

МЕРИМЕ И СПОРЕДУВАМЕ ТЕЖИНИ I

Често пати сме во ситуација да проценуваме, да имаме потреба да ја измериме тежината на некое тело или пак да споредуваме тежини на две или повеќе тела, но притоа да немаме соодветен мерен инструмент. Логично е да се запрашаме, како треба да постапуваме во ваков случај. Одговорот на ова прашање не е едноставен, но сепак задачите кои ќе бидат предмет на нашите разгледувања можат да ти помогнат да научиш некои постапки кои може во иднина да ги применуваш.

На почетокот ќе разгледаме неколку задачи во кои треба да определиме предмет кој не се разликува од останатите и за кој имаме информација дали е полесен или е потежок.

1. Од 8 топчиња, на изглед еднакви, едно е полесно од останатите. Колку најмалку мерења треба да извршите на вага со два таса (без тегови) за да го одделите полесното топче?

Решение. Ако имаме 3 топчиња, тогаш ставајќи на тасовите по едно топче, во случај на рамнотежа ќе констатираме дека преостанатото топче е полесното. Ако нема рамнотежа, тогаш ќе се виде кое топче е полесно (тоа ќе биде на издигнатиот тас).

Бидејќи имаме 8 топчиња, ќе ги поделиме на групи од по 3, 3 и 2 топчиња. На тасовите од вагата ќе ставиме по три топчиња и така ќе констатираме во која од трите групи се наоѓа полесното топче - I мерење. Со уште едно мерење ќе констатираме кое е полесното топче во определената група - II мерење.

Според тоа, полесното топче можеме да го одделиме со најмалку две мерења.

2. Располагаме со 9 наизглед еднакви топчина, од кои едното е нешто полесно. Колку најмалку мерења треба да извршиме, на вага без тегови, за да констатираме кое топче е полесно?

Решение. Треба да извршиме најмалку две мерења. Имено, најпрвин топчињата ги делиме на три групи од по три топчиња. Тогаш:

Прво мерење. Ставаме по три топчиња на секој тас од вагата и констатираме во која група припаѓа полесното топче. Ако на вагата има рамнотежа, тогаш полесното топче е во третата група.

Второ мерење. Од најдената група топчиња ставаме по едно топче на секој тас. Полесно е она топче на чија страна е подигнат тасот. Ако на вагата е рамнотежа, тогаш третото топче од групата е полесното топче.

3. Во кутија се наоѓаат 27 топчиња кои се на изглед еднакви, но едно е полесно од останатите. Колку најмалку мерења треба да се извршат, на вага без тегови, за да определиме кое топче е полесно?

Решение. Треба да се извршат најмалку три мерења. Најпрвин топчињата треба да ги распределиме во три групи од по девет топчиња и со едно мерење да констатираме во која од трите групи се наоѓа полесното топче. Потоа со останатите две мерења постапката е иста како и во претходната задача.

4. Од 77 топчиња, на изглед сосема еднакви, едно е малку полесно од останатите. Како ќе го пронајдете полесното топче вршејќи најмногу четири мерења на вага со два таса (без тегови)? Постапката да се образложи.

Решение. Сите топчиња ќе ги поделиме во три групи: 27, 27 и 23.

Прво мерење. На тасовите од вагата ќе ставиме по 27 топчиња и веднаш ќе констатираме во која група се наоѓа полесното топче, т.е. дали тоа е меѓу 27 топчиња на левиот тас или меѓу 27 топчиња на десниот тас или меѓу останатите 23 топчиња.

Ако полесното топче е во некоја од групите со 27 топчиња, тогаш постапката ја продолжуваме според претходната задача и потребни ни се уште три мерења.

Ако полесното топче е во групата со 23 топчиња, тогаш од било која од останатите две групи кон оваа група додаваме 4 топчиња и за добиената група од 27 топчиња, меѓу кои се наоѓа и полесното топче, повторно ја применуваме постапката од претходната задача.

5. Од 20 топчиња, на изглед сите еднакви, едно е полесно. Колку најмалку мерења ни се потребни, на вага без тегови за да констатираме кое топче е полесно?

Решение. Потребни се најмалку три мерења. Постапката е следната:

Прво мерење. На двата таса ставме по 7 топчиња. Ако на вагата е неисправно топче тогаш соодветниот тас ќе се подигне, а ако пак е воспоставена рамнотежа, тогаш неискравното топче е меѓу останатите

6. Во секој случај отфрламе 13 или 14 топчиња.

Второ мерење. Од избраните 6 или 7 топчиња, ставаме по три на секој тас. Размислувајќи како при првото мерење ќе избереме 3 топчиња меѓу кои е неисправното. Притоа, ако имаме 7 топчиња и рамнотежа, тогаш во ова мерење го добиваме неисправното топче.

