

## **НАСТАВНА ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА НА ВОЗРАСТ ОД 18-19 ГОДИНИ (IV клас средно образование)**

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 18-19 години се:

- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од функциите од една реална променлива и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од диференцијалното сметање на функциите од една реална променлива и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од неравенствата и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од комбинаториката и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од генераторните функции и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- ученикот/ученичката да ги усвои предвидените содржини од теоријата на графови и да се оспособин стекнатите знаења да ги применува при решавање на проблеми,
- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаблонизацијата, широчината, рационалноста, длабочината и критичноста на мислењето,
- да се настојува ученикот/ученичката да ги усвојува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа, синтеза, класификација, систематизација и аксиоматскиот метод,
- да се настојува во нејавна форма ученикот/ученичката да ги усвојува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогиија, при што од особена важност да се презентираат погодни примери од кои ученикот/ученичката ќе осознава дека заклучувањето по аналогиија не е секогаш точно.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

### **Прв дел. Анализа**

#### **Функции од една реална променлива**

- основни својства на реалните функции,

- парни, непарни, периодични, монотони и ограничени функции,
- елементарни реални функции (графици),
- граница на функција во точка, границите:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  и  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$
- непрекинати функции во точка и на множество,
- елементарни својства на непрекинатите функции,
- својства на функциите непрекинати на затворен интервал.

### **Диференцијално сметање на функција од една реална променлива**

- поим за извод, основни својства и изводи од елементарните функции,
- извод од инверзна, сложена и имплицитна функција,
- изводи од повисок ред, пресметување на некои суми со помош на изводи,
- основни теореми на диференцијалното сметање (Ферма, Рол, Лагранж и Коши),
- Лопиталово правило,
- равенка на тангента, агол меѓу две криви,
- Маклоренова и Тејлорова формула,
- монотоност и локални екстремуми на функција, примена,
- конвексност и конкавност на функција,
- превојни точки, и
- асимптоти на крива, конструкција на график на функција,.

### **Неравенства**

- докажување на неравенства со помош на монотоност на функција,
- докажување на неравенства со помош на екстремни вредности на функција,
- неравенство на Поповициу, Јенсен, Бернули, Јанг, Жордан, Хелдер, Минковски, Карамата, Шур, Мјурхед, Петровиќ, Несбит, Хадвигер-Финслер,
- тежински неравенства меѓу средините,
- неравенства меѓу тежинските средини од ред  $s$  и ред  $r$ ,
- поим за симетрично неравенство,
- симетрични неравенства со три променливи,
- постапка на нормализација и
- примена на диференцијалното сметање при докажување на симетрични неравенства.

### **Втор дел. Дополнителни содржини од дискретна математика**

#### **Комбинаторика**

- разбивање на број, подредено разбивање на број, разбивање на множество, деаранжмани,

- игри и стратегии,
- проблеми на боење, покривање и расекување,
- проблеми на мерење и познанства,
- двојно пребројување и
- теорема на Хол.

### **Генераторни функции**

- поим за генераторна функција, операции со генераторни функции и диференцни равенки ,
- производ на Адамар за рационални генераторни функции
- примена на генераторните функции во теоријата на пребројување
- генераторни функции и разбивања
- експоненцијални генераторни функции,
- хармониски броеви,
- зборови од степени на природни броеви,
- Бернулиеви полиноми и Бернулиеви броеви,
- Каталанови броеви.

### **Теорија на графови**

- поим за граф, изоморфни графови,
- матрично задавање на графови,
- видови графови, подграфови,
- степен на теме, регуларен граф,
- операции над графови,
- вериги и циклуси,
- сврзаност, дрва,
- цикломатичен број на граф,
- разделувачки множества, пресеци,
- својства на матриците на инциденција и соседство
- Ојлерови и Хамилтонови графови,
- планарни графови и карактеризација на планарните графови.

