7 и 8 ОДДЕЛЕНИЕ

Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени

1. Кој од дадените броеви е парен?

(A) 2009 (B) $2+0+0+9$ (C) $200-9$ $\boxed{(D)\ 200\cdot 9}$ (E) $200+9$

Решение. Бројот 2009 не завршува на парна цифра и според тоа не е парен. Броевите $200+9=209$ и $2+0+0+9=11$, како збир на парен и непарен број не се парни, а бројот $200-9=191$ како разлика на парен и непарен број е непарен број.

Единствено бројот $200\cdot 9=1800$ како произво на парен и непарен број е парен.

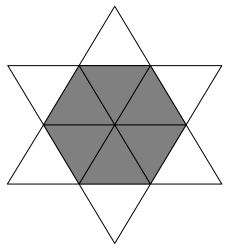
2. На една забава имало 4 момчиња и 4 девојчиња. Момчињата играле само со девојчиња, а девојчињата играле само со момчиња. Потоа секој од нив го прашале со колку партнери играл. Момчињата одговориле: $3,1,2,2$. Три девојчиња одговориле: $2,2,2$. Со колку партнери играло четвртото девојче?

(A) 0 (B) 1 $\boxed{(C)\ 2}$ (D) 3 (E) 4.

Решение. Нека четвртата девојка го кажала бројот x. Бројот на партнерки со кои играле момчињата треба да е еднаков со бројот на партнери со кои играле девојчињата.Според тоа

$$3+1+2+2=2+2+2+x$$
$$8=6+x$$
$$x=2.$$

Четвртата девојка го кажала бројот 2.



3. Ѕвездата на сликата е формирана од 12 рамнострани триаголници. Нејзиниот периметар е еднаков на 36 cm. Колку изнесува периметарот на исенчениот шестаголник?

(A) 6 cm (B) 12 cm $\boxed{(C)\ 18\text{ cm}}$ (D) 24 cm (E) 30 cm.

Решение. Страната на рамностраниот триаголник е страна на ѕвездата. Според тоа ѕвездата има 12 страни кои имаат иста должина. Значи,

$$12a=36$$

или $a=3$.

Шестаголникот е составен од 6 рамнострани триаголници со иста страна. Заради тоа

$$L=6a=6\cdot 3=18\text{ cm}.$$

4. Хари разнесувал папки на Лонг Стрит. Тој мора да однесе папки во секоја куќа со непарен реден број. Првата куќа има реден број 15, а последната куќа има реден број 53. Колку куќи Хари треба да посети?

(A) 19 $\boxed{(B)\ 20}$ (C) 27 (D) 38 (E) 53.

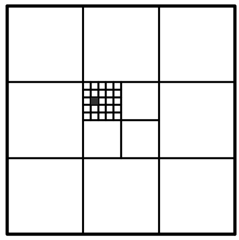
Решение. Броеви од 15 до 53, вклучвајќи ги 15 и 53 има

$$(53-15)+1=39.$$

Од нив деветнаесет се парни, а 20 се непарни. Низата 15,16,17,....,51,52,53 започнува и завршува со непарен број. Значи, Хари треба да посети 20 куќи.

5. Површината на најголемиот квадрат е еднаква на 1. Колку е површината на малиот црн квадрат?

$(A)\ \frac{1}{100}$ $(B)\ \frac{1}{300}$ $(C)\ \frac{1}{600}$ $\boxed{(D)\ \frac{1}{900}}$ $(E)\ \frac{1}{1000}$.



Решение. Должината на страната на квадратот е 1. Таа е разделена на девет помали квадрати. Должините на нивните страни е еднаква на $\frac{1}{3}$. Еднен од тие квадрати е разделен на четири помали квадрати. Должината на нивните страни е еднаква на

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}.$$

Еден од делбените квадрати е разделен на 25 помали квадрати. Должината на нивните страни е еднаква на

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{30}.$$

Според тоа, плоштината на црниот квадрат е

$$P=\left(\frac{1}{30}\right)^2=\frac{1}{900}.$$

6. Производот на четири различни природни броеви е 100. Колку е нивниот збир?

