

НАСТАВНА ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА НА ВОЗРАСТ ОД 17-18 ГОДИНИ (III клас средно образование)

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 17-18 години се:

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од групите, прстените, интегралните домени и полињата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од матриците и детерминантите и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од Евклидските векторски простори, скаларниот, векторскиот и мешаниот производ, како и равенката на права во рамнина и во просор, равенката на рамнина и нивните заемни положби и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од кривите од втор ред и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од тригонометрискиот и експоненцијалниот облик на комплексен број и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од геометријата на комплексен број и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теорејата на полиноми и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини за аксиоматската изградба на множеството реални броеви и полињата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од низите реални броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста на мислењето,

- да се настојува ученикот/ученичката да ги усвојува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,
- да се настојува во нејавна форма ученикот/ученичката да ги усвојува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогича, при што од особена важност да се презентираат погодни примери од кои ученикот/ученичката ќе осознава дека заклучувањето по аналогича не е секогаш точно.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

Прв дел. Линеарна алгебра со аналитичка геометрија

Алгебарски структури

- алгебарски структури, групоид, полугрупа,
- група: дефиниција и својства,
- подгрупа, теорема на Лагранж,
- прстен, интегрален домен и поле,
- полето $\mathbb{Z}_p$.

Матрици, детерминанти, систем линеарни равенки

- равенката $ax = b$ во поле
- систем равенки во поле,
- еквивалентност на системи равенки,
- решавање на систем равенки, Гаусов метод,
- поим за матрица, собирање на матрици,
- множење на матрица со број и множење на матрици,
- единична матрица, поим за инверзна матрица,
- матрицата A^n , примери,
- поим за детерминанта, својства на детерминантите,
- сарусово правило,
- пресметвање на детерминанта,
- теорема на Лаплас,
- инверзна матрица, услов за регуларност,
- пресметување на инверзна матрица,
- елементарни трансформации на матрици и нивна примена,

- ранга на матрица,
- теорема за базен минор,
- матричен запис на систем линеарни равеки, теорема на Кронекер-Капели,
- Крамерово правило,
- други методи за решавање систем линеарни равенки.

Евклидски векторски простор

- Декартов правоаголен координатен систем во простор,
- скаларни и векторски величини, проекција на вектор на оска,
- проекција на вектор на координатни оски,
- косинусни правци,
- собирање и одземање на вектори, множење на вектор со скалар,
- линеарна зависност и линеарна независност на вектори,
- теорема за проекции, разложување на вектор на компоненти,
- скаларен производ на вектори, координатна форма на скаларен производ,
- векторски производ на вектори, координатна форма на векторски производ,
- мешан производ на вектори, координатна форма ба мешан производ,
- трансформации на Декартови правоаголни координати,
- равенка на права во рамнина,
- видови равенка на права во рамнина,
- прамен прави,
- нормални прави, услов за нормалност на две прави,
- растојание од точка до права во рамнина,
- симетрала на агол меѓу две прави,
- равенка на рамнина во простор,
- непотполни равеки на рамнина, сегментен облек на равенка на рамнина,
- нормален вид на равенка на рамнина, растојание од точка до рамнина,
- агол меѓу две рамнини,
- равенка на права во простор,
- заемен однос на две прави,
- заемен однос на права и рамнина.

Криви од втор ред

- кружница: поим и својства,
- заемен однос на кружница и права,
- елипса: поим и својства,

- замен однос на елипса и права,
- хипербола: поим и својства,
- замен однос на хипербола и права,
- парабола: поим и својства,
- замен однос на парабола и права,
- криви од втор ред,
- криви од втор ред како конусни пресеци,
- сведување на крива од втор ред во канонична форма,
- трансформација на координатен систем.

Втор дел. Геометрија на комплексен број

Тригонометриски облик на комплексен број

- тригонометриски запис на комплексен број, операции и Моаврова формула,
- изрази за $\sin^n x$ и $\cos^n x$, $n \in \mathbb{N}$,
- коренување на комплексен број, решавање на биномни равенки,
- експоненцијален запис на комплексен број, Ојлерови формули,
- проширена комплексна рамнина, Риманова интерпретација на комплексен број,
- множеството $\mathbb{C}^n$.

Трансформации во Евклидската рамнина

- равенка на права, нормални и паралелни прави,
- растојание од точка до права,
- равенка на кружница,
- директни сличности,
- движења,
- хомотеија,
- индиректни сличности,
- инверзија,
- трансформација на Мобиус и нејзини геометриски својства.

