

Решения задач олимпиады 5 класса 26 января 2014

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Толя задумал число. Сначала он прибавил к нему 1, потом полученную сумму умножил на 2, а затем отнял 5. Получилось 17. Какое число он задумал? (фольклор)

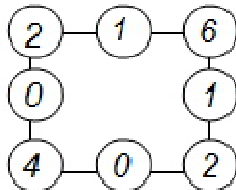
Ответ. 10.

Решение. После вычитания 5 получилось 17, значит, до вычитания было 22. Число 22 получилось путём умножения некоего числа на 2, значит, до этого было число 11. А оно в свою очередь было получено прибавлением к исходному числу 1, то есть сначала было число 10.

2. Если Петя отдаст половину своих конфет Маше, то у Маши станет на 5 конфет больше, чем у Пети. Сколько у Маши конфет сейчас? (Е.Бакаев) **Ответ.** 5.

Решение. Пусть у Пети – шоколадки, а у Маши – мармеладки. После того, как Петя отдаст половину шоколадок Маше, у него останется вторая такая же половина. То есть шоколадок у ребят станет поровну. У Пети будут только эти шоколадки, а у Маши кроме них ещё и мармеладки, а всего на 5 больше, именно за счёт этих 5 мармеладок. Значит мармеладок, то есть Машиных конфет, всего 5.

3. Расставьте числа 2,6,0,1,2,0,1,4 в вершинах и серединах сторон квадрата так, чтобы суммы чисел, стоящих на каждой из сторон, делились на 3. (Е.Иванова)



Ответ. Один из возможных вариантов на рисунке.

4. Лесоруб Петрович распиливает четыре 5-метровых бревна на метровые чурбаки за 20 мин, а лесоруб Палыч за это время распиливает на метровые чурбаки семь 3-метровых брёвен. Кто из них быстрее распилит 10-метровое бревно на чурбаки? (Е.Иванова)

Ответ. Петрович.

Решение. Для превращения 5-метрового бревна в 5 метровых чурбаков Петрович делает 4 распила, значит, для 4 брёвен всего 16. Палыч пилит 3-метровые бревна, и в каждом бревне делает по 2 распила. Всего для 7 таких брёвен 14 распилов. За одно и то же время Петрович делает 16 распилов, а Палыч – 14. Получается, Петрович пилит быстрее и с распиливанием 10-метрового бревна на чурбаки быстрее справится он.

5. В ящике лежат шарики (не меньше 7) нескольких цветов. Если вытащить любые пять шариков, то среди них обязательно найдутся два шарика одного цвета. А если вытащить любые семь, то обязательно найдутся два шарика разных цветов. Какое максимальное число шариков может быть в коробке? А минимальное? (фольклор)

Ответ. Максимально 24, минимально – 7.

Решение. Поскольку среди любых пяти найдутся два шарика одного цвета, то цветов не более четырёх. А так как среди любых семи будут два шарика разного цвета, то шариков одного цвета не более шести. Следовательно, всего шариков не более 24 (4 цвета по 6 шариков каждого).

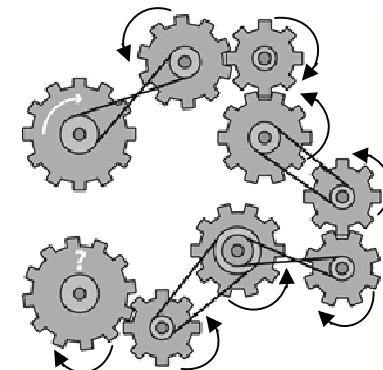
Проверим, может ли быть 7 шариков. Вариант «4 шарика одного цвета и 3 другого» вполне подходит.

6. Федя каждый день ест одинаковое количество витаминки. Витаминки продаются в большой, средней или маленькой упаковке. В большой витаминки в три раза больше, чем в маленькой, а в средней в два раза больше, чем в маленькой. Большая упаковка у Федя полностью заканчивается ровно за 50 дней. Маленькой упаковки хватает только на 16 дней, но в ней после этого ещё остаётся несколько витаминки. На сколько дней хватит средней упаковки? (Е.Бакаев)

Ответ. 33 дня.

