

Меѓународен натпревар КЕНГУР 17.03.2016

3 и 4 клас

Тестот се работи за време од 1h и 15 min.

За неточен одговор на прашање се одзема една четвртина од бројот на поените со кои тоа прашање се вреднува. За да се избегне вкупен негативен резултат на крајот се додаваат 30 поени, така што максималниот можен број на освоени поени е 150.

При работата калкулатори не се дозволени.

Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени

1. Збирот на годините на Томе и Иван е 23, збирот на годините на Иван и Алекса е 24 и збирот на годините на Томе и Алекса е 25. Колку години има најстариот од нив?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. Збирот $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ е еднаков на:

A) $\frac{3}{111}$ B) $\frac{111}{1110}$ C) $\frac{111}{1000}$ D) $\frac{3}{1000}$ E) $\frac{3}{1110}$

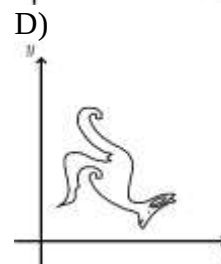
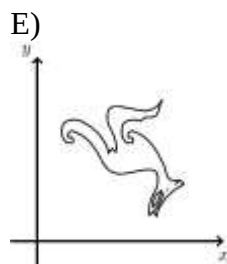
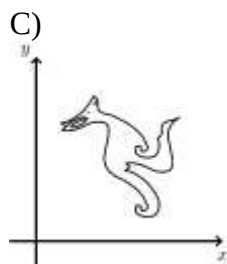
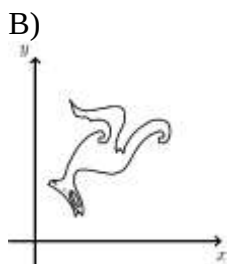
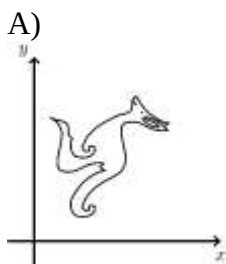
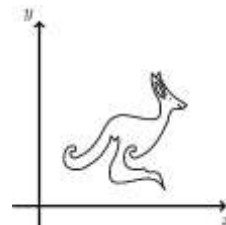
3. На долните цртежи се прикажани 5 различни реки. За која од нив не е исполнет условот: „Можниот најкраток мост, конструиран во произволна точка од едниот до другиот брег на реката, има константна должина.“?



4. Колку природни броеви се поголеми од $2015 \cdot 2017$ и се помали од $2016 \cdot 2016$?

A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

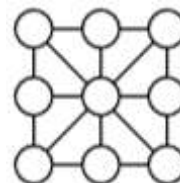
5. Множество точки во рамнината претставено во правоаголен координатен систем xu претставува слика на кенгур, (цртеж десно). Ако координатите x и y на секоја точка ги заменат местата која слика ќе се добие?



6. Кој е најмалиот број на рамнини со кои може да се ограничи дел од просторот така, што растојанието меѓу било кои две точки од тој дел да е помало или еднакво на однапред зададен број?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

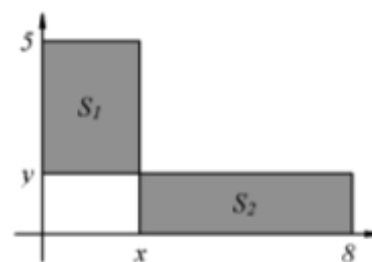
7. Крукчињата на цртежот десно се поврзани со отсечки. Ги разгледуваме осумте мали триаголници, чии темиња се крукчињата и на чии страни нема други крукчиња. Во крукчињата запиши броеви така, што збирите на броевите запишани во темињата на сите мали триаголници се еднакви. Кој е најголемиот број на различни броеви кои можат да се искористат за ваквото пополнување на крукчињата?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) повеќе од 4

8. Правоаголниците S_1 и S_2 на цртежот десно имаат еднакви плоштини. Пресметај го количникот $\frac{x}{y}$.

