

МАТЕМАТИЧКИ КЕНГУР, МАРТ 1997
за ученици од III и IV клас средни училишта

1) Плоштината на обоениот дел од фигурата е 18 квадратни единици. Колакава е плоштината на паралелограмот ABCD ?

- A) 18 B) 27 C) 36 D) 45 E) 54



2) Бројот на дијагоналите во правилен многуаголник со 100 страни е :

- A) 4850 B) 4950 C) 9900 D) 98 E) 8800

3) a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 е пермутација на броевите 1, 2, 3, 4, 5. Најмалата вредност на збирот $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5$ е:

- A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

4) Цифрата на единици во бројот $1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ е:

- A) 0 B) 3 C) 5 D) 2 E) друга цифра

5) Нека $a < b$ се реални броеви. Множеството решенија на неравенката

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2} \text{ е:}$$

- A) $x < a$ B) $x > b$ C) $a < x < b$
D) множеството реални броеви E) празно множество

6) Кој е односот меѓу броевите $a = (999222)^2$ и $b = 999221 \cdot 999223$?

- A) $a^2 = b^2 - 1$ B) $b = a + 1$ C) $a = b + 1$ D) $a = 2b$ E) $b = a$

7) Равенката $||x| - 1| - a = 4$ има точно 5 решенија за a еднаков на:

- A) -3 B) 5 C) ни еден a D) $a > 0$ E) $a < 0$

8) Колку решенија има равенката $|\sqrt{x-1}-2| + |\sqrt{x-1}-3| = 1$ во множеството реални броеви ?

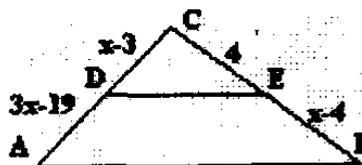
- A) 0 B) 1 C) 2 D) безброј многу E) 2

9) Колку е збирот на квадратите на сите реални броеви x кои ја задоволуваат равенката $x^{256} - 256^{32} = 0$?

- A) 8 B) 128 C) 512 D) 65,536 E) $2(256^{32})$

10) Во дадената фигура како што е означено, да се најдат сите вредности на x за кои $DE \parallel AB$.

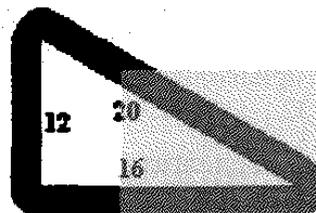
- A) само за $x = 8$ B) само за $x = 11$
 C) за $x = 8$ или $x = 11$ D) за ниеден x
 E) за сите $x > 7$



11) Во кино со 20 редови седишта, во првиот ред има 20 седишта, а во секој нареден ред има по едно седиште повеќе. Ако на посетителите им е дозволено да седат во кој било ред, но така што два посетители да не седат на соседни седишта, тогаш максималниот број на посетители кои можат да бидат сместени во киното е:

- A) 299 B) 301 C) 300 D) помалку од 299 E) повеќе од 301

12) Жирафа шета во ограда во форма на правоаголен триаголник со страни 12m, 16m и 20m со висока ограда. Жирафата може да стигне до вкусната трева надвор од оградата најмногу 2m. Колкава е плоштината на теренот каде што тревата може да биде изедена?



- A) 96 m^2 B) $(48 + 4)\pi \text{ m}^2$ C) $(96 + \pi) \text{ m}^2$
 D) $(96 + 2\pi) \text{ m}^2$ E) $(96 + 4\pi) \text{ m}^2$

13) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + \dots - 1995 - 1996 + 1997 = ?$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 1000

14) Напиши во ред еден по еден 10 последователни прости броеви, почнувајќи од 2. Во добиениот број избриши ги половина од цифрите (почнувајќи од лево), така што новиот број да биде најголемиот можен. Која е петтата цифра (од лево кон десно) на тој број?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 9

15) Колку реални решенија има равенката $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2 - x^2} = 0$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16) Плоштината на фигурата определена со неравенството $|x - y| + |x + y| \leq 2$ е:

- A) 1 B) 2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 4 E) $\sqrt{3}$

17) Во рамнина се дадени три неколинеарни точки A, B, C. Колку прави во рамнината се на еднакво растојание од сите три точки?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) безброј многу

18) Колку решенија има равенката $[1997x] = x$, каде што $[y]$ е функцијата цел дел од y ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 1997 E) безброј многу

19) За колку природни броеви n , бројот $\frac{n+1}{n+7}$ е исто така природен број?

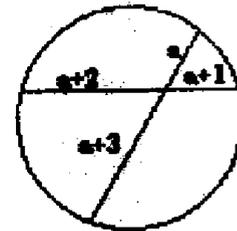
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) безброј многу

20) Во магичен квадрат, збирот на трите броеви во секој ред, секоја колона и секоја дијагонала е еден ист број. Кога магичниот квадрат на цртежот ќе се пополни, кој од следните броеви нема да биде употребен?

13		
	10	
9		

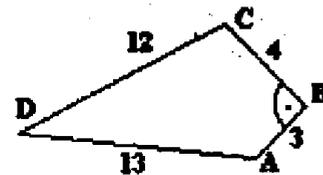
- A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 15

21) За кои броеви a , должините на отсечките кои се добиваат со пресек на две тетиви во круг се четири последователни природни броеви?



- A) не постои таков број B) за $a = 1$
C) за сите a D) за $a = 2$ E) за $a = 3$

22) Страните AB , BC , CD и DA во конвексен четириаголник $ABCD$ имаат должини 3, 4, 12 и 13; и аголот CBA е прав агол. Плоштината на четириаголникот е?



- A) 32 B) 36 C) 39 D) 42 E) 48

23) Најдолгата страна на еден триаголник е 3, а најкусата е 1. Колку е максималната плоштина на такви триаголници?

- A) $3/2$ B) $\sqrt{33}/4$ C) $\sqrt{35}/4$ D) $\sqrt{10}/2$ E) $9/5$

24) Висината на рамностран триаголник ABC е 1. На кое растојание од врвот C треба да повлечеме паралелна права со правата AB , која триаголникот ABC ќе го подели на два дела со еднакви плоштини?

- A) $1/2$ B) $2/3$ C) $3/4$ D) $\sqrt{2}/2$ E) $\sqrt{3}/2$

25) За кои ненулни реални броеви x , $\frac{|x - |x||}{x}$ е позитивен цел број?

- A) само за негативни x B) само за позитивни x
C) само за x парен цел број D) за сите ненулни реални броеви
E) за ниеден ненулни реален број x

26) Колку целобројни решенија има равенката:

$$x(x+1) + (x+1)(x+2) + \dots + (x+9)(x+10) = 1000x + 1997$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) безброј многу E) 3

27) Колку решенија има равенката $\sin x \cos x = \sin 40^\circ$ во интервалот $(0, \pi)$.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) безброј многу E) \emptyset

28) Колку цели броеви го задоволуваат неравенството $x(x - 100) < 1997$?

- A) 235 B) 234 C) 136 D) 135 E) 134

29) Збирот на сите коефициенти на полиномот

$$P(X) = (X - 1997)(X - 1498)(X - 999)(X - 500)(X - 1) + 1$$

- A) 1997 B) 1000 C) 1 D) 13 E) 0

30) Колку подредени парови природни броеви (a, b) ја задоволуваат равенката $a + b + ab = 1997$?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 14