

НАСТАВНА ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА НА ВОЗРАСТ ОД 16-17 ГОДИНИ (II клас средно образование)

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 16-17 години се:

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од комплексните броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од квадратните равенки, неравенки и квадратните функции и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од неравенствата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од линеарните диференцијални равенки и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од комбинаторика и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од експоненцијалните и логаритамските равенки, функции и неравенства и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на броеви и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од тригонометријата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини за плошина на рамнинска фигура и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од стереометријата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста на мислењето,
- да се настојува ученикот/ученичката да ги усвојува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,

- да се настојува во нејавна форма ученикот/ученичката да ги усвојува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогича, при што од особена важност да се презентираат погодни примери од кои ученикот/ученичката ќе осознава дека заклучувањето по аналогича не е секогаш точно.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

Прв дел. Алгебра

Поле на комплексни броеви

- поим за комплексен број (комплексен број како подреден пар реални броеви), собирање, одземање и множење на комплексни броеви, основни својства,
- коњугиран комплексен број, модул на комплексен број, растојание во \mathbb{C}
- имагинарна единица, алгебарски запис на комплексен број,
- неравенство на триаголник и равенство на паралелограм,
- делење и степенување на комплексни броеви, поле на комплексни броеви, корен на комплексен број,
- геометриска интерпретација на комплексен број, комплексна рамнина, делење на отсечка во даден однос.

Квадратна равенка и квадратна функција

- поим за квадратна равенка, видови квадратни равенки,
- решавање на непотполни квадратни равенки,
- решавање на потполни квадратни равенки, дискриминанта на квадратна равенка (природа на решенијата на квадратна равенка),
- Виетови формули, примена,
- разложување на квадратен трином на линеарни множители,
- равенки кои се сведуваат на квадратни (дробно-рационални и биквадратни),
- системи квадратни равенки,
- примена на квадратните равенки и нивните системи,
- поим и дефиниција на парабола, квадратна функција,
- график на квадратна квадратна функција: $f(x) = ax^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$,
- својства на квадратната функција и графикот,
- знак на квадратна функција, екстремни вредности на квадратна функција,
- положба на даден број во однос на нулите на квадратната функција.

Неравенства

- неравенство на Коши-Буњаковски-Шварц,
- Енгелов принцип на минимум,
- равенства на Абел,
- неравенство за преуредување,
- неравенство на Чебишев,
- геометриски неравенства.

Квадратни и ирационални неравенки

- квадратни неравенки,
- систем квадратни неравенки,
- ирационални равенки,
- ирационални неравенки,
- примена на квадратните неравенки и нивните системи.

Линеарни диференцини равенки од прв и втор ред

- линеарна диференцна равенка од прв ред,
- линеарна диференцна равенка од втор ред,
- хомогена линеарна диференцна равенка од втор ред со константни коефициенти,
- систем диференцини равенки од видот
$$\begin{cases} x_{n+1} = px_n + qy_n \\ y_{n+1} = rx_n + sy_n \end{cases}$$
- решавање на некои нехомогени линеарни диференци равенки од втор ред со константни коефициенти,
- Фибоначиеви броеви,
- решавање на некои нелинеарни диференцини равенки.

Основни комбинаторни конфигурации. Биномна и полиномна формула

- математика индукција (повторување),
- принцип на збир, производ, вклучување и исклучување (повторување),
- пермутации без повторување и пермутации со повторување,
- варијации без повторување и варијации со повторување (варијации од даден тип),
- комбинации без повторување и комбинации со повторување,
- триангулација на n – аголник и проблем на загради,
- биномна формула,
- полиномна формула.

Експоненцијална функција, логаритамска функција, експоненцијални и логаритамски равенки, неравенки и неравенства

- експоненцијална функција, својства и график,
- експоненцијални равенки,
- инверзна функција (повторување) и поим за логаритам,
- основни својства на логаритмот,
- логаритамска функција, својства и график,
- логаритамски равенки,
- системи експоненцијални и логаритамски равенки,
- експоненцијални и логаритамски неравенки,
- системи експоненцијални и логаритамски неравенки,
- степен со ирационален степен показател,
- експоненцијални и логаритамски неравенства.

Теорија на броеви

- деливост (општи и посебни критериуми за деливост), НЗД, Евклидов алгоритам и НЗС (повторување),
- прости и сложени броеви, основна теорема на аритметиката и функциите $y = [x]$, $y = \{x\}$ (повторување),
- мултипликативни функции,
- совршени броеви,
- конволуциски производ,
- поим за конгруенција, својства на конгруенциите и нивна примена (критериуми за деливост),
- системи остатоци (потполн и редуциран) и нивни својства,
- Ојлерова функција, теорема на Ојлер, мала теорема на Ферма и теорема на Вилсон,
- линеарна конгруентна равенка, системи линеарни конгруентни равенки и кинеска теорема за остатоци,
- нелинеарни конгруентни равенки,
- линеарна диофантова равенка, Ојлеров метод (повторување),
- Питагорови тројки,
- метод на Ферма,
- збир на четири квадрати, збир на два квадрати,
- општи квадратни Диофантови равенки,

- експоненцијални диофантови равенки,.

