

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Замените буквы цифрами (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, а разные – разными) так, чтобы получились верные равенства: (М.Леонтьева)

$$П - О = Б - Е = Д - И = Т + Е = Л + И$$

Ответ. Например, $9 - 3 = 8 - 2 = 7 - 1 = 4 + 2 = 5 + 1$

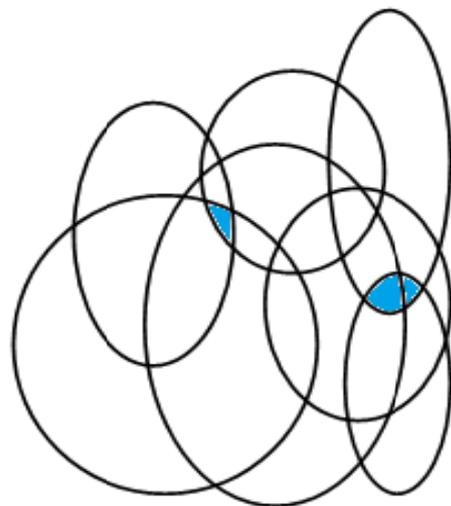
Задача 2. У трёх попугаев есть 9 орехов. У красного на 1 больше, чем у зелёного, а у синего на 1 меньше, чем у зелёного. Сколько орехов у каждого из попугаев? (фольклор)

Ответ. У зелёного 3 ореха, у синего 2 ореха, у красного 4 ореха.

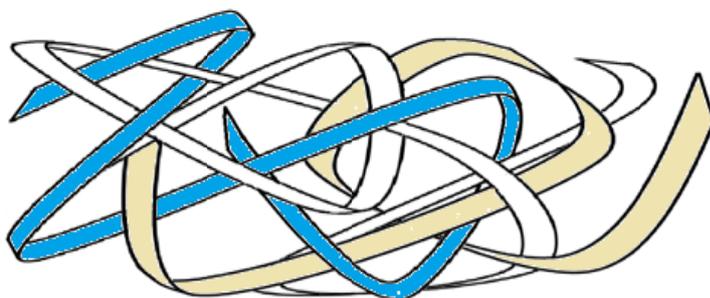
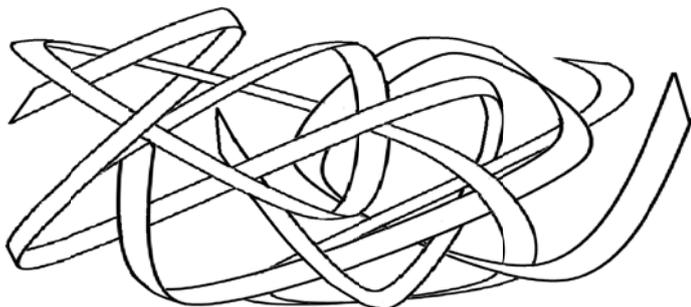
Решение. Пусть красный отдаст 1 орех синему. Тогда у всех будет поровну. Если 9 разделить поровну на троих, то будет по 3 ореха. Значит, у зелёного 3 ореха.

Задача 3. Винни-Пух полетел на 7 воздушных шарах за медом и теперь не может спуститься. У Пятачка есть ружьё, из которого он может выстрелить всего 2 раза. Но если он задевает одним выстрелом несколько шаров, лопаются они все. Покажите, как Пятачок может помочь Винни спуститься, попав во все шары. (Н.Михайловский)

Ответ. Подойдут два выстрела в закрашенные области – по одному в каждую.