Решение. Разложим витаминки из большой упаковки на 50 одинаковых кучек – по кучке на каждый день. 16 таких же кучек и ещё кучка поменьше соответствуют содержанию маленькой упаковки. Заметим, что в большой упаковке столько же витаминки, сколько в маленькой и средней вместе. Значит, всё остальное, то есть 33 кучки и дополнение маленькой кучки до большой соответствуют содержанию средней упаковки. Значит, средней упаковки хватит на 33 целых дня и ещё что-то останется.

7. На рисунке шестерёнки сцеплены друг с другом зубцами или ремнями. Укажите на рисунке, в какую сторону будет крутиться последняя шестерёнка.



(Е.Иванова, И.Артёмов по мотивам фольклора)

Ответ. По часовой стрелке.

Решение. Изображено на рисунке.

8. В приведённом ниже выражении поставьте два знака арифметических действий («+», «-», «×» или «÷», можно одинаковые), чтобы значение выражения было наибольшим. Число не может начинаться с нуля. (Е.Иванова)

$$2 \times 6 0 1 2 0 1 \times 4$$

Ответ. На рисунке.

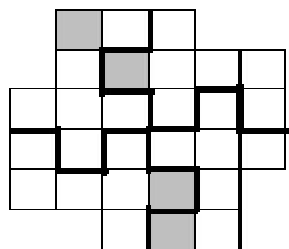
Решение. Понятно, что наибольший результат можно получить, используя умножение. Поскольку тут всего 8 цифр, то как бы мы не расставляли знаки умножения, в результате может получиться либо шести-, либо семизначное число. При умножении чисел наибольшую роль играет первая цифра, поэтому разумно обеспечить наибольшие значения первых цифр множителей. Это 6, 4 и 2. $2 \times 601201 \times 4 = 4809608$

9. Встретились три человека, каждый из которых либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Первый сказал: «Среди нас один лжец», второй: «Среди нас два лжеца», третий: «Среди нас три лжеца». Кто есть кто? (олимпиада ЮМШ 2003)

Ответ. Первый – лжец, второй говорит правду, третий – лжец.

Решение. Говорит правду не больше чем один из этих людей. То есть лжецов 2 или 3. Но если все трое лжецы, то третий сказал правду, значит он не лжец, – противоречие. Значит, лжецов двое. Тогда второй говорит правду, а первый и третий лгут.

10. Разрежьте приведённую фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой части было ровно по одной закрашенной клетке. (Е.Иванова)



Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. Петя, Ваня, Лена, Саша и Миша живут на улице Липовой. Петя и Ваня живут на разных сторонах улицы, Миша и Саша – на одной, Саша и Петя – на разных, Лена и Миша – на разных. Как вы думаете, Ваня и Лена живут на одной стороне улицы или на разных? (фольклор)

Ответ. На разных

Решение. Предположим, Лена пойдёт в гости к Мише, потом к Саше, потом к Пете, потом к Ване. Получается, что пока Лена шла в гости к Ване, она перешла через дорогу 3 раза. Значит, она оказалась на другой стороне улицы.

2. Незнайка решил на доске пример на умножение двух двузначных чисел, причём все четыре цифры множителей были разными. Затем Незнайка стёр эти цифры и заменил их на буквы, а знак умножения, знак равенства и правую часть трогать не стал. Получилось: $СТ \times ЁР = 9000$. Докажите, что Незнайка где-то ошибся. (Е.Бакаев)

Решение. Оба числа СТ и ЁР не могут начинаться с 9, т.к. все цифры были разные. Значит, меньшее из этих чисел меньше, чем 90. А большее из этих чисел меньше 100, т.к. оно двузначное. Произведение двух положительных чисел, одно из которых меньше 90, а другое меньше 100, будет меньше, чем $90 \times 100 = 9000$. Значит, Незнайка что-то сделал неправильно.

