

Ристо Малчески  
Скопје

## МАЛКУ ПОИНАКВИ ПРЕСМЕТУВАЊА

На часовите по математика се запозна со броевите и операциите собирање, множење, одземање и делење. Притоа научи да пресметуваш вредности на бројни изрази и да решаваш равенки, како што е тоа направено во следниве две задачи.

**Задача 1.** Пресметај ја вредноста на изразот:

$$(345 - ((720 : 6) \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5.$$

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} (345 - ((720 : 6) \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 &= \\ &= (345 - (120 \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - (240 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - (236 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - 238 : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - 119 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (226 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= 270 : 3 - 25 : 5 = 90 - 5 = 85. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Реши ја равенката:

$$33 - 3 \cdot 3 + 3 = 6 \cdot 7 - x.$$

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} 33 - 3 \cdot 3 + 3 &= 6 \cdot 7 - x, \\ 33 - 9 + 3 &= 42 - x, \\ 27 &= 42 - x, \\ x &= 15. \end{aligned}$$

Меѓутоа, при примената на математиката во другите науки често пати имаме потреба да дефинираме други операции и да пресметуваме вредности на изрази зададени со овие операции. Во нашите натамошни разгледувања ќе се осврнеме на неколку задачи од ваков вид.

**Задача 3.** Ана измислила нова операција која ја означила со  $*$ . Таа пресметува  $a * b = (a + b) \cdot 2$ . Пресметај ја вредноста на изразот:

$$((20 * 10) * 201) * 0.$$

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} ((20 * 10) * 201) * 0 &= (((20 + 10) : 2) * 201) * 0 = ((30 : 2) * 201) * 0 \\ &= (15 * 201) * 0 = ((15 + 201) : 2) * 0 \\ &= 108 * 0 = (108 + 0) : 2 = 54. \end{aligned}$$

**Задача 4.** Маја измислила оперција која ја нарекла искачување и ја означила со  $\uparrow$ . На пример:  $2 \uparrow 3 = 2 + 3 \cdot 2 = 8$  или  $4 \uparrow 4 + 5 \cdot 4 = 24$ . Пресметај  $(3 \uparrow 5) \uparrow 2$  и  $2 \uparrow (5 \uparrow 3)$

**Решение.** Ако искористиме како Маја ја определила нејзината оперција искачување последователно добиваме:

$$\begin{aligned} (3 \uparrow 5) \uparrow 2 &= (3 + 5 \cdot 3) \uparrow 2 = (3 + 15) \uparrow 2 \\ &= 18 \uparrow 2 = 18 + 2 \cdot 18 = 18 + 36 = 54 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} 2 \uparrow (5 \uparrow 3) &= 2 \uparrow (5 + 3 \cdot 5) = 2 \uparrow (5 + 15) \\ &= 2 \uparrow 20 = 2 + 20 \cdot 2 = 2 + 42 = 44. \end{aligned}$$

**Задача 5.** Илина измислила нова операција која ја означила со  $\otimes$  и која ја определила со:  $a \otimes b = a - a : b$ . На пример:

$$18 \otimes 2 = 18 - 18 : 2 = 18 - 9 = 9.$$

Пресметај ја вредноста на изразот:  $(15 \otimes 3) \otimes 2$ .

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} (15 \otimes 3) \otimes 2 &= (15 - 15 : 3) \otimes 2 = (15 - 5) \otimes 2 \\ &= 10 \otimes 2 = 10 - 10 : 2 = 10 - 5 = 5. \end{aligned}$$

**Задача 6.** Даниела замислила нова операција која ја симнување и ја означила со  $\searrow$ . На пример,

$$7 \searrow 2 = 7 - 2 \cdot 2 = 3 \text{ и } 18 \searrow 4 = 18 - 4 \cdot 4 = 2.$$

Пресметај ја вредноста на изразот:  $(50 \searrow 6) \searrow 3$ .