Втор дел. Геометрија

Тригонометрија

- тригонометрија на правоаголен триаголник (повторување од прва година),
- проширување на поимот агол, ориентиран агол
- мерење на агли и лаци
- тригонометриска кружница
- тригонометриски функции од произволен агол, знаци на тригонометриските функции во одделени квадранти
- основни зависности меѓу тригонометриските функции од еден ист агол
- сведување на тригонометриските функции од произволен агол на тригонометриски функции од остар агол
- периодичност, парност и непарност на тригонометриските функции
- интервали на растење и опаѓање, менување на тригонометриските функции
- графици на основните тригонометриски функции
- график и основни својства на функција $y = a \sin(bx + c)$ и слични функции,
- тригонометриски функции од збир и разлика на два агла
- тригонометриски функции на удвоен агол и на половината на даден агол изразени преку функцијата на тој агол
- трансформација на алгебарски збир на тригонометриски функции во производ и обратно
- инверзни тригонометриски функции,
- трансформации на инверзните тригонометриски функции,
- основни тригонометриски равенки,
- хомогени тригонометриски равенки,
- равенки од видот $a \sin x + b \cos x = c$, каде $a, b, c \in \mathbb{R}$,
- едноставни тригонометриски неравенки,
- системи тригонометриски равенки и тригонометриски неравенки,
- синусна теорема, примена,
- косинусна теорема, примена,
- решавање на триаголник, решавање на четириаголник.

Плоштина на рамнинска фигура

- поим за плоштина, плоштина на паралелограм,
- плоштина на триаголник, Херонова формула и други формули за плоштина на триаголник, плоштини на слични триаголници,

- плоштина на трапез и трапезоид,
- периметар и плоштина на правилен многуаголник,
- периметар на кружница, плоштина на круг, должина на кружен лак и плоштини на делови од круг.

Стереометрија

- нормалност на прави и рамнини (повторување од прва година),
- диедар, триедар и коше,
- поим за полиедар,
- правилни полиедри,
- тетраедар,
- призма, пресеци на призма со рамнина, плоштина и волумен на призма,
- принцип на Кавалиери,
- пирамида, пресеци на пирамида со рамнина, плоштина и волумен на пирамида,
- потсечена пирамида,
- поим за ротациона, цилиндрична и конуска површина,
- цилиндар, плоштина и волумен,
- конус, плоштина и волумен,
- потсечен конус, плоштина и волумен,
- сфера и топка, пресеци на топка,
- плоштина и волумен на топка и нејзините делови,
- примена на тригонометријата во стереометрија.

Литература:

1. Малчески, Р. (2002). Елементарна алгебра, Просветно дело, Скопје
2. Малчески, Р., Докоска, М. (2002): Математика 2, Просветно дело, Скопје
3. Тренчевски, Г., Малчески, Р., Тренчевски, К. (2003). Математика 3, (авторизиран ракопис)
4. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К. (2015). Вовед во елементарна теорија на броеви (второ издание), СММ, Скопје
5. Малчески, Р. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Армаганка, Скопје
6. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Армаганка, Скопје

7. Малчески, Р., Малчески, А. (1993). Избрани содржини од елементарна математика, СММ, Скопје
8. Пиперевски, Б., Малчески, Р., Малчески, А., Трајковска И. (2014). Избрани содржини од елементарна математика II (второ издание), Сигма, Скопје
9. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје
10. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје
11. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје
12. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
13. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
14. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
15. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020). Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
17. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование), Армаганка, Скопје
18. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Трневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – прв дел, Армаганка, Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Трневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – втор дел, Армаганка, Скопје
20. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Трневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје
21. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Трневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
22. Mitrović, M., Ognjanović, S., Veljković, M., Petković, Lj., Lazarević, N. (1998). Geometrija za I razred Matematičke gimnazije (drugo dopunjeno izdanje), Krug, Beograd
23. Малчески, Р., Гроздев, С., Аневска, К. (2019). Геометрија на комплексен број, Армаганка, Скопје

24. Алексиев, К., Бангачев, К., Бойваленков, П. (2017). 640 задачи или теория на числата за олимпиади, Унимат СМБ, София
25. Andreescu, T., Andrica, D., Feng, Z. 104 Number Theory Problems: From the Training of the USA IMO Team, Birkhauser, 2007
26. Andreescu, T., Andrica, D. Number Theory – Structures, Examples and Problems, Birkhauser, 2009

Програмата ја составиле:

Д-р Ристо Малчески, ред. проф. на ФОН Универзитет, Скопје

Д-р Алекса Малчески, ред. проф. на Машински факултет, Скопје

АРМАГАНКА