$(A)\ 10$ $(B)\ 12$ $(C)\ 15$ $\boxed{(D)\ 18}$ $(E)\ 20$.

Решение. Бројот 100 можеме да го запишеме во облик

$$100=1\cdot100=1\cdot2\cdot50=1\cdot2\cdot2\cdot25=1\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5=1\cdot2\cdot5\cdot10=2\cdot2\cdot5\cdot5=1\cdot4\cdot5\cdot5.$$

Единствени четири различни природни броеви чиј производ е 100 се $1,2,5$ и 10. Нивниот збир е

$$1+2+5+10=18.$$

7. Во една соба имало мачиња и кучиња. Бројот на мачешки шепи е двојно поголем од бројот на кучешки носиња. Бројот на мачиња е

(A) двојно поголем од бројот на кучињата

(B) еднаков на бројот на кучињата

$\boxed{(C)\ \text{половина од бројот на кучињата}}$

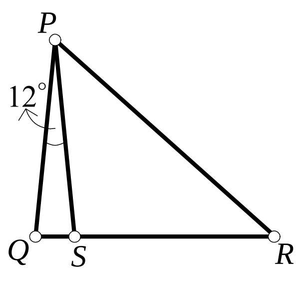
(D) четвртина од бројот на кучињата

(E) една шестина од бројот на кучињата

Решение. Ако x е бројот на мачиња, тогаш бројот на шепи е $4x$. Според тоа, бројот на носиња, а со тоа и бројот на кучиња е $2x$. Значи, бројот на мачиња е половина од бројот на кучиња.

8. На цртежот десно точките Q,S и R се колинеарни, $\measuredangle QPS=12^\circ$ и $\overline{PQ}=\overline{PS}=\overline{SR}$. Колку е $\measuredangle QPR$?

$(A)\ 36^\circ$ $(B)\ 42^\circ$ $\boxed{(C)\ 54^\circ}$ $(D)\ 60^\circ$ $(E)\ 84^\circ$.



Решение. Триаголникот SPQ е рамнокрак па $\measuredangle PQS=\measuredangle PSQ=84^\circ$. Значи, $\measuredangle PSR=180^\circ-84^\circ=96^\circ$.

Триаголникот PSR е рамнокрак со основа PR па според тоа

$$\measuredangle SPR=\measuredangle SRP=42^\circ.$$

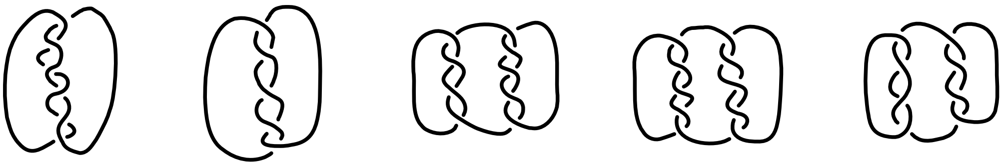
Конечно, $\measuredangle QPR=\measuredangle QPS+\measuredangle SPR=12^\circ+42^\circ=54^\circ$

9. Во еден лифт може да влезат 12 возрасни луѓе или 20 деца. Колку деца може да влезат во лифтот, ако во него веќе има 9 возрасни луѓе?

(A) 3 (B) 4 $\boxed{(C)\ 5}$ (D) 6 (E) .

Решение. Од условот на задачата е јасно дека наместо 3 возрасни може да се сместат 5 деца. Бидејќи во лифтот веќе има 9 возрасни луѓе, а тој има место за 12 возрасни, во преостанатиот простор во кој може да се сместат 3 возрасни луѓе може да се сместат 5 деца.

10. Која од следните плетенки е направена од повеќе од еден конец?