Задача 4. Алёна хочет распутать свои ленты. Сколько их тут? (Е.Орехова)

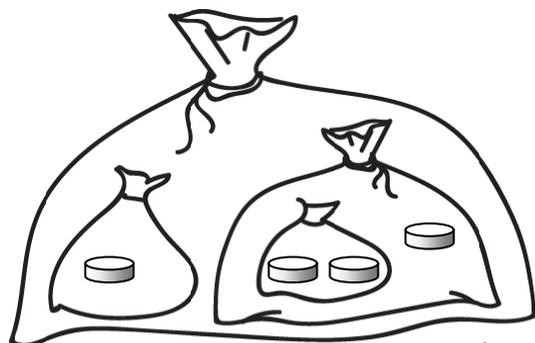


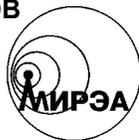
Ответ. 3 ленточки. На рисунке каждая лента выделена своим цветом.

Задача 5. У Буратино есть четыре монеты по 1 сольдо. Он положил их в 4 мешка так, что в каждом мешке лежит разное количество монет. Укажите, какие монеты где лежат. (Е.Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.

Количество монет в мешках – 1, 2, 3 и 4





Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

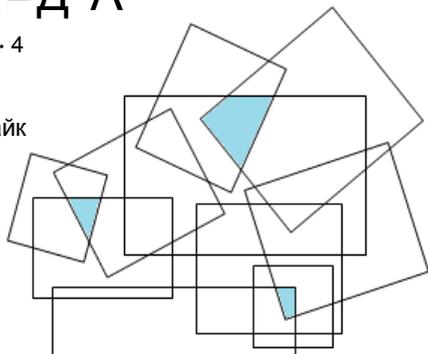
Задача 1. Замените буквы цифрами от 1 до 7 (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, а разные – разными) так, чтобы получились верные равенства: (О.Федорова)

$$O \cdot L = I + M = P + I + A = D \cdot A$$

Ответ. Например, $2 \cdot 6 = 7 + 5 = 1 + 7 + 4 = 3 \cdot 4$

Задача 2. На полу лежало 10 листов бумаги. Майк бросил три дротика, и все листки оказались припилены к полу. Куда попал Майк? (Н.Михайловский)

Ответ. Достаточно попасть дротиками в любую точку каждой из закрашенных областей.

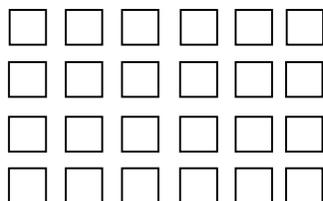


Задача 3. Карабас-Барабас взвешивал монеты. Оказалось, что серебряная монета тяжелее золотой. А серебряная и бронзовая весят столько же, сколько две золотые. Запишите монеты в порядке убывания их весов. (Е.Иванова)

Комментарий в аудиториях: золотые монеты весят одинаково.

Ответ. В порядке убывания весов: серебряная, золотая, бронзовая.

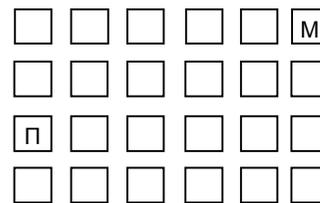
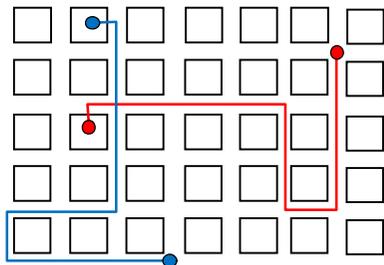
Решение. Если мы положим на две чашки весов серебряную и золотую, то по условию серебряная перевесит золотую. Чтобы уравновесить весы, нужно к золотой добавить груз тяжелее, чем к серебряной. Следовательно, бронзовая легче золотой.



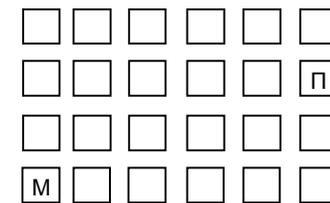
Задача 4. Пьеро вышел из дома, повернул направо и пошел в гости к Мальвине. Он прошел вдоль 3 домов (не считая своего дома), повернул направо, прошел вдоль 2 домов, повернул налево, через дом – еще раз налево, потом прошел еще мимо 3 домов и впереди справа увидел дом Мальвины. В каком доме живет Пьеро, а в каком – Мальвина? (Е.Криволицкая)

Ответ. На рисунке.