### **Литература:**

1. Малчески, Р. (2002). Елементарна алгебра, Просветно дело, Скопје
2. Малчески, Р., Докоска, М. (2002): Математика 2, Просветно дело, Скопје

3. Тренчевски, Г., Малчески, Р., Тренчевски, К. (2003). Математика 3, (авторизиран ракопис)
4. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К. (2015). Вовед во елементарна теорија на броеви (второ издание), СММ, Скопје
5. Малчески, Р. (2019). Функции и функционални равенки (второ издание), Армаганка, Скопје
6. Малчески, Р. (2019). Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Армаганка, Скопје
7. Малчески, Р., Малчески, А. (1993). Избрани содржини од елементарна математика, СММ, Скопје
8. Пиперевски, Б., Малчески, Р., Малчески, А., Трајковска И. (2014). Избрани содржини од елементарна математика II (второ издание), Сигма, Скопје
9. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С1 (збирка задачи за I година, прв дел), Армаганка, Скопје
10. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С3 (збирка задачи за II година, прв дел), Армаганка, Скопје
11. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С5 (збирка задачи за III година, прв дел), Армаганка, Скопје
12. Малчески, Р. Малчески, А., Велинов, Д., Малчески, С., Костадинова С. (2019). Математички талент С7 (збирка задачи за IV година, прв дел), Армаганка, Скопје
13. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С2 (збирка задачи за I година, втор дел), Армаганка, Скопје
14. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С4 (збирка задачи за II година, втор дел), Армаганка, Скопје
15. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2019). Математички талент С6 (збирка задачи за III година, втор дел), Армаганка, Скопје
16. Малчески, Р., Малчески, А., Брсаковска, С., Мисајлески, З., Димовски, Т. (2020). Математички талент С8 (збирка задачи за IV година, втор дел), Армаганка, Скопје
17. Малчески, Р., Ибраими, А., Малчески, А. (2020). Математички талент С9 (збирка нерешени задачи за натпревари за средно образование), Армаганка, Скопје
18. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – прв дел, Армаганка, Скопје
19. Малчески, Р., Малчески, А., Аневска, К., Главче, М., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – втор дел, Армаганка, Скопје

20. Малчески, А., Малчески, Р., Главче, М., Малчески, С., Треневски, Д. (2019). Репетиториј по елементарна математика – трет дел, Армаганка, Скопје
21. Малчески, А., Малчески, Р., Аневска, К., Малчески, С., Треневски, Д. (2020). Репетиториј по елементарна математика – четврт дел, Армаганка, Скопје
22. Mitrović, M., Ognjanović, S., Veljković, M., Petković, Lj., Lazarević, N. (1998). Geometrija za I razred Matematičke gimnazije (drugo dopunjeno izdanje), Krug, Beograd
23. Малчески, Р., Гроздев, С., Аневска, К. (2019). Геометрија на комплексен број, Армаганка, Скопје
24. Алексиев, К., Бангачев, К., Бойваленков, П. (2017). 640 задачи или теория на числата за олимпиади, Унимат СМБ, Софиа
25. Andreescu, T., Andrica, D., Feng, Z. 104 Number Theory Problems: From the Training of the USA IMO Team, Birkhauser, 2007
26. Andreescu, T., Andrica, D. Number Theory – Structures, Examples and Problems, Birkhauser, 2009
27. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 1 – алгебарски структури (трето издание), Армаганка, Скопје
28. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 2 – векторска и линеарна алгебра (трето издание), Армаганка, Скопје
29. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 3 – калкулус 1 (четврто издание), Армаганка, Скопје
30. Малчески, Р., Малческа, В. (2020). Математика 5 – дискретна математика (трето издание), Армаганка, Скопје

Програмата ја составиле:

Д-р Ристо Малчески, ред. проф. на ФОН Универзитет, Скопје

Д-р Алекса Малчески, ред. проф. на Машински факултет, Скопје