I II III IV V

(A) I, III, IV и V (B) III, IV и V $\boxed{(C)\ \text{I, III и V}}$ (D) сите (E) ниту една

Решение. Не е тешко да се провери дека такви се I,III,V.

<u>Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени</u>

11. За колку природни броеви квадратот и кубот имаат еднаков број на цифри.

(A) 0 $\boxed{(B)\ 3}$ (C) 4 (D) 6 (E) бесконечно многу.

Решение. Јасно е дека

$1^2 = 1 \qquad 1^3 = 1$

$2^2 = 4 \qquad 2^3 = 8$

$4^2 = 16 \qquad 4^3 = 64$

Не е тешко да се провери дека други едноцифрени броеви со ова својство нема.

Ако $\overline{ab}$ е двоцифрен број, со директна проверка за $a = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$ се докажува дека $(10a+b)^2$ има помалку цифри од $(10a+b)^3$.

Ако n е трицифрен број, $n = \overline{xyz}$, тогаш имаме

$$n^2 = \overline{xyz}^2 < 999^2 = (1000-1)^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$$

$$n^3 = \overline{xyz}^3 > 100^3 = 1000000$$

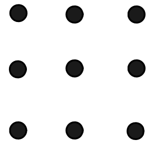
Значи, такви трицифрени броеви не постојат.

Слично се докажува дека и за повеќецифрени броеви кои имаат повеќе од три цифри нема броеви кои го исполнуваат условот од задачата.

$$n^2 = \overline{a_1a_2...a_k}^2 < (1\underbrace{00...0}_{k} - 1)^2 = 10^{2k} - 2\cdot 10^k + 1 = \underbrace{99...9}_{k-1}8\underbrace{00...0}_{k-1}1$$

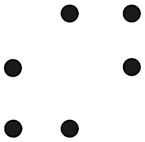
$$n^3 = \overline{a_1a_2...a_k}^3 > 1\underbrace{00...0}_{k-1}{}^3 = 10^{3k-3}$$

Значи, $\overline{a_1a_2...a_k}^3$ има не помалку од $3k-2$ цифри, а $\overline{a_1a_2...a_k}^2$ нема повеќе од $2k$ цифри. Но за $k > 3$, имаме $3k-2 > 2k$.



12. На цртежот е дадена квадратна шема од девет точки. Кој е најмалиот број на точки кои треба да се избришат за да во секоја редица, колона и дијагонала нема три колинеарни точки.

(A) 1 (B) 2 $\boxed{(C)\ 3}$ (D) 4 (E) 7



Решение. Ако отстранеме две од дадените девет точки, тогаш тие припаѓаат на точно две редици. Значи од една од редиците не е отстранета точка. Таа редица има три точки кои се колинерани. Значи, треба да се отстранат повеќе од две точки. Очигледно е дека за три отстранети точки, задачата има решение. Едно такво решение е дадено на цртежот.

13. Стефан ги измерил сите шест агли во два триаголници. Едниот бил остроаголен триаголник, а другиот тапоаголен. Тој се сеќава на четири од нив: 120°, 80°, 55° и 10°. Кој е најмалиот агол на остроаголниот триаголник?

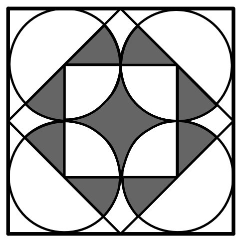
(A) 5° (B) 10° $\boxed{(C)\ 45^\circ}$ (D) 55° (E) не може да се определи

Решение. Паровите агли 80° и 10°, и 55° и 10° не може да се агли во остроаголен триаголник бидејќи тој тогаш не би бил остроаголен.

Еден од аглите во двата триаголници е тап и тој е аголот од 120°. Аголот од 120° и било кои два од запомнетите агли не може да се агли во тапоаголниот триаголник. Нивниот збир не е 180°.

Според претхоното, агли во тапоаголниот триаголник се 120° и 10°. Според тоа третиот агол на остроаголниот триаголник е

$$180^\circ-(55^\circ+80^\circ)=45^\circ.$$



14. Колкав дел од површината на квадратот даден на цртежот е затемнет?