Решение. Добавим домов на рисунке и нарисуем маршрут Пьеро от произвольного дома. Заметим, что всего есть четыре варианта такого маршрута, но для всех маршрутов вдоль одно направления должно быть не меньше 5 домов, а вдоль другого – не меньше четырех. Рассматривая план района Пьеро и Мальвины, видим, что вариантов расположения домов два.



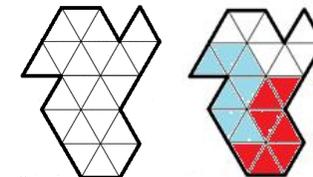
ИЛИ



Задача 5. Разрежьте фигурку на рисунке по линиям сетки на три одинаковые части. (В.Иванов)

Комментарий в аудиториях: равные фигурки – те, которые можно совместить, наложив друг на друга.

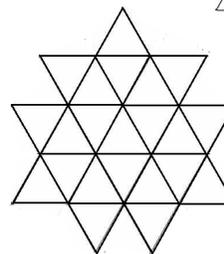
Ответ. На рисунке.



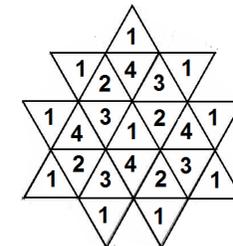
Задача 6. На рисунке слева расставьте в маленькие цифры 1, 2, 3, 4 так, чтобы в любом

треугольнике вида  встречались все четыре цифры. (фольклор)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 7. Винни-Пух написал на листе бумаге двузначное число. Мудрая Сова, посмотрев на листок, сказала, если к этому числу прибавить 3, то получится двузначное число, а если прибавить 9, то



трехзначное. Потом Сова заметила, что если число десятков разделить на число единиц, то получится однозначное число без остатка. Что за число написал Винни-Пух? (Н.Михайловский)

Комментарий в аудиториях: если вариантов несколько, нужно указать их все.

Ответ. 91 или 93.

Решение. Если после прибавления 9 двузначное число становится трехзначным, то это значит, что исходное число не меньше 91. Если после прибавления 3 число по-прежнему остается двузначным, то оно не больше 96. Таким образом, остались варианты 91, 92, 93, 94, 95 и 96. Поскольку число десятков можно разделить без остатка на число единиц, то это может быть только 91 (9 делится на 1) или 93 (9 делится на 3).

Задача 8. Никита выложил на стол в ряд: красный треугольник, синий квадрат, желтый квадрат, желтый квадрат, зеленый треугольник. Затем он забрал две соседние фигуры, а потом две фигуры одной формы. На столе осталась одна фигура. Какой она формы? (Н.Михайловский)

Ответ. Квадрат.

Решение. Второй раз взяли либо два треугольника, либо два квадрата. Но если взяли квадраты, то никакие две из остальных не являются соседними. Значит второй раз взяли треугольники. Среди остальных соседние либо синий квадрат и желтый круг, либо желтый круг и желтый квадрат. В любом случае остался квадрат.

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Карлсону подарили коробку конфет. Утром он съел треть всех конфет, в обед съел на 2 конфеты меньше, чем утром. А на ужин доел остальные 9 конфет. Сколько конфет было в коробке? (И.Шпаковская)

Ответ. 21 конфета.

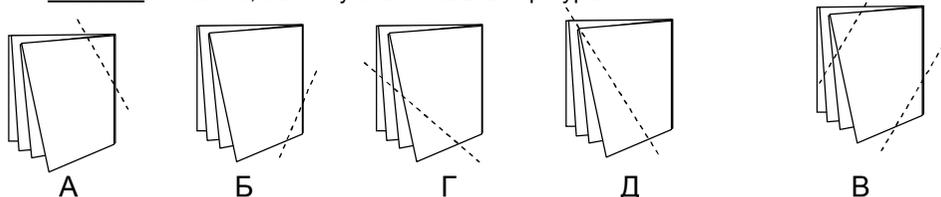
Решение. Если бы Карлсон в обед съел столько же, сколько утром (то есть на 2 конфеты больше), то на ужин осталась бы треть всех конфет. Но это на 2 конфеты меньше, то есть 7. Значит 7 – это треть всех конфет и всего конфет было 21.