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} (50 \searrow 6) \searrow 3 &= (50 - 6 \cdot 6) \searrow 3 = (50 - 36) \searrow 3 \\ &= 14 \searrow 3 = 14 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5. \end{aligned}$$

**Задача 7.** Пабло определил нова операција  $\oplus$  таква што за секои два броја  $a$  и  $b$  важи  $a \oplus b = \frac{1}{3}(a + b)$ .

Пресметај ја вредноста на изразот:  $((3 \oplus 6) \oplus 9) \oplus 8$ .

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} ((3 \oplus 6) \oplus 9) \oplus 8 &= ((\frac{1}{3}(3 + 6)) \oplus 9) \oplus 8 = (\frac{9}{3} \oplus 9) \oplus 8 = (3 \oplus 9) \oplus 8 \\ &= (\frac{1}{3}(3 + 9)) \oplus 8 = \frac{12}{3} \oplus 8 = 4 \oplus 8 = \frac{1}{3}(4 + 8) = \frac{12}{3} = 4. \end{aligned}$$

**Задача 8.** Жителите на земјата Недојдија користат само четири броја, кои ги означуваат со  $I, X, III, IXI$ . Операциите собирање и множење ги извршуваат кога ги користат таблиците прикажани за собирање и множење.

| +     | $I$   | $X$   | $III$ | $IXI$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $I$   | $X$   | $III$ | $IXI$ | $I$   |
| $X$   | $III$ | $IXI$ | $I$   | $X$   |
| $III$ | $IXI$ | $I$   | $X$   | $III$ |
| $IXI$ | $I$   | $X$   | $III$ | $IXI$ |

| .     | $I$   | $X$   | $III$ | $IXI$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $I$   | $I$   | $X$   | $III$ | $IXI$ |
| $X$   | $X$   | $IXI$ | $X$   | $IXI$ |
| $III$ | $III$ | $X$   | $I$   | $IXI$ |
| $IXI$ | $IXI$ | $IXI$ | $IXI$ | $IXI$ |

Пресметај,  $I \cdot IXI + X \cdot III$ .

**Решение.** Од таблицата во која е дефинирана операцијата множење добиваме дека:

$$I \cdot IXI = IXI \text{ и } X \cdot III = X.$$

Сега од претходните равенства и од таблицата во која е дефинирана операцијата собирање добиваме

$$I \cdot IXI + X \cdot III = IXI + X = X.$$

**Задача 9.** Ако  $a \bullet c = a : c + c$  реши ја равенката

$$(24 \bullet x) \bullet 5 = 7,$$

каде  $x$  е природен број.

**Решение.** Имаме:

$$\begin{aligned} (24 \bullet x) \bullet 5 &= 7 \\ (24 \bullet x) : 5 + 5 &= 7 \\ (24 \bullet x) : 5 &= 2 \\ 24 \bullet x &= 10 \\ 24 : x + x &= 10 \\ 24 : x &= 10 - x \\ 24 &= (10 - x)x. \end{aligned}$$

Понатаму, бидејќи  $x$  е природен број и важи  $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ , со непосредна проверка добиваме дека единствени решенија на дадената равенка се  $x = 4$  или  $x = 6$ .

**Задача 10.** Реши ја равенката:

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) \otimes 4 - 3 \cdot 21) = 5 + 8 + \dots + 92 + 95,$$

каде  $\otimes$  е знак за нова операција меѓу броевите  $a$  и  $b$  определена со  $a \otimes b = a : b - 7b$ .

**Решение.** Последователно добиваме:

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) \otimes 4 - 3 \cdot 21) = 5 + 8 + \dots + 92 + 95$$

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 7 \cdot 4 - 63) = (5 + 95) + (8 + 92) + \dots + (47 + 53) + 50$$

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63) = 15 \cdot 100 + 50$$

$$2550 - 1550 = 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63)$$

$$1000 = 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63)$$

$$(x \otimes 5) : 4 - 28 - 63 = 1$$

$$(x \otimes 5) : 4 = 92$$

$$x : 5 - 35 = 368$$

$$x = 403 \cdot 5$$

$$x = 2015.$$