$\boxed{(A)\ \frac{1}{4}}$ (B) $\frac{\pi}{12}$ (C) $\frac{\pi+2}{16}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$.

Решение. Делот од кругот кој е осенчен, е еднаков на делот од кругот што сенаоѓа во вториот по големина квадрат. Според тоа, можеме да сметаме дека најмалиот квадрат е потполно осенчен.

Ако d е дијаметарот на круговите, тогаш плоштината на најмалиот квадрат е

$$P_1=d^2,$$

а плоштината на најголемиот квадрат е

$$P_2=4d^2.$$

Нивниот однос е $\frac{1}{4}$. Значи, затемнета е $\frac{1}{4}$ од квадратот.

15. Некои од жителите на еден остров биле лажговци. Лажговците секогаш лажат, а останатите жители на островот секогаш ја зборуваат вистината. Во една редица биле наредени 25 жители на островот. Секој од нив освен првиот, вели дека тој што е пред него во редот е лажго. Првиот вели дека сите останати членови во редот се лажговци. Колку членови на редот се лажговци?

(A) 0 (B) 12 $\boxed{(C)\ 13}$ (D) 24 (E) не е можно да се определи

Решение. Последниот, т.е. 25-тиот член на редот може да биде лажго или секогаш да ја зборува вистината. Ќе ги разгледаме двата случаи.

а) Нека 25 -тиот член на редот е лажго. Тогаш 24 -тиот член на редот е жител кој секогаш ја зборува вистината. Понатаму наназад, редоследно се распоредени лажго и жител на островот кој ја зборува вистината. При тоа, редицата изгледа

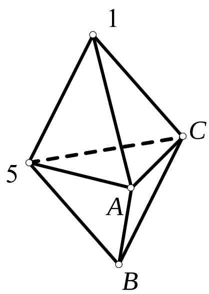
ЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛБЛВЛВЛВЛ

Бидејќи првиот е лажго и тој секогаш лаже, добиваме дека не сите по него во низата се лажговци. Тоа е една од бараните низи, и има 13 лажговци и 12 жители кои секогаш ја зборуваат вистината.

б) Ако 25 -тиот члена на реицата е жител на островот кој секогаш ја зборува вистината, тогаш претпоследениот член на редот, т.е. 24 -тиот член на редот е лажго. Понатаму наизменично се менуваат членови на редот и тоа жител кој секогаш ја зборува вистината и лажго. Во овој случај редот изгледа

ВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВЛВ

Бидејќи првиот члена на редот е жител кој ја зборува вистината, тогаш сите по него лажат што не е точно. Значи овој случај не е можен.



16. Едно тело е формирано од 6 триаголници. Во секое негово теме е запишан по еден број. За секоја страна е пресметан збирот на броевите во нејзините темиња, и сите пресметани збирови се еднакви. Два од запишаните броеви се 1 и 5 како на цртежот. Колку е збирот на сите запишани броеви во темињата на телото?

(A) 9 (B) 12 $\boxed{(C)\ 17}$ (D) 18 (E) 24 .

Решение. Темињата во кои не се запишани броеви ќе ги означиме со A, B и C, како на цртежот. Од триаголникот $1,5,A$ и триаголникот $1,5,B$ имаме

$$1+5+A=1+5+C\ ,$$
$$A=C=x\ .$$

Сега,

$$1+5+x=1+2x\ ,$$
$$x=5\ .$$

Значи, во темињата A и C е запишан бројот $x=5$. Јасно е дека во темето B е запишан бројот 1.

Види задача 6 од I-ва година.

17. Во равенството $\frac{E\bullet I\bullet G\bullet H\bullet T}{F\bullet O\bullet U\bullet R}=T\bullet W\bullet O$ на различни букви одговараат различни цифри, и на исти букви одговараат исти цифри. Колку различни вредности има производот $T\bullet H\bullet R\bullet E\bullet E$?