Задача 2. Олег сложил листок бумаги вчетверо, как на рисунке, и сделал один прямолинейный разрез. Затем развернул листок. Какие фигурки не могли получиться? (Е.Иванова)



Ответ. Только В.

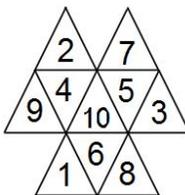
Решение. Покажем, как получить остальные фигурки



Для того, чтобы получить фигурку В, нужно сделать два разреза.

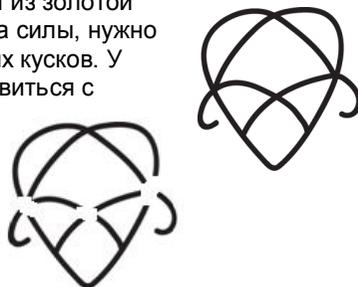
Задача 3. Впишите в маленькие треугольники числа от 1 до 9 таким образом, чтобы в каждом большом треугольнике сумма всех четырех чисел равнялась 25. (Е. Орехова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 4. Люк Скайуокер завладел волшебным вензелем из золотой проволоки (см.рис). Чтобы лишить императора Палпатина силы, нужно лазерной пушкой разрезать вензель ровно на 6 отдельных кусков. У Люка заряд только на 3 точечных выстрела. Как ему справиться с задачей? (М. Заславский)

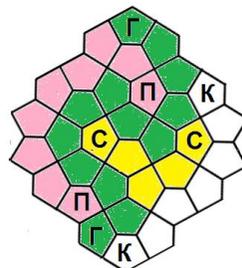
Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Дядя Фёдор сообщил Шарику двузначное число. Шарик выяснил: если это число умножить на 3, то получится двузначное число, а если из исходного числа вычесть 3, а потом разделить результат на 3, то тоже получится двузначное число. Какое число Дядя Фёдор сообщил Шарику? (Н.Михайловский)

Ответ. 33.

Решение. Если после умножения на 3 двузначное число остается двузначным, то оно не больше 33. Если после деления на 3 двузначное число остается двузначным, то число, получаемое из исходного числа вычитанием 3, не меньше 30, то есть исходное число не меньше 33.



Задача 6. В Хогвартсе у каждого из факультетов (Гриффиндор, Слизерин, Когтевран и Пуффендуй) есть своя библиотека и свой спортивный зал. Правила требуют, чтобы для каждого факультета существовал свой путь между библиотекой и залом, покрытый дорожкой своего цвета, и дорожки не должны пересекаться. Изобразите эти 4 пути на карте. (Переходить из комнаты в комнату можно только через их общую сторону) (О. Федорова)

Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.

Задача 7. 12 апреля коротышки запустили ракету к Марсу. Знайка сказал друзьям, что ракета на Марсе окажется не сразу, а через некоторое время. А на вопрос «Через какое?» молча показал один палец. Друзья тут же прокричали версии, что имел в виду Знайка: секунду, минуту, час, день, неделю, месяц. На это Знайка ответил: «Один из вас угадал, а остальные ошиблись, в 24, 60, 168, 720, 3600 раз». Через какое время, по мнению Знайки, ракета окажется на Марсе? (А.Порецкий)

Ответ. Через час.

Решение. Заметим, что разница между днем и неделей равна 7. Значит, Знайка не имел в виду ни день, ни неделю. Аналогично это не месяц, так как нет ни числа 30, ни 31, ни даже 28 или 29. Посмотрим с другой стороны. Если б это был секунда или минута, то уже в сутках $60 \times 24 = 1440$ минут, а в неделе точно больше 3600 (а секунд еще больше). Осталось проверить, что час подходит. Действительно $3600 \text{ секунд} = 60 \text{ минут} = 1 \text{ час}$. В сутках 24 часа, в неделе 168, в месяце из 30 дней 720 ч.

