

СТРЕЛКИТЕ НА ЧАСОВНИКОТ СЕ ДВИЖАТ, ПА ШТО

Ако погледнете часовник во моментот кога се поклопуваат стрелките на часовникот вообичаено помислувате: "Цагер, некој мисли на мене". Ако е ова точно, тогаш можеме да одредиме колку пати во текот на еден ден може да се случи "некој да мисли на мене", а исто така и да го одредиме и времето кога тоа може да го направи.

Во врска со претходно изнесеното ќе разгледаме неколку задачи кои се однесуваат на движењето на стрелките на часовникот.

Задача 1. *Петар, вледувајќи во берберница, после 18 часот, забележал дека стрелките на часовникот зафаќаат агол од 90° , а при излегувањето, нешто пред 19 часот, забележал дека минутната стрелка ја пресекала часовната и дека тие зафаќаат агол од 75° . Колку време Петар се задржал во берберницата.*

Решение. Прво да забележиме дека бројчаникот на часовникот е поделен на 60 еднакви делови кои имаат по 6° . Притоа, големата стрелка "поминува" еден таков дел за една минута, а малата стрелка ист таков дел "поминува" за 12 минути, т.е. изминатите "патишта" за исто време се однесуваат како 12:1.

Сега, нека часовната стрелка изминала x степени. Тогаш минутната стрелка изминалла, од една страна $12x$ степени, а од друга страна $90^\circ + x + 75^\circ$. Значи, $165^\circ + x = 12x$, од каде што добиваме $x = 15^\circ$. Но, часовната стрелка за еден час поминува $360^\circ : 12 = 30^\circ$, па затоа за половина час поминува 15° .

Конечно, Петар во берберницата се задржал половина час, т.е. 30 минути. ♦

Задача 2. *Стрелките на часовникот се поклопуваат кога часовникот покажува точно 0 часот. Одредете:*

- Колку пати во текот на 12 часа ќе се поклопиат стрелките на часовникот?*
- Во кои временски моменти се случуваат поклопувањата на стрелките на часовникот?*

Решение. Во решението на задача 1 констатирајме дека изминатите "патишта" за исто време се однесуваат како 12:1.

Нека стрелките на часовникот покажуваат точно 0 часот. Со x да го означиме "патот", изразен во поделци, кој ќе го помине големата стрелка до моментот на повторното поклопување со малата стрелка. За тоа време малата стрелка ќе помине $x - 60$ поделци, па значи: $x : (x - 60) = 12 : 1$, од каде што добиваме:

$$x = \frac{12 \cdot 60}{11} = 65\frac{5}{11}.$$

Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата стрелка откако ќе помине $65\frac{5}{11}$ делови, т.е. после $65\frac{5}{11}$ минути = 1 ч ас $5\frac{5}{11}$ минути.

Според тоа, помеѓу секои две поклопувања ќе поминат 1 ч ас $5\frac{5}{11}$ минути. Временските моменти во кои се случуваат поклопувањата се:

0 часот,	1 ч асот и $5\frac{5}{11}$ минути,
2 ч асот и $10\frac{10}{11}$ минути,	3 ч асот и $16\frac{4}{11}$ минути,
4 ч асот и $21\frac{9}{11}$ минути,	5 ч асот и $27\frac{3}{11}$ минути,
6 ч асот и $32\frac{8}{11}$ минути,	7 ч асот и $38\frac{2}{11}$ минути,
8 ч асот и $43\frac{7}{11}$ минути,	9 ч асот и $49\frac{1}{11}$ минути,
10 ч асот и $54\frac{6}{11}$ минути,	12 часот итн.

а) Според решението по б) во текот на 12 часа стрелките на часовникот ќе се поклопат 11 пати, при што не го броиме почетното поклопување. ♦

Задача 3. Стрелкиште на часовникот џокажуваат точно 9 часот. По колку време големата стрелка ќе ја стигне малата стрелка?

Решение. I начин. Според решението на задача 2 првото поклупување на двете стрелки, после 9 часот, е во 9 ч асот и $49\frac{1}{11}$ минути. Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата после $49\frac{1}{11}$ минути.

II начин. Со x да го означиме внатото што ќе го помине големата стрелка до моментот на поклупувањето со малата стрелка. За тоа време, малата стрелка ќе помине $x-45$ поделци, па значи:

$$x:(x-45)=12:1,$$

од каде добиваме $x = 49\frac{1}{11}$. Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата откако ќе помине $49\frac{1}{11}$ поделци, т.е. после $49\frac{1}{11}$ минути. ♦

Задача 4. Неколку минути посle 12 часот Стефан почнал да пишува домашна задача и во тој момент почуеднал на часовникот. Која завршил повторно почуеднал на часовникот и констатирал дека стрелкиште меѓусебно ѝ замениле местата.

Колку време Стефан ја пишувал домашната задача? Која Стефан почнал да ја пишува домашната задача и која ја завршил?

Решение. Бидејќи стрелките ги заменуваат местата потребно е големата стрелка да го доврши започнатиот круг и да дојде на местото на малата стрелка, а за тоа време малата стрелка тргнувајќи од својата положба треба да дојде на местото на големата стрелка. Значи, стрелките заедно ќе поминат цел круг. Но, големата стрелка е дванаесет пати побрза од малата, па ако со x ги означиме минутите потребни за замена на местата добиваме

$x + \frac{x}{12} = 60$. Според тоа, $x = \frac{720}{13} = 55\frac{5}{13}$ минути и тоа е времето потребно Стефан да ја напише домашната задача.

Нека моментот кога Стефан почнал да ја пишува домашната задача е 12 часот и 5 минути. Растојанието меѓу стрелките е $\frac{11}{12}n$ и тоа е еднакво на $\frac{1}{13}$ од целиот круг. Значи, $\frac{11}{12}n = \frac{60}{13}$ т.е. $n = \frac{720}{143} = 5\frac{5}{143}$ минути.

Според тоа, Стефан почнал да ја пишува домашната задача во 12 часот и $5\frac{5}{143}$ минути, а ја завршил во

$$12 \text{ часот } \left(5\frac{5}{143} + 55\frac{5}{13}\right) \text{ минути} = 13 \text{ часот } \frac{60}{143} \text{ минути. } \diamond$$

Последните две задачи нема да ги решиме. Истите можете да ги решите користејќи се со идеите од решенијата на претходните четири задачи.

Задача 5. Михаил јаргнал на училиштето меѓу 6 и 7 часот и тоа во моментот кога стрелките на часовникот се поклојувале, а се вратил меѓу 12 и 13 часот во моментот кога стрелките образувале рамен агол. Колку време Михаил бил отсушен од дома?

Задача 6. Тимоќеј и Кирил започнале Ѓартија шах меѓу 14 и 15 часот, а ја завршиле меѓу 16 и 17 часот точно во моментот кога стрелките во однос на положбата кога ја започнале Ѓартијата ги замениле месетата. Колку време Јраела Ѓартијата шах?

Забелешка. Очигледно не сме во состојба од часовникот да ги прочитаме временските моменти на поклојување на стрелките, а исто и моментите кога тие формираат рамен агол. Сепак, тоа не ни пречеше да разгледаме неколку, се надевам, интересни задачи поврзани со движењето на стрелките на часовникот.