$\boxed{(A)\ 1}$ (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решение. Во изразот $\frac{E\bullet I\bullet G\bullet H\bullet T}{F\bullet O\bullet U\bullet R}=T\bullet W\bullet O$ се појавуваат точно десет различни цифри. Ако претпоставиме дека $T\neq 0$, тогаш изразот можеме да го запишеме во облик

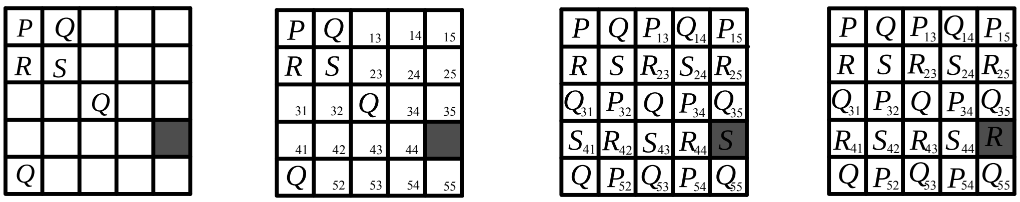
$$E\bullet I\bullet G\bullet H = F\bullet O\bullet U\bullet R\bullet W\bullet O\ ,$$

при што F,O,U,R се букви различни од нула. Значи нула може да биде некоја, точно една од буквите E,I,G,H,W. Но во тој случај левата страна би била нула, а десната различна од нула, или обратно, што не е можно.

Значи, $T=0$ и изразот $T\bullet H\bullet R\bullet E\bullet E$ има точно една вредност и тоа нула.

18. Сакаме да ги обоиме квадратчињата на квадратната шема (со димензии 5×5) во четири различни бои P, Q, R и S, секое квадратче во една боја и две соседни квадратчиња да немаат иста боја. Соседни се квадратчиња кои имаат заедничко теме. Некои од квадратчињата се веќе обоени. Во кои бои може да го обоиме затемнетото квадратче?

(A) само Q (B) само R (C) само S $\boxed{(D)\text{ во R или S}}$ (E) не е можно



Решение. Необоените квадрати ќе ги обележиме со индекси кои означуваат во која редица и во која колона се наоѓаат.

Полето 32 може да е обоено со бојата P. Полето 23 може да е обоено само со бојата R, а полето 13 само со бојата P. Сега боењето мора да продолжи како што е дадено на третиот цртеж. Заради полето 41 кое може да е обоено во една од боите R или S, затемнетото квадратче мора да е обоено во бојата S или во бојата R соодветно (види трет и четврт цртеж, сооветно).

19. На цртежот е даден правилен деветаголник. Колкава е големината на означениот агол со теме во точката X?

(A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 55° $\boxed{(E)\ 60^\circ}$

Решение. Нека O е центарот на опишаната кружница околу деветаголникот. Отсечката OX минува низ темето D на деветаголникот (види цртеж). Како надворешни агли на деветаголник, имаме

$$\measuredangle DCX = \measuredangle DBX = 40^\circ .$$

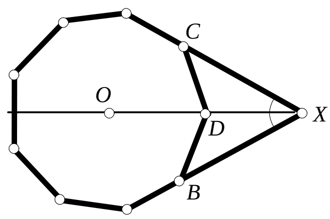
Од друга страна

$$\measuredangle CDX = \measuredangle BDX = 110^\circ ,$$

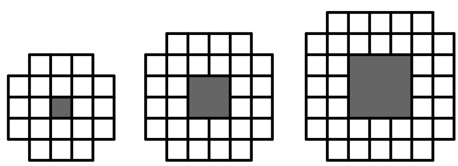
како наворешен агол на карактеристичен триаголник на правилен деветаголник. Според тоа

$$\measuredangle DCX = \measuredangle BXD = 30^\circ ,$$

односно $\measuredangle X = 60^\circ$.



