\sqrt{3} : \pi$ C) 16:9 D) $\pi : 3$ E) 4:3

23. Sa ekuacione të gradës së dytë sipas x kanë grafikë që përmbajnë të paktën tre nga pikat e shënuara në vizatimin djathtas?

- A) 6 B) 15 C) 19 D) 22 E) 27



24. Në trekëndëshin kënddrejtë ABC me kënd të drejtë në kulmin A përgjysmoret e këndeve të ngushta priten në pikën P . Nëse largësia nga pika P deri tek hipotenuza është $\sqrt{8}$, të përcaktohet largësia nga pika P deri në pikën A .

- A) 8 B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{12}$ E) 4

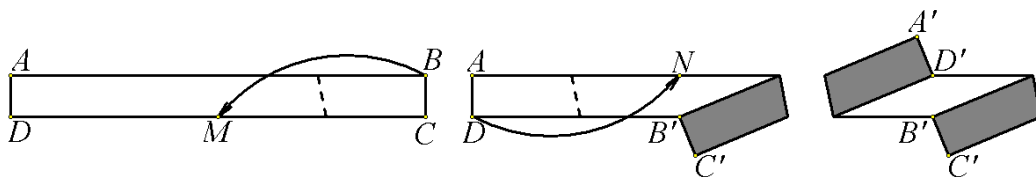
25. Tre numra treshifrorë janë shkruar me shifrat nga 1 deri në 9, ku çdo shifër është përdorur saktësisht vetëm një herë. Cili prej numrave të mëposhtëm nuk mund të jetë i barabartë me shumën e këtyre tre numrave ?

- A) 1500 B) 1503 C) 1512 D) 1521 E) 1575

26. Janë dhënë një kub dhe një pikë në brendësinë e tij. Pika e brendshme është e lidhur me kulmet e kubit, në këtë mënyrë kubi është i ndarë në gjashtë piramida. Vëllimet e pesë prej këtyre piramidave janë 2, 5, 10, 11 dhe 14. Përcaktoje vëllimin e piramidës së gjashtë.

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

27. Një shirit prej letre në formë të drejtkëndëshit $ABCD$ me gjerësi 5 cm dhe gjatësi 50 cm është ngjyrosur nga njëra anë me ngjyrë të bardhë, ndërsa nga tjetra - me gri. Kaltrina e palosi shiritin në mënyrë të tillë që kulmi B u përputh me mesin M të brinjës CD . Pastaj ajo përsëri e palosi shiritin në mënyrë të tillë që kulmi D u përputh me mesin N të brinjës AB (shiko vizatimin). Përcaktoje suprinën në centimetra katrorë të pjesës së bardhë të dukshme të shiritit.

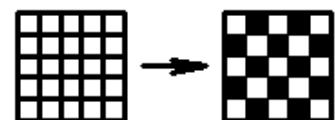


- A) 50 B) 60 C) 62,5 D) 100 E) 125

28. Ana zgjodhi një numër natyror n dhe e llogariti shumën s të të gjithë numrave natyrorë nga 1 deri në n . Numri i thjeshtë p është plotpjesues i shumës s , por nuk plotpjeseton asnjë të mbledhshëm nga shumta s . Cili nga numrat e dhënë mund të jetë i njëjtë me shumën $n + p$?

- A) 217 B) 221 C) 229 D) 245 E) 269

29. Është dhënë katrori me përmasa 5×5 , ai është i ndarë në 25 katrorë të bardhë njësi . Një transformim i katrorit quhet kur ndryshon ngjyra e tre katrorëve të njëpasnjëshëm njësi të cilat gjenden në të njëjtin rresht ose në një të njëjtën kolonë (katrorët e bardhë bëhen të zinj , ndërsa të zinj të bëhen të bardhë). Cili është numri minimal i domosdoshëm i transformimeve që të fitohet kutija e shahut e paraqitur në vizatimin djathtas?



- A) më i vogël se 10 B) 10 C) 12 D) më i madh se 12 E) ngjyrosja nuk është e mundur

30. Numri natyror N ka saktësisht gjashtë pjesuesat e ndryshëm natyrorë duke përfshirë 1 dhe N . Prodhimi i pesë pjesuesve të marrë nga këta gjashtë pjesuesat është 648. Cili nga numrat e dhëna është pjesuesi i gjashtë i N ?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 12 E) 24