Задача 8. Три подруги – Маша, Света и Даша – родились в один год, но в разные времена года: зимой, весной и летом. Света младше Даши, а между первыми днями рождения Маши и Даши прошло больше полугода. Кто когда родился, если известно, что 1 сентября им не всем одинаковое количество лет? (Е. Иванова)

Ответ. Даша – весной, Света – летом, Маша – зимой, в декабре.

Решение. Поскольку на 1 сентября не всем одинаковое число лет, то кто-то родился в декабре, зимой. Значит, другие две девочки родились весной и летом. Но тогда между родившимися летом и весной не может быть разницы больше, чем в полгода. Поэтому в декабре родилась Маша или Даша. И это Маша, так как иначе Света не сможет быть младше Даши. Поскольку по условию Света младше Даши, то Даша родилась весной, а Света – летом.

Заметим, что сделать вывод о том, что Даша родилась весной, на основании разницы между днями рождения более, чем полгода, не получится. Так как, например, между 1 июня и 30 декабря разница больше полугода

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Ёжик неделю снимал игрушки с новогодней ёлки. В понедельник он снял 1 игрушку, а дальше каждый день снимал столько игрушек, сколько уже снял за все предыдущие дни. В воскресенье он снял последние игрушки. Сколько игрушек было на ёлке? (Е.Криволицкая, В.Иванов)

Ответ. 64 игрушки было на ёлке.

Решение. В понедельник ёжик снял 1 игрушку, во вторник – 1, в среду – 2, в четверг – 4, в пятницу – 8, в субботу – 16, в воскресенье – 32. То есть всего он снял 64 игрушки.

Задача 2. Удав (У), Мартышка (М), Слононок (С) и Попугай (П) затеяли взвешиваться. Мартышка записала: Удав = 48 П, Слононок = 12 М, Мартышка = 3 П, Удав = 4 М, Слононок = 36 П. Позже оказалось, что Мартышка все числа перепутала – то есть числа действительно были такие, но все стояли на других местах (но все буквы записаны верно). Сколько Попугаев на самом деле весят Удав, Слононок и Мартышка? (Е. Иванова)

Ответ. Удав = 36 Попугаев, Слононок = 48 Попугаев, Мартышка = 12 Попугаев.

Решение. Поскольку все веса выражаются через Попугаев, то Попугай – самый легкий. Далее, поскольку есть запись Удав = ... М, Слононок = ... М и все числа больше 1, то Мартышка легче Удава и Слононка. Вес Удава и Слононка измерен дважды – в Попугаях и Мартышках. Но, как бы не измеряли, отношения весов должно быть одно и то же. Выпишем, имеющиеся числа: 48, 36, 12, 4, 3. Заметим, что есть две пары с одинаковым отношением – это (48, 36) и (4, 3) или (48, 4) и (36, 3). Но в любом случае $M=12P$. И тогда второй вариант не подходит, так как тогда Удав или Слононок весит 3П и, значит, он легче Мартышки, что не так. Поэтому Удав = 48П, Слононок=36П или наоборот. Но первый вариант не подходит, так как по условию все числа Мартышка поставила на другие места.

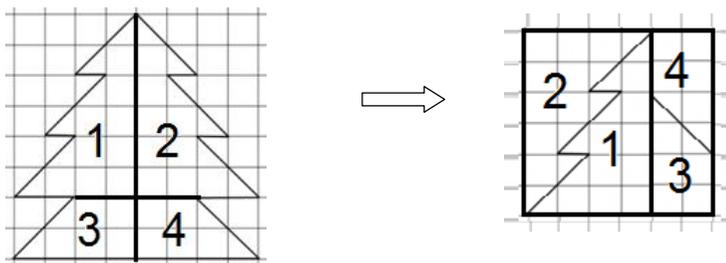
Задача 3. Расположите все цифры от 0 до 9 в клеточки так, чтобы получилось верное

равенство: $\square\square + \square \cdot \square - \square\square : \square = \square\square\square$ (Е. Иванова)

Ответ. Например, $84 + 5 \cdot 9 - 63 : 7 = 120$ или $97 + 5 \cdot 8 - 42 : 6 = 130$.

