5 и 6 ОДДЕЛЕНИЕ

<u>Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени</u>

1. Со кој број треба да се замени триаголникот Δ за да е точно равенството

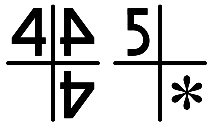
$$\Delta+\Delta+6=\Delta+\Delta+\Delta+\Delta$$

$(A)\ 2$ $\boxed{(B)\ 3}$ $(C)\ 4$ $(D)\ 5$ $(E)\ 6$

Решение. Ако наместо Δ ставиме x, добиваме равенка $2x+6=4x$, односно $6=2x$.

Сега јасно е дека $x=3$.

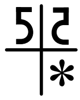
2. На цртежот се прикажани две огледала (хоризонтално и вертикално), бројот 4 и два негови одрази во огледалата.



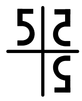
Ако истото го направиме за бројот 5 (види цртеж), што ќе стои на местото од знакот *?

(A)  (B)  $\boxed{(C)}$  (D)  (E) 

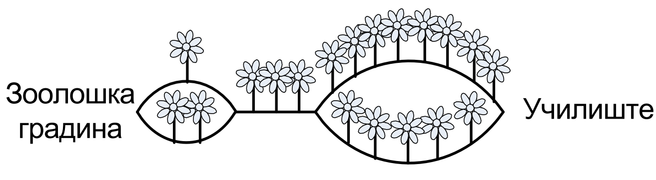
Решение. Со едно пресликување преку вертикалното огледало ќе добиеме



Потоа со пресликување преку хоризонталното огледало ќе добиеме



3. Малечкото кенгурче оди директно од зоолошката градина во училиште (се движи по линиите; види цртеж). Тоа го брои секој цвет по својата патека на движење. Кој од следните броеви не може да е резултат од броењето?



$(A)\ 9$ $(B)\ 10$ $\boxed{(C)\ 11}$ $(D)\ 12$ $(E)\ 8$

Решение. Дел од патиштата ќе ги означиме со бројки $1, 2, 3$ и 4 како на цртежот, а дел од раскрсниците со букви Z, A, B и Y.

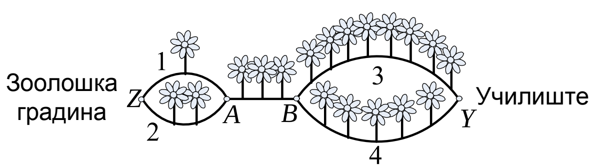
Бројот на цвеќиња кои ќе ги изброи по

$Z1AB3Y$ е 12

$Z1AB4Y$ е 9

$Z2AB3Y$ е 13

$Z2AB4Y$ е 10



Според тоа, од понудените бројки нема да изброи 11

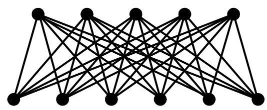
4. Една скала има 21 скалник. Ники и Мики ги бројат скалниците, првиот од долу према горе, а вториот од горе према долу. Броејќи по ред, тие се сретнале на скалникот кој за Ники е 10 -ти. Кој е по ред тој скалник за Мики?

(A) 13 (B) 14 (C) 11 $\boxed{(D)\ 12}$ (E) 10

Решение. После десеттиот скалник кој го изброил Ники, останале 11 неизброени скалници. Тие скалници треба да ги изброи Мики и плус скалникот на кој се сретнале.

Значи, за Мики тој е 12 -скалник.

5. Ана со отсечка ја поврзува секоја точа од горниот ред со секоја точка од долниот ред. Колку отсечки повлекла Ана?



(A) 20 (B) 25 $\boxed{(C)\ 30}$ (D) 35 (E) 40

Решение. Секоја точка од горниот ред на точки е поврзана со секоја точка од долниот ред на точки. Според тоа од секоја точка од горниот ред тргнуваат точно 6 отсечки. Сите повлечени отсечки се различни меѓу себе. Бидејќи во горниот ред има 5 точки, вкупно се повлечени

$$5 \cdot 6 = 30$$

точки.