Трето мерење. Ставаме по едно топче, од избраните три и го добиваме неисправното топче.

6. Дадени се 80 топчиња, наизглед сите еднакви (по форма, боја и големина) и познато е дека 79 од нив се со иста тежина, а едно е полесно. Располагаме со вага со два таса (без тегови). Како може со четири мерења на вагата да откриеме кое е полесното топче?

Решение. Топчињата ги делиме на три групи: групираме на два пати по 27 топчиња, а преостанатите 26 топчиња формираат трета група. Ги споредуваме на вагата двете групи со по 27 топчиња. Со тоа сме потрошиле едно мерење, и како резултат сме добиле: или вагата не е во рамнотежа, па знаеме меѓу кои 27 топчиња е полесното топче; или пак вагата е во рамнотежа па знаеме дека полесното топче е во групата од 26 топчиња. Во вториов случај кон тие 26 додаваме произволно топче од првите две групи. Така со едно мерење на вагата успеваме да дојдеме до група од 27 топчиња меѓу кои е и полесното. Оваа група ја делиме на три подгрупи со по 9 топчиња, секоја, и споредуваме на вагата две од тие три подгрупи. Така после две мерења успеваме да дојдеме до група од 9 топчиња меѓу кои е и полесното. Оваа група ја делиме на 3 подгрупи со по 3

Следните две задачи се од ист вид, како и претходните, меѓутоа идејата со која се решаваат се разликува од претходните идеи.

7. Во 10 пакети се наоѓаат затворени пакувања со кафе. Знаеме дека 9 пакети се наполнети со пакувања од 100g, а еден пакет со пакувања од 90g кафе. Колку најмалку мерења, со вага која мери тежини, се потребни за да констатираме во кој пакет се пакувањата од 90g, ако можеме да ги вадиме поединечните пакувања од пакетите? (Притоа измерените тежини се во бруто износ, т.е, пакувањата се мерени заедно со кесата за пакување.)

Решение. Пакетите ќе ги означиме со броевите од 1 до 10. Потоа, на вагата ќе ставиме едно пакување од првиот пакет, две пакувања од вториот пакет, три пакувања од третиот пакет и т.н. десет пакувања од десеттиот пакет. Ако пакувањата содржат сите по 100g, тогаш вкупна-

та тежина ќе биде $5500g$. Врз база на измерената количина лесно можеме да констатираме во кој пакет се помалите пакувања. Имено, ако на пример сме измериле $5460g$, тогаш недостасуваат $40g$ кафе, па значи полесните пакувања се од четвртиот пакет.

Значи потребно е најмалку едно мерење.

8. Златарата испорачала сребрени шипки во 11 пакувања од по 17 парчиња, при што секоја шипка е тешка по $13kg$. Констатирано е дека во еден од единаесетте пакети се испорачани шипки од по $12kg$. Како со помош на само едно мерење на избаждарена вага ќе констатирате за кое пакување станува збор?

Решение. Пакетите ќе ги нумерираме со броевите од 1 до 11. Од првиот пакет ќе земеме 1 шипка, од вториот пакет ќе земеме 2 шипки, од десеттиот пакет ќе земеме 10 шипки, а од единаесеттиот пакет нема да земеме ниту една шипка. Вкупниот број на земените шипки е $1 + 2 + \dots + 10 = 55$ и ако сите се од по $13kg$ нивната вкупна тежина треба да биде $55 \cdot 13 = 715kg$. Ако е измерена оваа тежина, тогаш неисправни се шипките од единаесеттиот пакет. Во спротивно неисправното пакување го наоѓаме како во претходната задача.

На крајот од овој дел ќе разгледаме една задача, за чие решавање се користи поинаква идеја од идеите со кои ги решивме претходните осум задачи.

9. Куварот Марко се спрема да испече леб, но пред тоа треба да реши мал проблем. За лебот му се потребни $2kg$ брашно. Марко има вреќа со $9kg$ брашно и вага со еден тег од $50g$ и еден тег од $200g$. Дали може Марко брашното да го раздели на два дела од по $2kg$ и $7kg$ користејќи ја вагата само трипати?

Решение. Може. Во првото мерење Марко брашното ќе го подели на два еднакви дела, т.е. на $4,5kg$ и $4,5kg$, при што нема да ги користи теговите, туку само рамнотежата на вагата. Во второто мерење, повторно користејќи ја само рамнотежата на вагата брашното едниот дел од $4,5kg$ ќе го подели на два еднакви дела, т.е. на $2,25kg$ и $2,25kg$. Во третото мерење Марко на едната страна од вагата ќе ги стави теговите од $(50 + 200)g = 0,25kg$ и од едниот дел од $2,25kg$ ќе додава брашно се додека вагата не биде во рамнотежа. Конечно, делот од брашното што ќе остане е $2,25 - 0,25 = 2kg$.