

**МЕЃУНАРОДЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР КЕНГУР**  
20 МАРТ 2008  
**1 И 2 ГОДИНА ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

**Тестот се работи за време од 1 час и 15 минути.**

За неточен одговор се одзема една четвртина од бројот на поени со кои прашањето се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, така што вкупниот можен број на освоени поени е 150. Калкулатори не се дозволени.

**Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени**

1. Кој од следните броеви е делив со 3:

- (A) 2009      (B)  $2 + 0 + 0 + 9$       (C)  $(2 + 0)(0 + 9)$       (D)  $2^9$       (E)  $200 - 9$ .

2. Кој е минималниот број на точки кои треба да се отстранат од квадратната шема дадена на цртежот, така што во точките кои ќе преостанат да нема три колинеарни?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 7.

3. На една популарна трка учествувале 2009 атлетичари. Бројот на натпреварувачи кои Давид ги победил е трипати поголем од бројот на натпреварувачи кои него го победиле. Кое место го освоил Давид на трката?

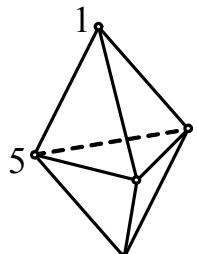
- (A) 503      (B) 501      (C) 500      (D) 1503      (E) 1507.

4. Колку е вредноста на  $\frac{1}{2}$  од  $\frac{2}{3}$  од  $\frac{3}{4}$  од  $\frac{4}{5}$  од  $\frac{5}{6}$  од  $\frac{6}{7}$  од  $\frac{7}{8}$  од  $\frac{8}{9}$  од  $\frac{9}{10}$  од 1000?

- (A) 250      (B) 200      (C) 100      (D) 50      (E) ниту еден од овие.

5. Во бројот добиен со последователно запишување 2009 пати на бројот 2009, збирот на непарните цифри по кои непосредно следува парна цифра е еднаков на:

- (A) 2      (B) 9      (C) 4018      (D) 18072      (E) 18081.

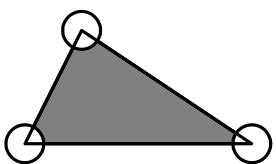


6. Едно тело е формирано од 6 триаголници. Во секое негово теме е запишан по еден број. За секоја страна е пресметан збирот на броевите во нејзините темиња, и сите пресметани збирови се еднакви. Два од запишаните броеви се 1 и 5 како на цртежот. Колку е збирот на сите запишани броеви во темињата на телото?

- (A) 9      (B) 12      (C) 17      (D) 18      (E) 24.

7. За природниот број  $N$ , квадратот и кубот имаат еднаков број на цифри. Колку такви броеви има?

- (A) 0      (B) 3      (C) 4      (D) 9      (E) бесконечно многу.



8. Површината на триаголникот е  $80 \text{ m}^2$ , а радиусите на кружниците со центри во темињата на триаголникот се  $2 \text{ m}$ .

Колку е плоштината на затемнетиот дел на цртежот во  $\text{m}^2$ ?

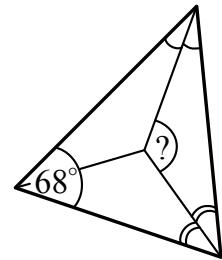
- (A) 76      (B)  $80 - 2\pi$       (C)  $40 - 4\pi$       (D)  $80 - \pi$       (E)  $78\pi$ .

9. Огнен последователно запишал седум броеви. Почнувајќи од третиот број секој од нив е збир на претходните два броја. Четвртиот запишан број е еднаков на 6, а шестиот запишан број е еднаков на 15. Кој е седмиот запишан број?

- (A) 9      (B) 16      (C) 21      (D) 22      (E) 24.

10. Триаголникот има еден агол од  $68^\circ$ . Трите симетрали на аглите се сечат во точката  $O$ . Определи го означениот агол на цртежот?