6. Мувата има 6 нозе, а пајакот има 8 нозе. Две муви и три пајаци, заедно имаат толку нозе, колку што имаат 10 птици и

(A) 2 мачки (B) 3 мачки $\boxed{(C)\ 4\text{ мачки}}$ (D) 5 мачки (E) 6 мачки

Решение. Две муви и три пајаци заедно имаат

$$2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 12 + 24 = 36 \text{ -нозе.}$$

Една птица има две нозе, а една мачка има 4 нозе. Тогаш десет птици и x мачки заедно имаат

$$10 \cdot 2 + 4 \cdot x = 4x + 20 \text{ -нозе.}$$

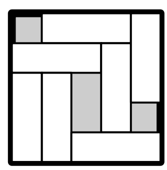
Сега,

$$4x + 20 = 36$$

$$4x = 16$$

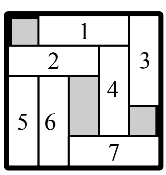
Значи, $x = 16 : 4 = 4$ мачки.

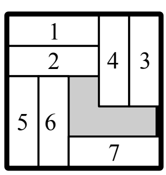
7. Дадена квадратна рамка е поставена на мазна површина. Во нејзината внатрешност се поставени седум еднакви меѓу себе правоаголни плочки (види цртеж). Дозволено е да ги поместуваме правоаголните плочки само со лизгање. Кој е најмалиот број на дозволени поместувања со кој ќе се направи место за да ставиме уште една правоаголна плочка во внатрешноста на рамката?



(A) 1 $\boxed{(B)\ 2}$ (C) 3 (D) 4 (E) 5

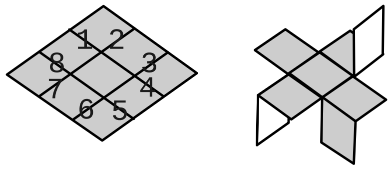
Решение. Плочките ќе ги обележиме како на цртежот, со броевите од 1 до 7. Сега јасно е дека плочки кои може да се поместат се плочките со броеви 1 и 3. Поместувањето на плочката 3 не води кон резултат да се направи место за уште една плочка. Ако по поместувањето на плочката 1 ја поместиме плочката со број 4 ќе се добие распоред како на цртежот десно.





Значи, потребни се две поместувања.

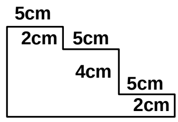
8. Квадратен лист хартија од долната страна е бел а од горната страна сив. Ана го разделила на девет еднакви кварати, како на цртежот лево. Потоа го расекла по четири од делбените отсечки и ја добила фигурата дадена на цртежот десно. По кои од означените отсечки го направила расекувањето?



(A) 1,3,5 и 7 $\boxed{(B)\ 2,4,6 \text{ и } 8}$ (C) 2,3,5 и 6 (D) 3,4,6 и 7 (E) 1,4,5 и 8

Решение. Очигледно е дека сечењето е направено по отсечките 2,4,6 и 8 .

9. Колку е периметарот на фигурата зададена со цртежот (сите агли меѓу страните на фигурата се прави).



(A) $3\cdot5+4\cdot2$ (B) $3\cdot5+8\cdot2$ (C) $6\cdot5+4\cdot2$ (D) $6\cdot5+6\cdot2$
$\boxed{(E)\ 6\cdot5+8\cdot2}$

Решение. Не е тешко да се види дека периметарот на фигурата е еднаков на периметарот на правоаголник со страни $3\cdot5$ и $4\cdot2$. Тогаш нејзиниот периметер е

$$2\cdot3\cdot5+2\cdot4\cdot2=6\cdot5+8\cdot2$$

10. На цртежот се дадени четири јажиња. Само едно од нив има јазол. Кое е тоа јаже?

(A) (B) (C) $\boxed{(D)}$ (E)

Решение. Не е тешко да се провери дека само врвцата D има јазол.

Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени

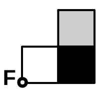
11. Кој израз има различна вредност од преостанатите четири?