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

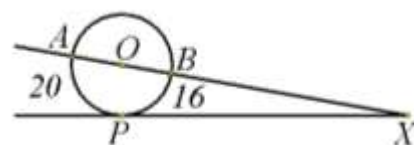


9. Ако $x^2 - 4x + 2 = 0$, тогаш $x + \frac{2}{x}$ е еднакво на:

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

10. Ако должините на помалите лаци AP и BP на цртежот десно соодветно се 20 и 16, тогаш аголот $\angle AXP$ е еднаков на:

A) 30° B) 24° C) 20° D) 15° E) 10°



Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени

11. Позитивните реални броеви a , b , c и d ги задоволуваат равенствата $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$. Кој од четирите броеви a , b , c и d е најголем?

A) a B) b C) c D) d E) не е можно да се определи

12. Во секој правоаголник на пирамидата прикажана на цртежот десно е запишан по еден број така, што бројот во секој од правоаголниците над основата е еднаков на производот на броевите запишани во двата правоаголника кои се наоѓаат точно под него.



Кој од дадените броеви не може да се појави во правоаголникот на врвот од пирамидата, ако правоаголниците при основата содржат природни броеви кои се поголеми од 1?

A) 56 B) 84 C) 90 D) 105 E) 220

13. Ако $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ ($n > 1$), тогаш x_4 е еднаков на:

A) 2^2^3 B) 2^2^4 C) 2^2^{11} D) 2^2^{16} E) 2^2^{768}

14. Во правоаголникот $ABCD$ должината на страната BC е еднаква на половината од должината на дијагонала AC . Нека M е точка од страната CD таква, што $\overline{AM} = \overline{MC}$. Најди го аголот $\angle CAM$.

A) $12,5^\circ$ B) 15° C) $27,5^\circ$ D) $42,5^\circ$ E) друг одговор

15. Правоаголник $ABCD$ ($\overline{AB} > \overline{AD}$) со плоштина 2016 е поделен на 56 складни квадрати. Должините на страните на правоаголникот и на квадратите се цели броеви. Колку различни можности има за димензиите на правоаголникот $ABCD$?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

16. Секој жител на еден остров е или витез, или лажго. Витезите секогаш говорат вистина, а лажговците секогаш лажат. При посетата на островот еден патник сретнал седум жители на островот, кои седеле околу логорски оган. Секој од нив му рекол: „Јас седам меѓу двајца лажговци.“ Колку лажговци имало околу логорскиот оган?

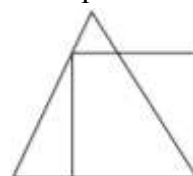
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) не може да се определи

17. Равенките $x^2 + ax + b = 0$ и $x^2 + bx + a = 0$ ($a \neq b$) имаат реални корени. Ако збирот од квадратите на корените на првата равенка е еднаков на збирот од квадратите на корените на втората равенка, тогаш збирот $a + b$ е еднаков на:

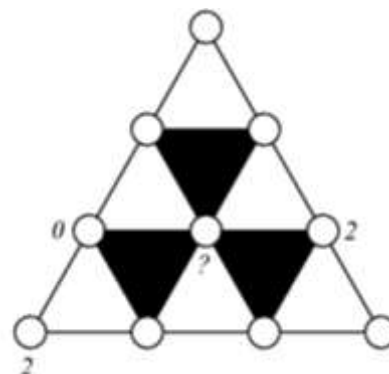
A) 0 B) -2 C) 4 D) -4 E) не може да се определи

18. Ако периметарот на квадратот од фигурата на цртежот десно е еднаков на 4, тогаш периметарот на рамностраниот триаголник е еднаков на:

A) 4 B) $3 + \sqrt{3}$ C) 3 D) $3 + \sqrt{2}$ E) $4 + \sqrt{3}$



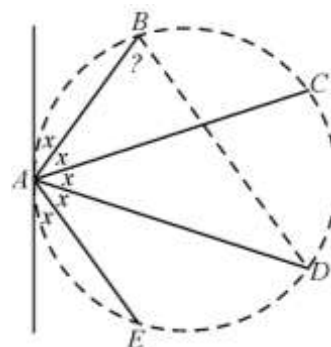
19. Секоја од десетте точки на фигурата прикажана на цртежот десно е означена со 0, со 1 или со 2. Познато е дека збирот на броевите во темињата на секој бел триаголник е делив со 3, додека пак збирот на броевите во темињата на секој црн триаголник не е делив со 3. Три од точките се означени како што е прикажано на цртежот. Кои броеви можат да се искористат за означување на централната точка?