20. Дадена е една редица фигури еднакви по облик и различни по големина. Првите три од нив се дадени на цртежот. Колку единечни квадрати се потребни за да се направи десеттата фигура во редицата.



(A) 76 (B) 80 (C) 84 $\boxed{(D)\ 92}$ (E) 100

Решение. Јасно е дека првата фигура е направена од

$$5\cdot5-1^2-4=20 \text{ -квадратчиња.}$$

Втората фигура е направена од

$$6\cdot6-2^2-4=36-8=28 \text{ -квадратчиња.}$$

Третата фигура е направена од

$7^2 - 3^2 - 4 = 49 - 9 - 4 = 36$ -квадратичиња.

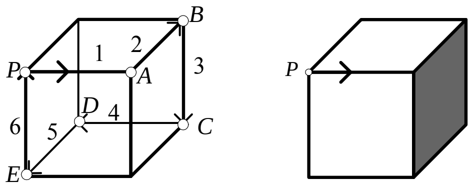
Продолжувајќи аналогно, десеттата фигура е направена од

$14^2 - 10^2 - 4 = 196 - 100 - 4 = 92$ -квадратчиња.

Секоја од задачите со реден број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

21. Почнувајќи од темето P, се движиме по рабовите на коцката, во правец на стрелката. На крајот на првиот раб избираме каде ќе свртиме, лево или десно. На крајот на второто ребро повторно избираме каде ќе свртиме, лево или десно. Начинот на движење го продолжуваме понатаму. Ако изборот на свртување го правиме наизменично, лево, па десно, па лево, па десно итн, после колку поминати рабови ќе се вратиме во точката P.

(A) 2 (B) 4 $\boxed{(C)\ 6}$ (D) 9 (E) 12

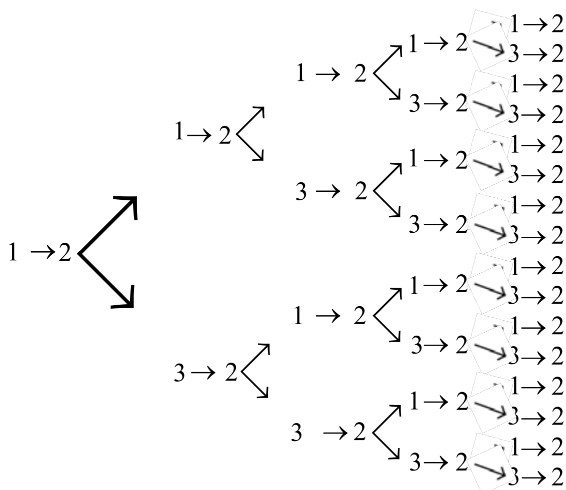


Решение. Јасно е дека еден таков пат е дадена на цртежот и тој се состои од шест отсечки.

22. Определи го бројот на десетцифрени броеви запишани со цифрите $1, 2$ и 3, за кои две соседни цифри се разликуваат точно за 1.

(A) 16 (B) 32 $\boxed{(C)\ 64}$ (D) 80 (E) 100

Решение. Бараните броеви може да запишнат се една од цифрите $1, 2$ или 3.



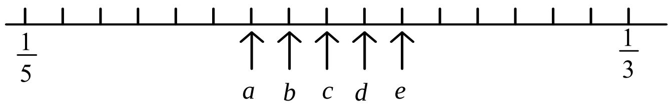
а) Во случајот кога започнуваат со цифрата 1 постојат 16 како што може да се види од претходната шема.

б) Во случајот кога броевите започнуваат со цифрата 3, може да се виде на потполно ист начин како и претходно (може да се нацрта шема) дека има 16.

в) Во случајот кога броевите започнуваат со цифрата 2, може да се виде на потполно иста начин како претходно (нацртај шема) дека има 32 броеви.

Значи, вкупно има 64 броеви кои го исполнуваат условот на задачата.

