

Аница Дуровиќ, Неготино

## Една задача, повеќе начини з анејзино решавање

Патиштата за решавање на еден ист проблем често пати се различни. Токму оваа различност и идеи се искажани од учениците го исполнуваат секој професор, особено ако тоа дојде на еден единствен час. Такво задоволство имаше и авторот на овој напис, кога моите ученици од  $III_1$  клас во минатата учебна година ја решаваа следната задача:

Одреди го радиусот на кружницата  $x^2 + y^2 = r^2$ , така што таа да се допира до правата  $3x + 4y = 12$ .

**I начин.** Центарот на кружницата е во координатниот почеток. Растојанието од центарот до правата  $3x + 4y = 12$  е

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2,4.$$

Значи,  $r = d = 2,4$ .

**II начин.** Ако искористиме дека правата  $y = kx + n$  ја допира кружницата  $x^2 + y^2 = r^2$  ако и само ако

$$(1+k^2) \cdot r^2 - n^2 = 0,$$

Тогаш од  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  добиваме  $k = -\frac{3}{4}$ ,  $n = 3$ , па е  $\left(1 + \frac{9}{16}\right)r^2 - 9 = 0$ , т.е.  $\frac{26}{16}r^2 = 9$ ,

од каде добиваме  $r = 2,4$ .

**III начин.** Да го разгледаме системот равенки

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}.$$

Од втората равенка имаме  $x = \frac{12-4y}{3}$  и ако замениме во првата равенка добиваме

$$\left(\frac{12-4y}{3}\right)^2 + y^2 = r^2, \text{ т.е.}$$

$$25y^2 - 96y + 144 - 9r^2 = 0. \quad (1)$$

Дадената права ја допира кружницата ако и само ако равенката (1) има двоен корен, т.е. ако и само ако

$$D = 9216 - 14400 + 900r^2 = 0.$$

Значи,  $900r^2 = 5184$ ,  $r^2 = 5,76$ ,  $r = 2,4$ .

**IV начин.** Допирната точка  $T$  на правата и кружницата ќе ја одредиме како пресек на правата  $3x + 4y = 12$  и правата  $4x - 3y = 0$ , која е нормалана на дадената права и минува низ координатниот почеток, т.е. низ центарот на дадената кружница.

Од  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  и  $y = -\frac{4}{3}x$  наоѓаме  $x = \frac{36}{25}$ ,  $y = \frac{144}{75}$ ,  $r^2 = x^2 + y^2 = \frac{180^2}{75^2}$ , т.е.  $r = 2,4$ .

---