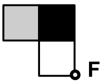
(A) $20\cdot10+20\cdot10$ (B) $20:10\cdot20\cdot10$ (C) $20\cdot10\cdot20:10$
(D) $20\cdot10+10\cdot20$ $\boxed{(E)\ 20:10\cdot20+10}$

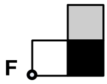
Решение. Ако ги пресметаме вредностите на изразите, добиваме

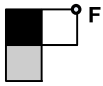
$$20\cdot10+20\cdot10=200+200=400$$
$$20:10\cdot20\cdot10=2\cdot200=400$$
$$20\cdot10\cdot20:10=4000:10=400$$
$$20\cdot10+10\cdot20=200+200=400$$
$$20:10\cdot20+10=2\cdot20+10=40+10=50\,.$$

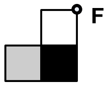
Сега е јасен одговорот.

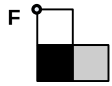
12. Фигурата  ја ротираме околу точката F за половина круг. При тоа се добива:

(A) 

(B) 

$\boxed{(C)}$ 

(D) 

(E) 

Решение. Не е тешко да се види дека се добива фигурата под (C).

13. Филип избрал еден број и го поделил со 7. Потоа на добиениот резултат му додал 7 и добиениот збир го помножил со 7. Тој го добил бројот 777. Кој број го избрал Филип?

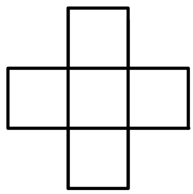
(A) 7 (B) 111 (C) 722 (D) 567 $\boxed{(E)\ 728}$

Решение .Нека Филип го избрал бројот x. Тогаш

$$[(x:7)+7]\cdot 7 = 777$$

Ако добиената равенка ја решиме се добива $x = 728$. Значи Филип го избрал бројот 728.

14. Броевите $1,4,7,10,13$ се запишани во квадратчињата дадени на цртежот, во секое кваратче по еден број. Се покажало дека збирот на броевите во редицата (по хоризонтала) е еднаков на збирот на броевите во колоната (по вертикала) и во исто време тој е најголем можен. Кој е тој збир?



(A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 22 $\boxed{(E)\ 24}$

Решение. Ќе ги разгледаме сите пет случаи кога во централното поле е запишан секој од дадените броеви поединечно.

а) Нека во централното поле е запишан бројот 1. Множеството $\{4,7,10,13\}$ може да се разбие на две подмножества кои имаат еднаков збир на броевите во нив: $\{4,13\}$ и $\{7,10\}$. Во тој случај бараниот збир е 18.

б) Нека во централното поле е запишан бројот 4. Множеството $\{1,7,10,13\}$ не може да се разбие на две подмножества кои имаат еднаков збир на броевите во нив.

в) Нека во централното поле е запишан бројот 7. Множеството $\{1,4,10,13\}$ може да се разбие на две подмножества кои имаат еднаков збир на броевите во нив: $\{1,13\}$ и $\{4,10\}$. Во тој случај бараниот збир е 21.

г) Нека во централното поле е запишан бројот 10. Множеството $\{1,4,7,13\}$ не може да се разбие на две подмножества кои имаат еднаков збир на броевите во нив.

а) Нека во централното поле е запишан бројот 13. Множеството $\{1,4,7,10\}$ може да се разбие на две подмножества кои имаат еднаков збир на броевите во нив: $\{1,10\}$ и $\{4,7\}$. Во тој случај бараниот збир е 24.

Според тоа, бараниот збир е 24, а тој распоред е

	7	
1	13	10
	4	

15. За да се направи еден примерок на весник од 60 страни, се печатат 15 листа хартија, се ставаат еден врз друг и потоа се превиткуваат на половина. Страната 7 е изгубена. Кои други страни недостасуваат?

(A) 8,9 и 10 (B) 8,42 и 43 (C) 8,48 и 49 (D) 8,52 и 53 $\boxed{(E)\ 8,53 \text{ и } 54}$.