23. Дропките $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$ се дадени на бројната права. Каде се наоѓа дропката $\frac{1}{4}$.



$\boxed{(A)\ a}$ $(B)\ b$ $(C)\ c$ $(D)\ d$ $(E)\ e$

Решение. Дропките, т.е. растојанието меѓу дропките $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$ е разделено на 16 еднакви делови. Бидејќи должината на целата отсечка е

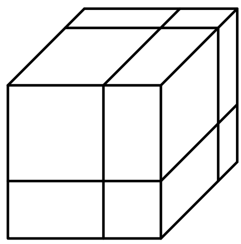
$$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}.$$

Должината на една мала отсечка е $\frac{1}{16}\cdot\frac{2}{15}=\frac{1}{120}$. Според тоа, треба да определиме број на отсечки (мали отсечки) така што

$$\frac{1}{5}+\frac{x}{120}=\frac{1}{4}.$$

Не е тешко да се провери дека решение на последната равенка е $x=6$. Според тоа, крајот од десната страна на 6-тата отсечка е дропката $\frac{1}{4}$. Значи, одговорот е а).

24. Дадена коцка е расечена си три рамнини, по една рамнина паралелна со пар паралелни страни на коцката, како на цртежот. Колку е односот на збирот на плоштините на добиените квадри и плоштината на коцката?



$(A)\ 1:1$ $(B)\ 4:3$ $(C)\ 3:2$ $\boxed{(D)\ 2:1}$ $(E)\ 4:1$

Решение. Со секое сечење на коцката површината на делбените делови во однос на почетната коцка се зголемува за $2a^2$ каде a е работ на коцката. По три сечења, површината на делбените делови е поголема од површината на коцката за $6a^2$, односно површината на делбените делови е $12a^2$. Според тоа, бараниот односн е

$$12a^2:6a^2=2:1.$$

25. Најмалиот делител на N поголем од 1 е 45 пати помал од најголемиот делител на N кој е помал од N. Колку такви природни броеви постојат?

$(A)\ 0$ $(B)\ 1$ $\boxed{(C)\ 2}$ (D) повеќе од 2 (E) не е можно да се определи

Решение. Ако x е најмалиот делител на N поголем од 1, тогаш $45x$ е најголемиот делител на N помал од N. Бидејќи $3\,|\,N$, добиваме дека

$$x\le 3.$$

Природни броеви не поголеми од 3 се 2 и 3. Според тоа $x=2$ или $x=3$.

Бидејќи x е најмал, а $45x$ е најголем делител на N, добиваме дека бараниот број е $N=45x^2$.

а) За $x=2$ добиваме $N=180$. Тогаш $x=2$ и $45x=90$.

б) За $x=3$ добиваме $N=405$. Тогаш $x=3$ и $45x=135$.

Значи, постојат два такви броја и тоа 180 и 405.

26. Еден квадрат е разделен на 2009 квадрати, такви што на секој од нив должината на страната е цел број. Која е најмалата должина на страната на квадратот што го има тоа својство?

(A) 44 $\boxed{(B)\ 45}$ (C) 46 (D) 503

(E) не е можно ниту еден квадрат да се подели на 2009 такви квадрати

Решение. Секако дека должината на страната на почетниот квадрат е природен број.

Квадрат со страна 44 може да се раздели на

$$44\cdot 44=1936$$

квадрати со должина на страна 1. Според тоа, должината на страната на почетниот квадрат е поголема од 44.

Од квадрат со должина на страната 45 ќе исечеме правоаголник со должини на страни 3 и 6. Преостанатиот дел од квадратот може да се разели на

$$2025-18=2007$$

квадрати со должина на страни 1.

