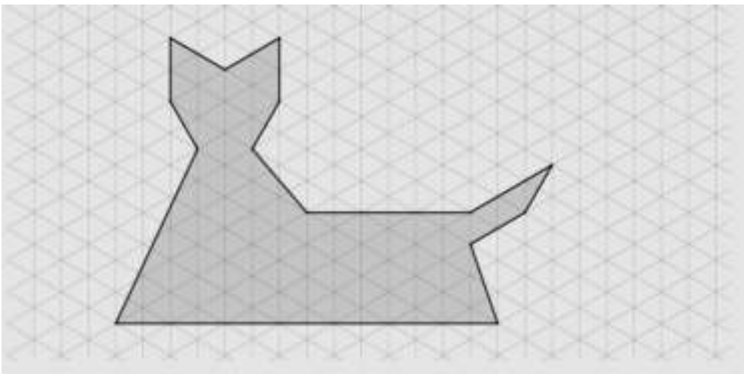
Седма Иранска геометриска олимпијада
Елементарно ниво
30.10.2020 година

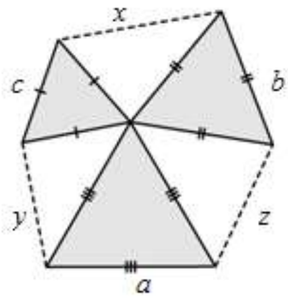
Време за работа: 240 минути.
Секоја задача се вреднува 8 бода.

1. Под преклопување на хартија во форма на полигон ќе подразбираме цртање на права на хартијата и преклопување на хартијата долж таа права. Нека е даден листот хартија прикажан на долниот цртеж. Листот го сечеме долж границата на затемнетиот дел и добиваме лист во форма на полигон.



   Преклопи го овој полигон најмногу 5 пати така што ќе добиеш правоаголник. Опиши го твоето решение со наведување на линиите на преклопување и цртање на истите на листот за решение на задачата.
   Забелешка. Линиите на преклопување не мора да се совпаѓаат со линиите на триаголната мрежа.

2. Даден е паралелограм $ABCD\,(\overline{AB} < \overline{BC}, \measuredangle BAC < 90^\circ)$. Точките E и G припаѓаат на правата CD и се такви што AC е симетрала на $\measuredangle EAD$ и на $\measuredangle BAG$. Правата BC ги сече правите AE и AG во точките F и H, соодветно. Докажи дека правата FG минува низ средината на отсечката HE.



3. На цртежот десно е прикажана фигура составена од три рамнострани триаголници со должини на страни a, b и c, кои имаат едно заедничко теме и немаат други заеднички точки. Должините x, y и z се определени како на цртежот. Докажи дека
$$3(x+y+z) > 2(a+b+c).$$

4. Нека P е произволна точка во внатрешноиста на $\triangle ABC$. Правите BP и CP ги сечат страните AC и AB во точките E и F, соодветно. Нека K и L се средините на отсечките BF и CE, соодветно. Нека правите кои минуваат низ L и K и се паралелни на CF и BE ја сечат BC соодветно во S и T. Со M и N да ги означиме симетричните точки на точките S и T во однос на точките L и K, соодветно. Докажи дека кога P се движи во внатрешноста на $\triangle ABC$, тогаш правата MN минува низ една иста точка.

5. За две темиња на едноставен многуаголник ќе велиме дека се видливи едно со друго ако тие се соседни или ако отсечката чии крајни точки се овие темиња припаѓа на внатрешноста на многуаголникот (освен крајните точки кои припаѓаат на границата). Определи ги сите природни броеви n такви што постои едноставен $n-$аголник во кој секое теме е видливо од точно 4 други темиња. (Едноставен многуаголник е многуаголник чии страни не се сечат во внатрешни точки и кој нема отвори.)