Момир Поленаковиќ, Скопје

ПРИМЕНА НА СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ НЕРАВЕНКИ ВО НОСЕЊЕТО БИЗНИС ОДЛУКИ (продолжение)

Во претходниот број ги разгледавме системите линеарни равенките и можноста за нивната примена при носењето на бизнис одлуките. Во продолжение ќе разгледаме уште еден пример пример и ќе дадеме краток осврт на развојот на линеарното програмирање, како и краток коментар за финансиските ефекти од примената на истото.

Пример 2. Во една фабрика се произведуваат два вида на пенкала (метални и пластични). Профитот од едно продадено метално пенкало е 7 денари, а од едно продадено пластично пенкало е 5 денари. За да се произведе едно метално пенкало потребни се четири минути, а за едно пластично пенкало потребни се две минути. Капацитетот на машината на која се произведуваат двата вида на пенкала (едните па другите) за еден месец е 300 часа (18000 минути). За фирмата да не работи со загуба потребно е да продава најмалку по 1000 метални и 2000 пластични пенкала месечно. Колку метални, а колку пластични пенкала треба да се произведат за еден месец за да се оствари најголем профит?

Решение. Нека со **x** и **y** ги означиме: **x** – број на произведени метални пенкала за еден месец, **y** – број на произведени пластични пенкала за еден месец, пришто **x, y** ≥ 0

Вкупниот профит кој би се остварил во фабриката за еден месец би бил:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 7\mathbf{x} + 5\mathbf{y}$$

Бидејќи во конкретниот пример се бара најголем остварен профит за еден месец, потребна е максималната вредност на оваа функција која во исто време ќе ги задоволува останатите услови (ограничувања) на задачата. Тие ограничувања се дадени со следните неравенки:

I: $4\mathbf{x} + 2\mathbf{y} \leq 18000$

II: $\mathbf{x} \geq 1000$

III: $\mathbf{y} \geq 2000$

Со решавањето на овие три неравенки се добива множеството решенија што истовремено ги задоволуваат сите три неравенки.

За таа цел, секоја неравенка се решава графички и се претставува во ист координатен систем. Заради условот од задачата **x, y** $\geq$ **0,** решението може да биде лоцирано само во првиот квадрант од координатниот систем.

I: Со решавање на првата неравенка последователно се добива:

$$4\mathbf{x} + 2\mathbf{y} \leq 18000$$

$$2\mathbf{y} \leq 18000 - 4\mathbf{x} \qquad :2$$

$$\mathbf{y} \leq 9000 - 2\mathbf{x}$$

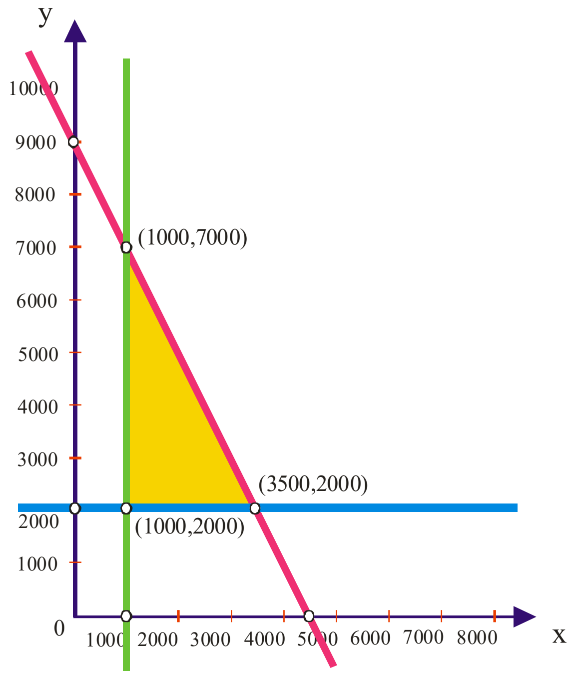
Се определува графикот на правата $\mathbf{y} = 9000 - 2\mathbf{x}$

x	0	1000	2000
y	9000	7000	5000

Со заменување на **y** = 0 се определува насоката на полурамнината:

$$0 \le 9000 - 2\mathbf{x}$$
$$2\mathbf{x} \le 9000 \;\; / : \mathbf{2}$$
$$\mathbf{x} \le 4500$$

Аналогно се решаваат и останатите две неравенки **x** ≥ 1000 и **y** ≥ 2000. Ако графиците на трите линеарни неравенки се претставaт во иста координатна рамнина се добива пресекот од нивните множества решенија (црт. 6). Тоа е множеството од решенија што ги задоволуваат условите кои произлегуваат од ограничувањата од капацитетите на машините и од барањата на пазарот.