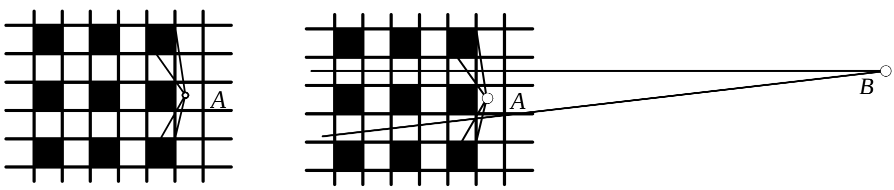
Правоаголникот со страни 3 и 6 може да се раздели на два квадрати со должини на страни 3.

Со тоа е направено бараното разделување.

27. Од точката A се гледаат само три црни квадрати од деветте обоени. Кој е најголемиот број на црни квадрати кои може да се видат од точка која припаѓа на рамнината?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 $\boxed{(E)\ 9}$

Решение. Постои точка од која се гледаат сите девет коцки. На пример една таква е дадена на цртежот десно.



28. Квадрат со страна $6\,\mathrm{cm}$ и триаголник се преклопуваат. Квадратот зафаќа 60% од површината на триаголникот, а триаголникот зафаќа $2/3$ од површината на квадратот. Колку е површината на триаголникот?

(A) $22\frac{4}{5}\ \mathrm{cm}^2$ (B) $24\ \mathrm{cm}^2$ (C) $36\ \mathrm{cm}^2$ $\boxed{(D)\ 40\ \mathrm{cm}^2}$ (E) $60\ \mathrm{cm}^2$

Решение. Површината на квадратот е $36\,\mathrm{cm}^2$. Површината на триаголникот ќе ја означиме со x. За површината на триаголникот имаме

$$\frac{60}{100}x=\frac{2}{3}\cdot 36$$

$$\frac{6}{10}\cdot x=24\,.$$

Според тоа, $x=40\ \mathrm{cm}^2$.

29. Петко последователно напишал во редица неколку различни броеви помали од 11. Робинзон Крусо ги разгледал, и забележал дека за секој пар од соседни броеви, едниот од броевите е делив со другиот. Колку најмногу такви броеви може да се запишат?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 $\boxed{(D)\ 9}$ (E) 10

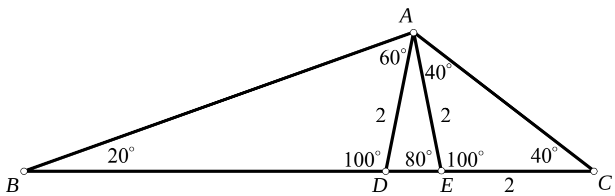
Решение. Можат да се запишат најмногу 9 такви броеви. Една таква низа е

9 3 6 2 4 8 1 5 10

30. Во триаголникот ABC, аголот при темето B е 20° а аголот при темето C е 40°. Должината на симетралата од темето A е 2. Пресметај $\overline{BC}-\overline{AB}$.

(A) 1 (B) 1,5 $\boxed{(C)\ 2}$ (D) 4 (E) не е можно да се определи

Решение. Нека точката $D \in BC$, така што AD е симетрала на аголот $\measuredangle BAC$. Тогаш



$\measuredangle BAD = \measuredangle DAC = 60^\circ$ и

$$\measuredangle BDA = 180^\circ - \measuredangle ABD - \measuredangle BAD = 180^\circ - 20^\circ - 60^\circ = 100^\circ.$$

Од последното равенство добиваме

$$\measuredangle ADC = 180^\circ - \measuredangle BDA = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

Ќе избереме точка E од BC така што $\overline{BE} = \overline{AB}$. Триаголникот ABE е рамнокрак со агол при врвот од 20°. За аглите при основата имаме

$$\measuredangle AEB = \measuredangle BAE = 80^\circ.$$

Сега триаголникот EAD е рамнокрак. При тоа $\measuredangle DAE = 20^\circ$ и $\overline{DA} = \overline{EA} = 2$. Бидејќи триаголникот AEC има два еднакви агли, тој е рамнокрак со основа AC. Значи, $\overline{AE} = \overline{EC} = 2$. Според тоа

$$\overline{BC} - \overline{AB} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{EC} = 2.$$