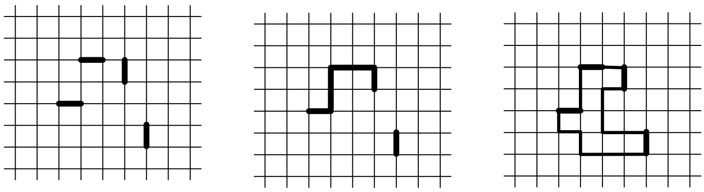
Решение. На листот на кој е првата страна, се страните со редни броеви $1,2,59,60$. На листот на кој е страната со реден број 3, се наоѓаат страните со редни броеви $3,4,57,58$. На листот на кој се страната со редден број 5 се наоѓаат страните со редни броеви $5,6,55,56$.

Сега на листот на кој е страната со реден број 7 се наоѓаат страните со редни броеви $7,8,53,54$.

16. Една мравка се движи по линиите на една квадратна шема (види цртеж), почнувајќи и завршувајќи во иста точка. Не постојат точки по кои поминува двапати. Таа треба да помине по затемнетите отсечки. Кој е најмалиот број на квадрати кои мравката со својата патека ќе ги обиколи?

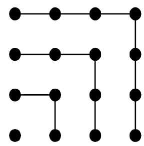
$\boxed{(A)\ 8}$ $(B)\ 9$ $(C)\ 10$ $(D)\ 11$ $(E)\ 13$

Решение. Тој број е 8, а една таква патека е дадена на цртежот. При тоа секако за патеката да е најкратка, дел од патеката се отсечките кои се нацртани на цртежот 2.



цртеж 1 цртеж 2 цртеж 3

17. Од цртежот може да се забележи дека $1+3+5+7=4\cdot 4$. Колку е вредноста на збирот



$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21 .$$

$(A)\ 10\cdot 10$ $\boxed{(B)\ 11\cdot 11}$ $(C)\ 12\cdot 12$ $(D)\ 13\cdot 13$ $(E)\ 14\cdot 14$

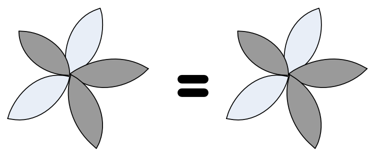
Решение. Од цртежот можеме да забележиме дека збирот $1+3+5+7$ е еднаков на бројот на темиња на единечни квадратчиња на кои е разделен квадрат со страна 4.

Аналогно, збирот $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21$ е еднаков на бројот на темиња на единечни квадратчиња на кои е разделен квадрат со страна

$$\frac{21+1}{2}=\frac{22}{2}=11 .$$

Тој број е $11\cdot 11=121$. Значи,

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21=121 .$$



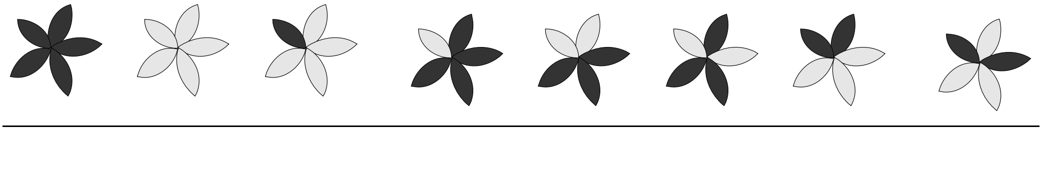
18. Ивана нацртала цвеќе со 5 ливчиња. Таа сака да го обои цвеќето, но има само две бои, црвена и жолта. На колку различни начини таа може тоа да го направи, ако секое ливче целосно го бои со една од боите?

$(A)\ 6$ $(B)\ 7$ $\boxed{(C)\ 8}$ $(D)\ 9$ $(E)\ 10$

Решение. Целото цвеќе може да е обоено или само жолто или само црвено. Може едно ливче да е обоено црвено, а другите четири жолто и обратно, едно ливче да е обоено жолто, а останатите четири да се црвени.

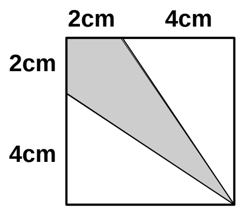
Точно две ливчиња да се обоени жолто, а точно три црвено, може да се направи на два начина: жолтите ливчиња да се едно до друго или меѓу нив да има црвено ливче. Истото може да се направи кога точно има две црвени и точно три жолто обоени ливчиња.

Според тоа, Ивана може на осум различни начини да го обои цветот.



