



## Задачи

### Задача 1.

Определи ги сите цели броеви  $n, n \geq 1$  за кои што бројот  $n^8 + n^6 + n^4 + 4$  е прост број.

### Задача 2

Нека  $ABC$  е триаголник. Нека  $D$  е подножје на симетралата на внатрешниот агол кај темето  $A$ . Нормалата од точката  $D$  кон тангентата  $AT$  ( $T$  припаѓа на  $BC$ ) на опишаната кружница околу триаголникот  $ABC$  ја сече висината  $AH_a$  во точката  $I$  ( $H_a$  припаѓа на  $BC$ ).

Ако  $P$  е средна точка на страната  $AB$  а  $O$  е центар на опишаната кружница околу триаголникот  $ABC$ , правата  $PI$  ја сече  $AB$  во точката  $M$  а правата  $PT$  ја сече  $AD$  во точката  $F$ , докажи дека  $MF$  е нормална на  $AO$ .

### Задача 3

Нека  $a, b, c$  се позитивни реални броеви такви што  $a + b + c = 3$ . Докажи дека

$$\sqrt{\frac{b}{a^2+3}} + \sqrt{\frac{c}{b^2+3}} + \sqrt{\frac{a}{c^2+3}} \leq 2\sqrt{\frac{1}{abc}}.$$

### Задача 4

Дадена е  $25 \times 25$  шаховска табла составена од единечни квадрати  $C(i, j)$  за  $1 \leq i, j \leq 25$ . Да се најде најмалиот број  $n$  од различни бои со кои единечните квадрати може да бидат обоени (секој квадрат се бои во една боја) за да биде исполнет условот: за  $1 \leq i, j \leq 25$  и за  $1 \leq s < t \leq 25$ , трите единечни квадрати  $C(i, s), C(j, s)$  и  $C(j, t)$  се обоени во најмалку две различни бои.