A) само 0 B) само 1 C) само 2 D) само 0 и 1 E) или 0, или 1, или 2

20. Елизабета на кружница обележала пет точки A , B , C , D и E (види цртеж десно). Тангентата на кружницата во точката A и четирите тетиви кои ја поврзуваат точката A со останатите четири точки формираат пет агли, кои се еднакви на x . Најди го аголот $\angle ABD$.

A) 66° B) $70,5^\circ$ C) 72° D) 75° E) $77,5^\circ$



Секоја од задачите со реден број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

21. Колку различни реални решенија има равенката $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$?

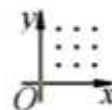
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) бесконечно многу

22. Четириаголник е опишан околу кружница. Периметарот на четириаголникот спрема должината на кружницата се однесува како 4:3. Односот на плоштината на четириаголникот спрема плоштината на кругот, определен од кружницата, е еднаков на:

A) $4:\pi$ B) $3\sqrt{3}:\pi$ C) 16:9 D) $\pi:3$ E) 4:3

23. Колку квадратни функции по x имаат графици, кои содржат барем три од означените точки на цртежот десно?

A) 6 B) 15 C) 19 D) 22 E) 27



24. Во правоаголен триаголник ABC со прав агол во темето A симетралите на остриите агли се сечат во точка P . Ако растојанието од точката P до хипотенузата е $\sqrt{8}$, да се определи растојанието од точката P до точката A .

A) 8 B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{12}$ E) 4

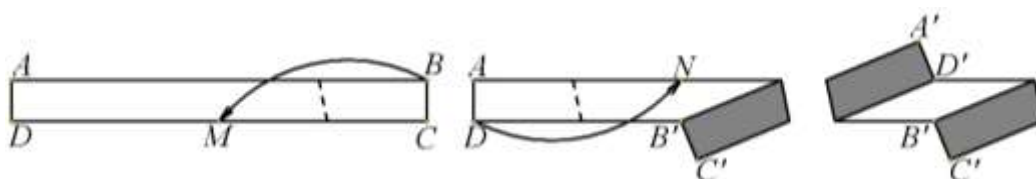
25. Три трицифрени броеви се запишани со цифрите од 1 до 9, при што секоја цифра е искористена точно еднаш. Кој од следниве броеви не може да е еднаков на збирот на овие три броеви?

A) 1500 B) 1503 C) 1512 D) 1521 E) 1575

26. Дадена е коцка и точка во нејзината внатрешност. Внатрешната точка е поврзана со темињата на коцката, со што коцката е поделена на шест пирамиди. Волумените на пет од тие пирамиди се 2, 5, 10, 11 и 14. Определи го волуменот на шестата пирамида?

A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

27. Хартиена лента во форма на правоаголник $ABCD$ со ширина 5 cm и должина 50 cm е обоена од едната страна во бело, а од другата – во сиво. Кристина ја превиткала лентата така, што темето B се совпаднало со средината M на страната CD . Потоа таа одново ја превиткала лентата така, што темето D се совпаднало со средината N на страната AB (види цртеж). Определи ја плоштината во сантиметри квадратни на видливиот бел дел од лентата.

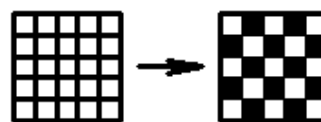


A) 50 B) 60 C) 62,5 D) 100 E) 125

28. Ана избрала природен број n и го пресметала збирот s на сите природни броеви од 1 до n . Простиот број p е делител на збирот s , но не е делител на ниту еден од неговите собирци. Кој од дадените броеви може да е еднаков на збирот $n + p$?

A) 217 B) 221 C) 229 D) 245 E) 269

29. Даден е 5×5 квадрат, кој е поделен на 25 единечни бели квадратчиња. Една трансформација на квадратот се состои во тоа што се менува бојата на три последователни единечни квадратчиња кои се наоѓаат во една редица или во една колона (белите квадратчиња стануваат црни, а црните – стануваат бели). Колкав е најмалиот потребен број на трансформации за да се добие шаховското боење на квадратот прикажано на цртежот десно?



A) помал од 10 B) 10 C) 12 D) поголем од 12 E) боењето не е можно

30. Природниот број N има точно шест различни природни делители, вклучувајќи ги 1 и N . Производот на пет од тие шест делители е 648. Кој од дадените броеви е шестиот делител на N ?

A) 4 B) 8 C) 9 D) 12 E) 24