19. Колкав дел од квадратот (види цртеж) е затемнет?

$\boxed{(A)\ \frac{1}{3}}$ $\quad (B)\ \frac{1}{4} \quad (C)\ \frac{1}{5} \quad (D)\ \frac{3}{8} \quad (E)\ \frac{2}{9}$



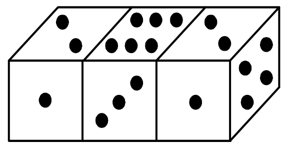
Решение. Очигледно е дека страната на квадратот е 6 cm. Незатемнетиот дел од кваратот се состои од два складни правоаголни триаголници со катети 4 cm и 6 cm. Збирот на нивните плоштини е еднаков на

$$S = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6 = 24\text{ cm}.$$

Плоштината на квадратот е $P = 6\cdot 6 = 36\text{ cm}^2$. Сега плоштината на затемнетиот дел е $Q = P - S = 12\text{ cm}^2$. Јасно е дека $Q = \frac{1}{3}S$, т.е. затемнетиот дел е $\frac{1}{3}$ од површината на кваратот.

Секоја од задачите со реден број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

20. Три идентични коцки од играта “не лути се човече” се допрени една до друга, како на цртежот. Збирот на точките на секои две спротивни страни е еднаков на 7. Колку вкупно точки има на оние страни на коцките кои се допираат меѓу себе?

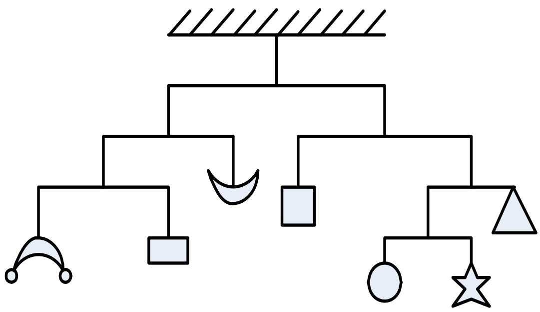


$(A)\ 12 \quad (B)\ 13 \quad \boxed{(C)\ 14} \quad (D)\ 15 \quad (E)\ 16$

Решение. Бројот на точки на допрените страни се 4 на првата коцка, од лево кон десно, 2 и 5 на средната коцка и 3 на третата коцка. Според тоа, бараниот збир е $2+3+4+5=14$.

21. На цртежот е прикажна вага, која е во рамнотежа. Тежината на хоризонаталните прачки и вертикалните врвци е занемарлива. Вкупната тежина на предметите кои ги мериме е 112 грама. Колку е тешка ѕвездата?

$(A)\ 6\ gr \quad \boxed{(B)\ 7\ gr} \quad (C)\ 12\ gr \quad (D)\ 16\ gr \quad (E)$ не може да се определи



Решение. Квадратот, триаголникот, кругот и ѕвездата заедно тежат

$$112 : 2 = 56\text{ gr}.$$

Сега, триаголникот, кругот и ѕвезата заедно тежат

$$56 : 2 = 28\text{ gr}.$$

Според тоа, кругот и ѕвездата заедно тежат

$$28 : 2 = 14\text{ gr}.$$

Конечно, ѕвездата тежи 7 грама.

22. Една пицерија нуди основна верзија на пица со кашкавал и кечап.Освен тоа пицеријата прави пици со еден или два додатоци, од следните продукти: шунка, школки, печурки и маслинки. За секој вид на пица има три големини: мала, средна и голема. Колку различни типови пица прави пицеријата?

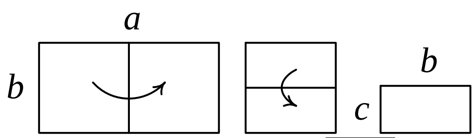
$\boxed{(A)\ 33}$ (*B*) 12 (*C*) 18 (*D*) 48 (*E*) 72

Решение. Ги имаме следните видови на пици

Ка, Ке;	Ка, Ке, Шу;	Ка, Ке, Шк;	Ка, Ке, М;
Ка, Ке, П;	Ка, Ке, Шк, Шу;	Ка, Ке, П, Шу;	Ка, Ке, М, Шу;
Ка, Ке, Шк, М;	Ка, Ке, П, М;	Ка, Ке, Шк, П.	