- (A)  $120^\circ$     (B)  $124^\circ$     (C)  $128^\circ$     (D)  $132^\circ$     (E)  $136^\circ$

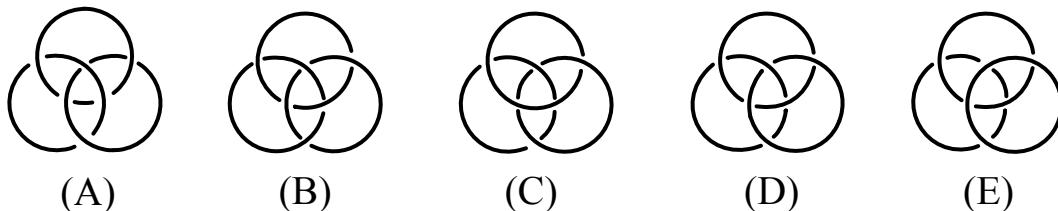


**Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени**

11. При секое тестирање оценките кои може да се добијат се 0,1,2,3,4 или 5. По четири тестирања просечната оценка на Марија е 4. Еден од следните искази не е точен. Кој е тој

- (A) Марија добила само оценки 4  
 (B) Марија добила оценка 3 точно двапати  
 (C) Марија добила оцена 3 точно три пати  
 (D) Марија добила оцена 1 точно еднаш  
 (E) Марија добила оцена 4 точно двапати

12. Борманови кругови се три кругови, кои имаат својство да ниту еден од нив не може да биде одвоен од останатите два без барем еден, било кој од трите, не биде отстранет со кинење. Кога еден ќе биде прекинат и отстранет, другите два не се



поврзани меѓу себе. На кој од следните цртежи се нацртани Борманови кругови?

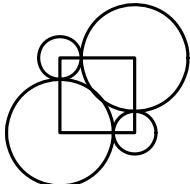
- (A) A    (B) B    (C) C    (D) D    (E) E

13. На еден остров некои од жителите се лажговци. Лажговците секогаш лажат, а другите жители на островот секогаш ја зборуваат вистината. Во еден ред биле наредени 25 жители на островот. Сите членови во редот, освен првиот, вели дека тој пред него во редот е лажго. Првиот во редот вели дека останатите членови во редот се лажговци. Колку членови во редот се лажговци?

- (A) 0    (B) 12    (C) 13    (D) 24    (E) не е можно да се одреди

14. Ако  $a \square b = ab + a + b$  и  $3 \square 5 = 2 \square x$ , тогаш  $x$  е еднаков на:

- (A) 3    (B) 6    (C) 7    (D) 10    (E) 12



15. Темињата на квадратот се центри на кружници: две големи и два мали. Големите кружници се допираат меѓу себе и секоја од нив се допира со двете мали кружници (види цртеж). За колку радиусот на поголемите кружници е поголем од радиусот на помалите кружници?

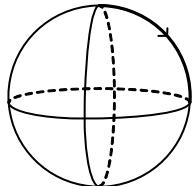
- (A)  $\frac{2}{9}$     (B)  $\sqrt{5}$     (C)  $1 + \sqrt{2}$     (D) 2,5    (E)  $0,8\pi$ .

16. Растојанието меѓу  $\sqrt{n}$  и 10 на бројната права е помало од 1. Колку такви природни броеви  $n$  постојат?

- (A) 19    (B) 20    (C) 39    (D) 40    (E) 41

17. Петко напишал во една редица неколку природни броеви кои не се поголеми од 10. Робинзон Крусо ги разгледал и забележал дека за секој пар соседни броеви, едниот од нив е делител на другиот. Колку најмногу такви броеви може да се запишат?

- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10



18. Три кружни прстени се споени заедно, така што секои два се сечат под прав агол, како што е прикажано на цртежот (рамнините во кои лежат се попарно взајмно нормални). Една бубамара слетала на една од пресечните точки и почнала да лази околу еден прстен, како што е прикажано на цртежот во правец на стрелката. Лазењето го продолжила на следниот начин: поминала четвртина кружница и на крајот завртела десно за  $90^\circ$ ; патувала четвртина кружница и на крајот завртела лево за  $90^\circ$ ; патувала четвртина кружница и завртела десно за  $90^\circ$ ; итн. Продолжувајќи на овој начин, колку четвртини од кружници треба да помине бубамарата за да се врати во точката од која тргнала?

- (A) 6      (B) 9      (C) 12      (D) 15      (E) 18

19. Колку нули треба да се стават на местото на \*, така што децималниот број  $1.*1$  што се добива е број поголем од  $\frac{20009}{20008}$ , а е помал од  $\frac{2009}{2008}$ ?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

20. Ако  $a = 2^{25}$ ,  $b = 8^8$  и  $c = 3^{11}$ , тогаш

- (A)  $a < b < c$       (B)  $b < a < c$       (C)  $c < b < a$       (D)  $c < a < b$       (E)  $b < c < a$ .