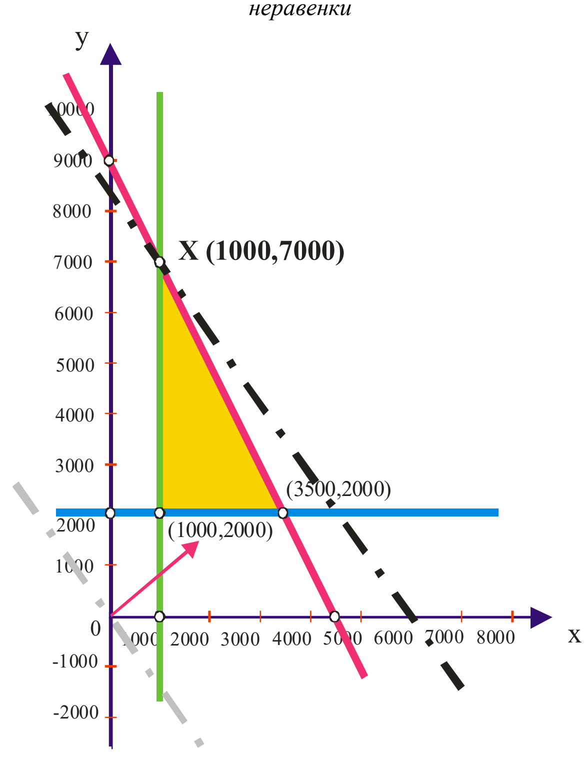
Црт. 6. Област на дозволени решенија за системот неравенки

Оптималното решение се добива во услови кога фабриката остварува максимален профит. Затоа се црта графикот на функцијата $\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 7\mathbf{x} + 5\mathbf{y}$ преку фамилија од паралелни прави кои се добиваат за конкретни вредности на **F**. Ако оваа функција ја изедначи со нула, т.е. **F** = 0 се добива точно правата која поминува низ координатниот почеток,

$$7\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 0$$

x	0	2500
y	0	-3500

Со нејзино паралелно поместување низ првиот квадрант се одредува најдалечната заедничка точка на правата со множеството решенија кои претходно се добија. Во конкретниот случај тоа е точката X со координати (1000, 7000) претставена на црт. 7.



Црт. 7. Оптимално решение на задачата
X (1000,7000)

Фабриката ќе оствари најголем профит доколку произведе 1000 *метални пенкала и* 7000 *пластични пенкала, пришто профитот ќе изнесува*

$$\mathbf{F}(1000,7000) = 7\cdot 1000 + 5\cdot 7000 = 7000 + 35000 = 42000 \text{ } \textit{денари.}$$

3. ЗАКЛУЧОК

Првите истражувања на линеарните модели му се препишуваат на научникот *Минковски* во почетокот на 19 век. Линеарното програмирање како математички модел за првпат е развиен за време на Втората светска војна со цел да се планираат операциите на војската и да се редуцираат трошоците на армијата, а истовремено да се зголемат загубите на непријателот.

Медалот на Нобеловата награда за економија

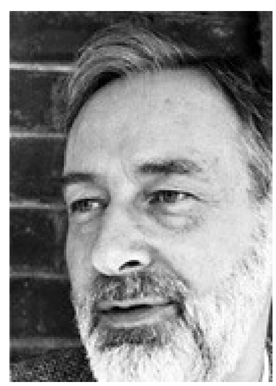
Leonid Vitaliyevich Kantorovich
1912 - 1986

За време на Втората светска војна во Англиската армија било формирано „Одделние за анализа на операциите“ кое имало за цел да изврши распоредување на радарите на таков начин што ќе бидат покриени со радарскиот сигнал сите крајбрежни точки од Англиската територија. На тој начин сите германски авиони кои ќе се упателе кон англиската територија би биле фатени со радарски сигнал. За да се изврши целосно покривање на крајбрежната територија со радарски сигнал требало да се постават многу радари кои во тој момент Англија ги немала. Затоа со користење на линеарно програмирање направен е оптимален распоред на радарските системи кои успеале да бидат така распоредени да го покријат целокупниот простор на Англија.

Овие методи биле чувани како воена тајна до 1947 година. По војната многу фирми почнале да ги применуваат овие методи во секојдневното работење.

Најзаслужни за разработката на овие методи биле рускиот математичар Леонид Канторович и американскиот инжењер Тјалинг Копманс кои покажале како со помош на методот на линеарното програмирање може да се решаваат класичните економски проблеми.