Бидејќи има три големини ќе има 33 типови на пици.

23. Правоаголно парче хартија има должина a и ширина b. Тоа е превиткано на половина два пати, како што е прикажано на цртежот. Добиениот правоаголник има должина b и ширина c. Колку ќе се добие кога a ќе се подели со c.



(*A*) 2 (*B*) 2,5 (*C*) 3 $\boxed{(D)\ 4}$ (*E*) не може да се определи

Решение. Ако ширината на добиениот правоаголник е c, тогаш ширина на почетниот правоаголник е $2c = b$.

Ако должината на добиениот правоаголник е b, тогаш должината на почетниот правоаголник е $2b = a$. Според тоа,

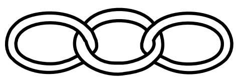
$$a = 2b = 2 \cdot 2c = 4c$$

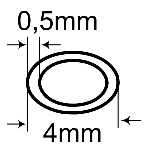
од каде добиваме

$$a : c = 4c : c = 4 .$$

24. Еден мајстор за изработка на филигран прави ланче спојувајќи алки идентични меѓу себе (види цртеж 1). Димензиите на алките се дадени на цртежот 2. Колку е долго ланчето, ако тоа е направено од пет алки?

(*A*) 20 *mm* (*B*) 19 *mm* (*C*) 17,5 *mm* $\boxed{(D)\ 16\ mm}$ (*E*) 15 *mm*





Цртеж 1 Цртеж 2

Решение. Ако тој спои две алки добива должина од

$$3\text{ mm}+1\text{ mm}+3\text{ mm} = 7\text{ mm} .$$

Ако додаде уште една алка добива должина

$$3\text{ mm}+1\text{ mm}+2\text{ mm}+1\text{ mm}+3\text{ mm} = 10\text{ mm}$$

Сега јасно е дека ланче со четири алки има должина 13 mm, а ланче со пет алки има должина 16 mm.

25. Нека P, Q и R се меѓусебно различни цифри, такви што

$\overline{PPQ} \bullet Q = \overline{RQ5Q}$.

Тогаш $P+Q+R=$

(A) 13 (B) 15 (C) 16 $\boxed{(D)\ 17}$ (E) 20

Решение. Единствени можности за Q се $1,5$ и 6. Непосредно може да се провери дека Q не може да биде 1 и 5. За $Q=6$, имаме

$\overline{PP6} \bullet 6 = \overline{R656}$.

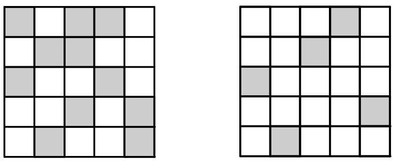
Сега не е тешко да се види дека за $Q=6$ единствено одговара $P=7$, па според тоа $R=4$. Тогаш

$P+Q+R=17$.

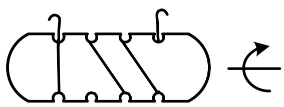
26. Колку црни квадратчиња од дадената кваратна шема (види цртеж) треба да се преобојат во бело за да во секоја редица (хоризонтала) и секоја колона (вертикала) има по точно едно црно кваратче?

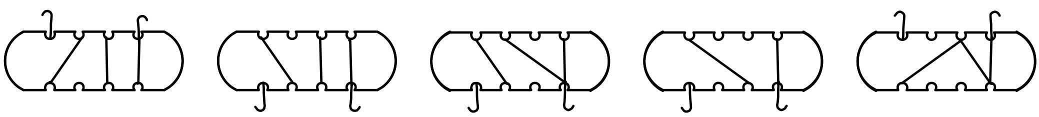
(A) 4 (B) 5 $\boxed{(C)\ 6}$ (D) 7 (E) тоа не може да се направи

Решение. Бидејќи се зададени 11 црно обоени кваратчиња, треба да преобоиме 6 црни квадратчиња. Еден начин е даден на цртежот.