Геометрија на кружница и триаголник

- централен и периферен агол на кружница, теорема на Талес, теорема за агол меѓу тангента и тетива,
- степен на точка во однос на кружница,
- радикална оска и радикален центар,
- прамен и сноп кружници,

- ортоцентар и тежиште на триаголник, теорема на Лајбниц, средна линија на триаголник (својства),
- правоаголен триаголник, Питагорова теорема,
- Ојлерова права и Ојлерова кружница,
- теорема на Менелај, теорема на Дезарг и теорема на Паскал,
- триаголни координати, теорема на Чева и теорема на Ван Обел,
- плоштина на триаголник, плоштина на конвексен многуаголник,
- впишана и припишани кружници на триаголник, теорема на Ојлер,
- теорема на Стјуарт, должина на тежишна линија, должини на симетрали на внатрешни агли на триаголник, симедијана (својства),
- Симсонова права,
- теорема на Птоломеј и неравенство на Птоломеј,
- скаларен производ, теорема на Аполониј, теорема на Лагранж и теорема на Лајбниц,

Трет дел. Алгебра и анализа

Полиноми

- поим за полином, НЗД на полиноми, Евклидов алгоритам,
- нули на полином, основна теорема на алгебрата (без доказ),
- Виетови формули,
- кубна равенка, Карданова формула,
- системи нелинеарни равенки.

Аксиоматска засновање на множеството реални броеви

- реални броеви, аксиоми за поле,
- некои последици од воведените аксиоми,
- својство за непрекинатост на множеството реални броеви,
- децимално претставување на реалните броеви,
- густина на множествата рационални и ирационални броеви,
- пребројливи множества, небројливост на множеството реални броеви.

Низи

- аритметичка низа, поим, општ член и збир на членови,
- геометричка низа, поим, општ член и збир на членови,
- идентитети и зборови,
- низа, дефиниција и својства,
- гранична вредност на низа,
- конвергентни низи, својства на конвергентни низи,

- монотони и ограничено низи,
- конвергенција на монотона низа, бројот e ,
- теорема на Штолц и примена, бесконечен ред, геометриски ред.

Теорија на броеви

- теорема на Кармајкл,
- ред на цел број по модул,
- примитивни корени,
- функција на Мебиус,
- цикломатични полиноми,
- квадратни остатоци,
- равенка на Пел,
- теорема на Чебишев за распределба на простите броеви (без доказ),
- Бертранов постулат,
- теорема на Дирихле.

Литература:

1. Малчески, Р. (2002). Елементарна алгебра, Просветно дело, Скопје
2. Малчески, Р., Докоска, М. (2002): Математика 2, Просветно дело, Скопје
3. Тренчевски, Г., Малчески, Р., Тренчевски, К. (2003). Математика 3, (авторизиран ракопис)
4. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К. (2015). Вовед во елементарна теорија на броеви (второ издание), СММ, Скопје
5. Малчески, Р. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Армаганка, Скопје
6. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Армаганка, Скопје
7. Малчески, Р., Малчески, А. (1993). Избрани содржини од елементарна математика, СММ, Скопје
8. Пиперевски, Б., Малчески, Р., Малчески, А., Трајковска И. (2014). Избрани содржини од елементарна математика II (второ издание), Сигма, Скопје
9. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје
10. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје

11. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019).
Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје
12. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019).
Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
13. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019).
Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
14. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019).
Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
15. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019).
Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020).
Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
17. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка
нерешени задачи за натпревари за средно образование), Армаганка, Скопје
18. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј
по елементарна математика – прв дел, Армаганка, Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј
по елементарна математика – втор дел, Армаганка, Скопје
20. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Треневски, Д. (2019). Репетиториј
по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје
21. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј
по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
22. Mitrović, M., Ognjanović, S., Veljković, M., Petković, Lj., Lazarević, N. (1998). Geometrija za
I razred Matematičke gimnazije (drugo dopunjeno izdanje), Krug, Beograd
23. Малчески, Р., Гроздев, С., Аневска, К. (2019). Геометрија на комплексен број,
Армаганка, Скопје
24. Алексиев, К., Бангачев, К., Бойваленков, П. (2017). 640 задачи или теория на числата за
олимпиади, Унимат СМБ, София
25. Andreescu, T., Andrica, D., Feng, Z. 104 Number Theory Problems: From the Training of the
USA IMO Team, Birkhauser, 2007
26. Andreescu, T., Andrica, D. Number Theory – Structures, Examples and Problems, Birkhauser,
2009
27. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 3 – калкулус 1 (четврто издание),
Армаганка, Скопје

28. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 1 – алгебарски структури (трето издание), Армаганка, Скопје
29. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 2 – векторска и линеарна алгебра (трето издание), Армаганка, Скопје

Програмата ја составиле:

Д-р Ристо Малчески, ред. проф. на ФОН Универзитет, Скопје

Д-р Алекса Малчески, ред. проф. на Машински факултет, Скопје

АРМАГАНКА