Задача 4. На клетчатой бумаге нарисована ёлочка. Разрежьте ее на 4 части и сложите из них квадрат. (Н.Авилоев)

Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Школьникам выдали по 4 карточки. На каждой карточке был написан слог ПА, или НА, или МА. Оказалось, что 13 ребят из своих карточек могут сложить слово МАМА, 15 детей – слово ПАПА и 17 школьников могут сложить слово НАНА. При этом слово ПАНАМА могут сложить 45 учеников. Сколько всего было школьников? (Н.Михайловский)

Ответ. 45 школьников.

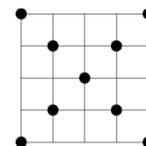
Решение. Те дети, которые могут сложить ПАНАМА, используют для этого 3 карточки, оставшаяся 4-я карточка совпадает с одной из трех карточек, использованных для слова ПАНАМА. Поэтому тот, кто может сложить ПАНАМА, может еще сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА. Но $45 = 13 + 15 + 17$. При этом у любого ребенка есть хотя бы 2 одинаковых карточки, то есть он может сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА; поэтому у всех школьников есть три различные карточки, все они могут сложить слово ПАНАМА, то есть школьников 45.

Задача 6. Из квадратных карточек выложили прямоугольник (на рисунке пример прямоугольника из 6 карточек). Потом одну его сторону уменьшили в 2 раза, а другую в 3. При этом освободилось 65 карточек. Сколько квадратов со стороной 4 карточки можно было выделить из исходного прямоугольника, не перекладывая карточки? (на рисунке можно выделить 2 квадрата со стороной 2 карточки) (А.Порецкий)

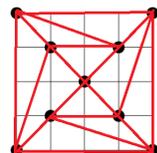
Ответ. Ни одного.

Решение. Заметим, что в результате описанных действий площадь прямоугольника уменьшилась в 6 раз. Возможные случаи нарисованы на рисунках (закрашенный прямоугольник – тот, что получился). Таким образом площадь оставшегося прямоугольника = $65:5 = 13$ карточек. Но из 13 карточек можно составить только один прямоугольник размером 1x13 карточек. Значит, изначальный прямоугольник был размером 2x39 карточек или 3x26 карточек. В обоих случаях одна из сторон меньше 4 карточек и ни один квадрат со стороной 4 карточки выделить нельзя.

Задача 7. В королевстве Полной Луны 9 городов расположены, как на рисунке. Король хочет построить между некоторыми городами прямые дороги так, чтобы из каждого города выходило ровно 4 дороги. Как это можно сделать? (Д.Калинин, из турниров Kostroma-open)



Комментарий в аудиториях: Сетка нарисована для удобства, это не дороги.



Ответ. Возможный вариант изображен на рисунке.

Задача 8. Если бутявка скажет правду, то она окрашивается в зелёный цвет. А если солжёт – окрашивается в красный. Однажды две такие бутявки встретились. Первая сказала: «Мы обе красные». А потом вторая сказала: «Вот если бы мы промолчали, мы бы сейчас обе были красными». Одного ли цвета бутявки после этой фразы? (В. Иванов)

Комментарий в аудиториях: Если бутявка была красной и солгала, она останется красной. Если была зеленой и сказала правду, то останется зеленой.

Ответ. Одного.

Решение. Фраза второй бутявки означает «Изначально мы обе были красными». Таким образом обе бутявки говорят об одном и том же. Поэтому эти фразы либо обе ложны (и тогда бутявки обе станут красными), либо обе истинны (и тогда обе бутявки станут зелёными).