

Елена Михајловска  
Скопје

## БРЗО МНОЖЕЊЕ

Таканаречените виртуози во брзо пресметување многу често си ја олеснуваат работата со користење на едноставни алгебарски трансформации.

**a)** На пример, бројот  $988^2$  ќе се добие на овој начин:

$$988^2 = 988 \cdot 988 = (988+12) \cdot (988-12) + 12^2 = 1000 \cdot 976 + 144 = 976144$$

Лесно воочуваме дека пресметувачот во овој случај ја користел следната трансформација:

$$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a-b)(a+b) + b^2$$

каде бројот  $b$  е погодно избран. Ќе наведеме неколку примери како оваа формула можеме да ја користиме за брзо усно пресметување.

Така, на пример:

$$18^2 = (18+2) \cdot (18-2) + 2^2 = 20 \cdot 16 + 2^2 = 320 + 4 = 324,$$

$$37^2 = (37+3) \cdot (37-3) + 3^2 = 40 \cdot 34 + 2^2 = 1360 + 9 = 1369,$$

$$54^2 = (54+4) \cdot (54-4) + 4^2 = 58 \cdot 50 + 4^2 = 2900 + 16 = 2916,$$

$$63^2 = (63+3) \cdot (63-3) + 3^2 = 66 \cdot 60 + 3^2 = 3960 + 9 = 3969.$$

Користејќи ја претходната постапка, обиди се самостојно да ги пресметаш квадратите на броевите 67, 76, 89, 91, 27, 44 и 66.

**b)** Во претходно разгледаните примери ниту еден од броевите не завршуваше на цифрата 5. Меѓутоа, ако двоцифрениот број завршува на цифрата 5, тогаш за брзо пресметување на неговиот квадрат го користиме равенството

$$\overline{a5}^2 = (10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a+1) + 25.$$

Како што можеме да видиме, во овој случај треба да го најдеме производот  $a(a+1)$ , каде  $a$  е цифрата на десетките, потоа овој производ да го помножиме со 100 и на така добиениот број да го додадеме бројот 25. На пример,

$$35^2 = 100 \cdot 3 \cdot 4 + 25 = 1225,$$

$$75^2 = 100 \cdot 7 \cdot 8 + 25 = 5625,$$

$$85^2 = 100 \cdot 8 \cdot 9 + 25 = 7225$$

Како, што можеме да забележиме нашите пресметувања во овој случај може да се поедностават, со тоа што го наоѓаме производот  $a(a + 1)$  и на истиот од десно му го допишуваме бројот 25 (зашто?).

Обиди се брзо да ги пресметаш квадратите на сите двоцифрени броеви чија цифра на единиците е 5.

Јасно, ако имаме мешан број во кој целиот дел е едноцифрен број  $a$ , а дробниот дел е  $\frac{1}{2}$ , тогаш за неговиот квадрат имаме

$$\begin{aligned}(a\frac{1}{2})^2 &= (a + \frac{1}{2})^2 = (a + 0,5)^2 \\ &= a^2 + a + 0,25 \\ &= a(a + 1) + 0,25\end{aligned}$$

од каде што, на пример, добиваме

$$\begin{aligned}(6\frac{1}{2})^2 &= 6 \cdot 7 + 0,25 = 42,25 \text{ и} \\ (9\frac{1}{2})^2 &= 9 \cdot 10 + 0,25 = 90,25.\end{aligned}$$

**в)** Кога сме кај брзото множење, да забележиме дека интересна е постапката за множење на два трицифрени броја, кај кои цифрите на стотките и десетките се еднакви, а збирот на единиците е 10. Така, ако се дадени броевите  $\overline{abc}$  и  $\overline{aby}$ , при што  $c + y = 10$  добиваме

$$\begin{aligned}\overline{abc} \cdot \overline{aby} &= (10\overline{ab} + c) \cdot (10\overline{ab} + y) \\ &= 100\overline{ab} \cdot \overline{ab} + 10\overline{ab}(c + y) + cy \\ &= 100\overline{ab} \cdot \overline{ab} + 100\overline{ab} + cy \\ &= 100\overline{ab}(\overline{ab} + 1) + cy\end{aligned}$$

што значи дека во овој случај треба да го помножиме двоцифрениот број составен од цифрите на стотките и десетките со неговиот следбеник и на така добиениот број од од десно да му го допишеме производот од цифрите на единиците. На пример

$$783 \cdot 787 = 100 \cdot 78 \cdot 79 + 21 = 100 \cdot 6162 + 21 = 616221$$

$$654 \cdot 656 = 100 \cdot 65 \cdot 66 + 24 = 100 \cdot 4290 + 24 = 429024$$

Користејќи ја претходната постапка, брзо пресметај ги производите

$$352 \cdot 358, \quad 763 \cdot 767 \text{ и } 229 \cdot 221.$$

**г)** Од претходно изнесеното можеме да забележиме дека виртуозите за пресметување всушност користат едноставни, но ефикасни математички алгоритми. Се разбира, ваквите алгоритми во голема мера го

заштедуваат времето за решавање на задачи, па затоа добро е истите целосно да се усвојуваат.

Секако, во нашите разгледувања дадовме само некои можностите за брзо пресметување на производи и квадрати на природни броеви. Вакви алгоритми има многу. Обиди се самостојно да најдеш некои од нив и испрати ги на адреса на нашето списание. Се разбира, најдобрите алгоритми ќе ги објавиме во некој од следните броеви.