### Секоја од задачите со реден број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

21. Колку десетцифрени броеви може да се запишат со цифрите 1, 2 и 3, така што две соседни цифри се разликуваат за 1.

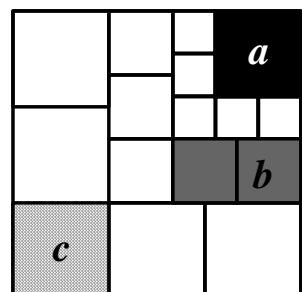
- (A) 16      (B) 32      (C) 64      (D) 80      (E) 100

22. Едно кенгурче има 2009 единечни коцкички, и од нив треба да ги употреби сите и да направи квадар. Тоа има и 2009 налепници во боја кои се квадратчиња со страна 1, со кои треба да ги обои страните на квадарот. Кенгурчето ја постигнало целта, направило квадар и ги обоило сите страни на квадарот. Колку налепници му останале?

- (A) повеќе од 1000      (B) 763      (C) 476      (D) 49  
 (E) не е точно дека кенгурчето може да ја постигне својата цел

23. Дадени се три делови на еден квадрат: црн со плоштина  $a$ , сив со плоштина  $b$  и шрафиран со плоштина  $c$ , како на цртежот. Кој од следните одговори е точен?

- (A)  $a < b < c$       (B)  $a < c < b$       (C)  $b < a < c$   
 (D)  $b < c < a$       (E)  $c < a < b$



24. Неколку портокали, јаболка, банани и праски се наредени во редица. Секое од четирите видови овошја во редицата се наоѓа по секој од дадените видови овошја. Кој е најмалиот број на овошја во редицата?

- (A) 4      (B) 5      (C) 8      (D) 11

(E) таков распоред не е можен

25. Кој е најмалиот природен број  $n$  за кој

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$$

е полн квадрат?

- (A) 6      (B) 8      (C) 16      (D) 27      (E) друг одговор

26. Најмалиот делител на еден природен број  $N$  кој е поголем од 1 е 45 пати помал од најголемиот негов делител кој е помал од  $N$ . Колку такви природни броеви има?

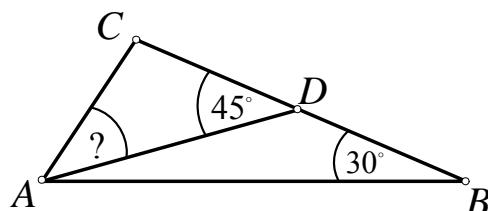
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) повеќе од 2

(E) не може да се определи

27. Едно кенгурче се наоѓа во координатниот почеток на еден правоаголен декартов координатен систем во рамнина. Тоа може да скокне за единица вертикално или единица хоризонтално. Во колку точки од рамнината може да стаса кенгурчето?

- (A) 121      (B) 100      (C) 400      (D) 441

(E) ниеден од дадените одговори



28. Нека  $AD$  е тежишна линија во триаголникот  $ABC$ . Аголот  $\angle ABC$  има  $30^\circ$ , а аголот  $\angle ADC$  има  $45^\circ$ . Колку степени има аголот  $\angle CAD$ ?

- (A)  $45^\circ$       (B)  $30^\circ$       (C)  $25^\circ$       (D)  $20^\circ$       (E)  $15^\circ$

29. Која е најголемата вредност за  $k$ , за која  $3^k$  е делител на

$$1 \cdot 11 \cdot 111 \cdots \underbrace{111\ldots 1}_{24 \text{ пати } 1}.$$

- (A) 20      (B) 15      (C) 12      (D) 10      (E) 8

|     |    |    |
|-----|----|----|
| $a$ |    |    |
|     |    | 47 |
|     | 63 |    |

30. Квадратна шема  $3 \times 3$  треба да се дополнит до магичен квадрат (збирот на броевите во секоја редица, секоја колона и дијагонала е ист). Ако два од броевите се дадени (види цртеж), колку е означениот број  $a$ ?

- (A) 16      (B) 51      (C) 54      (D) 55      (E) 110