3. У Кости есть шесть монет, одинаковых на вид, из них 4 настоящие, весящие одинаково, и две фальшивые – одна легче, другая тяжелее, причём вместе фальшивые весят столько же, сколько две настоящие. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь Косте найти две настоящие монеты? (Е.Иванова, И.Сидоров)

Решение. Возьмём любые две монеты и взвесим их на весах. Если веса окажутся в равновесии, то это как раз искомые две монеты. Если нет, то среди этой пары есть, по крайней мере, одна фальшивая. Отложим их тогда в сторону и возьмём другие две монеты и взвесим их. Если веса в равновесии, то мы нашли две настоящие, если же нет, то аналогично предыдущему рассуждению среди них есть фальшивая. Но тогда все фальшивые монеты кончились и оставшаяся пара монет – настоящие.

4. На прошлой неделе Коля, Толя и Оля купили 5 одинаковых упаковок конфет. Они открыли все упаковки, ссыпали конфеты в одну кучу и стали брать по одной. Оказалось, что всем троим досталось поровну. На этой неделе они купили такие же конфеты, но уже 13 упаковок, и снова ссыпали их в одну кучу. Коля спросил: «Интересно, а получится ли у нас и на этот раз поделить конфеты поровну?» Оля ответила: «Может, получится, а, может, и нет. Это зависит от количества конфет в пачке». Толя возразил: «Нет, неважно, сколько конфет в пачке! Раз с 5 пачками получилось, то и с 13 пачками получится!» Кто прав: Оля или Толя? (Е.Бакаев)

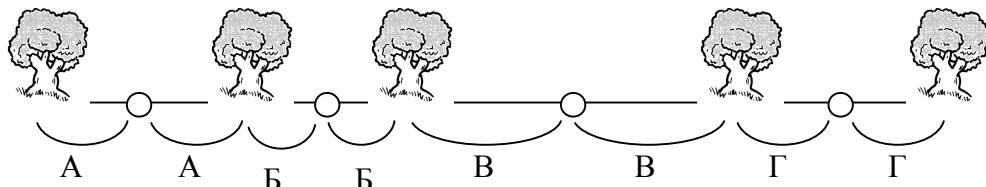
Ответ. Прав Толя.

Решение. Покажем, как поделить 13 упаковок поровну между ребятами. Пусть ребята сначала возьмут 5 упаковок и разделят поровну так же, как на прошлой неделе. После этого возьмут ещё 5 упаковок и так же разделят поровну. Осталось 3 упаковки, тогда каждый может взять по целой упаковке. Тем самым мы показали, как можно поделить конфеты из всех 13 пачек поровну, значит это можно сделать независимо от количества конфет в пачке.

5. Вдоль прямой аллеи растут пять дубов (расстояния между дубами не обязательно одинаковы), расстояние между первым и последним равно 28 метров. В середине между первым и вторым Кролик посадил морковку. В середине между вторым и третьим Винни-Пух посадил розу. В центре между третьим и четвертым Пятачок закопал жёлудь. В центре между четвертым и пятым Иа-Иа посадил чертополох. Кристофер Робин измерил, что расстояние между морковкой и чертополохом равно 20 метров. Чему равно расстояние между розой и жёлудем? (Н.Михайловский)

Ответ: 6 метров.

Решение.



Изобразим на картинке условие задачи. Пусть середины между дубами отмечены белыми кружками. Тогда половинки расстояний между дубами равны. Отметим их одинаковыми буквами (см.рисунок). Тогда расстояние между первым и последним дубом равно $2A + 2B + 2B + 2Г = 28$. Или $A+B+B+Г=14$. Расстояние между морковкой и чертополохом равно расстоянию между крайними белыми кружками, то есть всему расстоянию без A и Г. Это значит, что $A+Г=8$. И, следовательно, $B+B=6$. Но заметим, что расстояние между двумя внутренними белыми кружками как раз и равно $B+B$.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла.

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России.

Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется с 30 апреля по 11 мая.

Летняя школа – с 4 по 24 августа под г.Владимир на базе ДОЛ «Лесной Городок» – для школьников 4–10 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран.

В этом году мы набираем 5 математический класс на базе ЦО1329

Более подробно со всеми направлениями нашей работы вы можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы после 10 февраля на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет 23 марта в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.