27. Андреа намотала јаже околу дрвена плочка како на цртежот. Таа ја свртела дрвената плочка како што е покажано со стрелката на цртежот. Што ќе види таа по свртувањето?

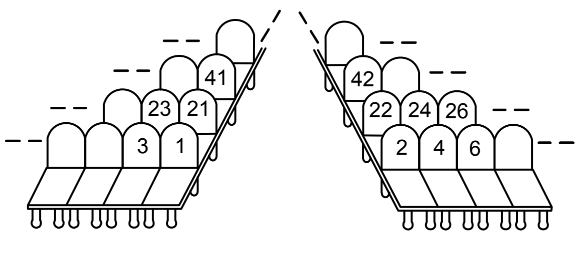




(A) $\boxed{(B)}$ (C) (D) (E)

Решение. Не е тешко да се види дека точен одговор е под B.

28. Ана купила билет со број 100. Сања сака да купи билет за да седи што поблиску до Ана. Само пет билети останале непродадени; билетите со броеви 76, 94, 99, 104 и 118. Распоредот на седиштата е даден на цртежот. Кој билет треба да го купи Сања?



(A) 94 (B) 76 (C) 99 (D) 104 $\boxed{(E)\ 118}$

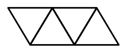
Решение. Седиштето со број 100 се наоѓа на левата страна, во петтиот ред на левиот крај. Јасно е дека во овој случај најдалеку од тоа седиште е седиштето со редден број 99.

Седиштето со реден број 96 е во истиот петти ред, преку едно седиште десно.

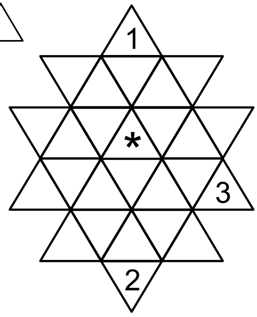
Седиштето со реден број 104 е во наредниот шести ред, и е второ од десно на лево, а 118 е исто така во шесттиот ред, и тоа е исто така второ од лево кон десно.

Седиштетот со реден број 76 е во четвртиот ред и е трето седиште од десно кон лево.

Сега јасно е дека, седиштето со реден број 118 е најблиску до седиштето со реден број 100 и Сања треба да го купи билетот со тој реден број.

29. Сите единечни триаголници од фигурата дадена на цртежот треба да бидат пополнети, употребувајќи ги броевите $1, 2, 3, 4$ (во секој триаголник по еден број). Во секоја фигура од облик,  или нејзините ротации (завртувања) кои постојат на цртежот, се запишани четири различни броеви.

Некои броеви се веќе запишани. Кој број може да стои на местото на *?



(A) само 1 $\boxed{(B)\text{ само } 2}$ (C) само 3

(D) само 4 (E) еден од броевите 1,2 или 3

Решение. Со пробање и елиминации се покажува дека на местото на * може да стои единствено бројот 2.

30. Октоподи со по шест, седум и осум пипки го опслужуваат подводниот крал. Октоподите кои имаат по седум пипки секогаш лажат, а октоподите кои имаат по шест и по 8 пипки секогаш ја зборуваат вистината. Еден ден се сретнале четири октоподи. Синиот октопод рекол:”заедно имаме 28 пипки”, зелениот октопод рекол:”заедно имаме 27 пипки”, жолтиот октопод рекол: ”заедно имаме 26 пипки” а црвениот октопод рекол: ”заедно имаме 25 пипки”. Колку пипки има црвениот октопод?

(A) 6 $\boxed{(B)\ 7}$ (C) 8 (D) 6 или 8 (E) не е можно да се определи

Решение. Бројот 25 може како збир на броевите $6,7$ и 8 да се запише на единствен начин: $25 = 6 + 6 + 6 + 7$.

Ако црвениот октопод има 6 пипки, тогаш тој ја зборува вистината. Но, тогаш тој ја зборува вистината, и четирите октоподи нависитина заедно имаат 25 пипки. Но тогаш уште други два октоподи ја зборуваат вистината, па тие заедно имаат 26 или 27 или 28 пипки. Заради добиената спротивност, црвениот октопод лаже, односно тој има 7 пипки.