Како заслуга за својата работа Кантропович и Копманс во 1975 година ја добиваат ***Нобеловата награда за економија*** за нивната теорија за оптимално распоредување на ресурсите во којашто линеарното програмирање имало главна улога.



Tjalling C. Koopmans
1910 - 1985

Линеарните равенки и неравенки, т.е. линеарното програмирање имаат огромна примена во секојдневното работење и живеење. Во следната табела се прикажани неколку примери на успешна примена на линеарното програмирање, добиени од интернет.

Фирма	***Примена***	***Придобивка***
ДЕЛ компјутери	Оптимизирање на залихи (2004)	Намалување на залихите за 40 %
УПС	Реорганизација на системот за испорака на поштенски пратки (2003)	Заштеда од 87 милиони долари
Хјулит пакард	Редизајн на монтажната лента (1998)	Зголемување на профитот за 280 милиони долари
Делта аирлејнс	Оптимизирање на редот на летање (1993)	Заштеда од 100 милиони долари
Полициски одел на Сан Франциско	Оптимален распоред на полициски патроли (1989)	Заштеда од 11 милиони долари

Од претходното може да се заклучи дека математиката има огромна апликативна вредност, како во секојдневниот живот така и во бизнисот. Не случајно се вели дека математиката е кралица на науките. Ова се однесува и на употребата на математичките модели при донесувањето на одлуките во бизнисот, кои резултираат со максимален профит и минимални загуби .

Во претходните разгледувања беше презентирана употребата на линеарните равенки и неравенки, нивно графичко решавање и добивање на максимална (минимална) вредност на линеарна функција при дадени линеарни ограничувања, т.е. на елементарно ниво го презентиравме методот на линеарното програмирање и можностите за негова примена во деловното одлучување со цел добивање на оптимални решенија на дадени проблеми. Акцентот беше ставен на графичкото решавање на две конкретни задачи од малото стопанство. По решавањето на првата задача точно беше определена количината од двата типа храна што го чинат дневниот оброк на 40 кокошки. Притоа се внимаваше да биде задоволена дневната потреба од соодветните хранливи состојки по најниска цена. Во втората задача е претставен оптимален план на производство со цел фирмата да оствари максимален профит.

Како што рековме, за огромното значење на линеарното програмирање во раководењето на бизнисот говори и Нобеловата награда за економија која ја добиле основоположниците на оваа метода во 1975 година. Притоа, Канторович и Копманс го дефинираа општиот проблем со кој се опишуваат и решаваат овие појави. На крајот од нашите разгледувања само ќе забележиме дека математичката формулација на општата задача на линеарното програмирање е следнава: да се најде максимална (минимална) вредност на функцијата

(1) $$F(X) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n$$

ако се исполнети условите

(2) $$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \ (\geq = \leq)\ b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \ (\geq = \leq)\ b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \ (\geq = \leq)\ b_m \\ x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0 \end{array}$$

Притоа, за решавање на општата задача на линеарното програмирање се развиени посебни методи и за користење на истата постои напредна програмска подршка.

Во случајот $n = 2$, како што беа разработените примери општата задача на линеарното програмирање е: да се најде максимална (минимална) вредност на функцијата

(3) $$F(X) = a_1x_1 + a_2x_2$$

ако се исполнети условите

(4) $$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \ (\geq = \leq)\ b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \ (\geq = \leq)\ b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \ (\geq = \leq)\ b_m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

4. ЛИТЕРАТУРА

- http://www.algebra-online.com/index.htm
- http://www.egwald.com/operationsresearch/lpgraphical.php
- http://www.mathwarehouse.com/algebra/linear_equation/linear-inequality.php
- http://www.nobelprizes.com
- http://www.purplemath.com/modules/ineqgrph.htm
- http://www.richland.edu/james/ictcm/2006/
- http://www.mathcentre.ac.uk/students.php/all_subjects/algebra/quadratic_inequalities/resources/25
- **Petric, J.; Sarenac, L.; Kojic, Z.:** *Operaciona istrazivanja* I, Naučna knjiga, Beograd, 1984
- **Usiskin, Z. at all.:** *Transition Mathematics*, Scott, Foresman, Glenview, 1992
- **Vujčić, V.; Ašić, M.; Miličić, N.:** *Matematičko programiranje,* Matematički institut, Beograd, 1980

Забелешка од редакцијата. Оваа статија е дел од проектот со кој Момир Поленаковиќ во учебната 2006/2007 година на Републичкиот натпревар по Народна техника (област апликативна математика) ја освои I награда.