

## ОД СТРАНИЦИТЕ НА ЗАБАВНАТА МАТЕМАТИКА

Во оваа статија даваме две задачи (со решенија) кои припаѓаат на забавната математика. Забавната математика е дел од математиката.

Нејзиното потекло е многу старо, од почетокот на развојот на математиката, а популарна е и денеска. Постојат многу книги, часописи и весници, во кои наоѓаме многу задачи и задачи, на задоволство на читачката публика.

Карактеристично за овој вид на задачи е дека за нивно решавање не е потребно “големо” знаење на математика, но тоа не значи дека тие задачи се лесни. Да ги погледаме сега овие задачи.

**Задача 1.** Во квадратна шема запишани се сите броеви од 1 до 16, во секое поле по еден број, како на цртежот 1. На цртежот 1 ќе избереме произволен број, на пример бројот 6. Ги изоставаме броевите од редицата (хоризонталата) и колоната (вертикалата) во која се наоѓа бројот 6. Така го добиваме цртежот 2. Сега ќе го избереме на пример бројот 15 и ќе ја повториме претходната постапка, како со бројот 6. На тој начин го добиваме цртежот 3. Потоа ќе го избереме на пример бројот 12 и пак ќе ја повториме истата постапка, како со броевите 6 и 15. На тој начин ќе го добиеме цртежот 4.

Збирот на преостанатите броеви сега ќе биде  $1+6+12+15=34$ .

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Цртеж 1

1		3	4
	6		
9		11	12
13		15	16

Цртеж 2

1			4
	6		
9			12
		15	

Цртеж 3

1			
	6		
			12
		15	

Цртеж 4

Со избирање на други броеви, на истиот начин, повторувајќи ја истата постапка, добиваме дека збирот на преостанатите броеви е повторно 34. Интересно, зарем не? Пробајте да најдете решение (објаснување)?

**Решение.** Збирот на броевите во првата колона е  $1+5+9+13=28$  (види цртеж 1).

Броевите во првата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 1, во втората редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 5, во третата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 9 и конечно во четвртата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 13.

Заради тоа, на збирот

$$1 + 5 + 9 + 13 (= 28)$$

ќе го додадеме збирот  $0 + 1 + 2 + 3 (= 6)$ , а тоа заправо е бројот 34.

Во нашиот пример (избор) имаме збир еднаков на

$$1 + 6 + 12 + 15 = 34$$

(види цртеж 4), и можеме да запишеме

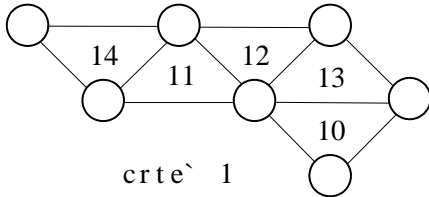
$$1 = 1 + 0, \quad 6 = 5 + 1, \quad 12 = 9 + 3, \quad 15 = 13 + 2,$$

т.е.

$$\begin{aligned} 1 + 6 + 12 + 15 &= (1 + 0) + (5 + 1) + (9 + 3) + (13 + 2) \\ &= \underbrace{(1 + 5 + 9 + 13)}_{*)} + \underbrace{(0 + 1 + 2 + 3)}_{**}) = 28 + 6 = 34 \end{aligned}$$

\*) е збирот на броевите во првата колона,

\*\*\*) е збирот на броевите во првата редица намалени за 1.



crtež 1

**Задача 2.** Во празните кругчиња запиши ги броевите од 1 до 7 (секој број запиши го еднаш) така што збирот на броевите во тие кругчиња да биде еднаков на бројот запишан во триаголникот кои тие кругчиња го

образуваат (види цртеж 1).

**Решение.** Ќе воведеме ознаки како на цртежот 2. На тој начин добиваме дека е исполнето

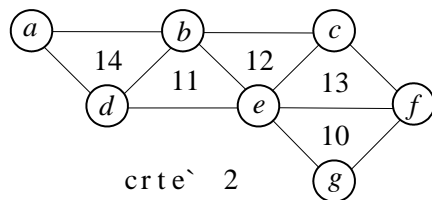
$$a + b + d = 14 \quad (1)$$

$$b + d + e = 11 \quad (2)$$

$$b + e + c = 12 \quad (3)$$

$$c + e + f = 13 \quad (4)$$

$$e + f + g = 10 \quad (5)$$



crtež 2

Интересно зарем не. Систем со многу равенки и многу непознати. Како да се реши? Дали е тоа комплицирано? Да видиме.

Да забележиме дека

$$a + b + c + d + e + f + g = 28$$

(бидејќи  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ ), или

$$(a+b+d)+g+(c+e+f)=28$$

Но заради (1) и (4) добиваме

$$13+g+14=28,$$

односно  $g=1$ .

Слично,

$$(a+b+d)+(e+f+g)+c=28,$$

па од (1) и (5) добиваме

$$14+10+c=28,$$

односно  $c=4$ .

Од (2) и (3) следува

$$\begin{cases} b+d+e=11 \\ b+e+c=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+e=11-d \\ b+e=12-c \end{cases}.$$

Сега, од последниот систем

$$11-d=12-c,$$

а бидејќи  $c=4$  имаме  $11-d=8$ , т.е.  $d=3$ .

Од (4), т.е. од равенката

$$c+e+f=13$$

и од  $c=4$  имаме

$$e+f=13-4=9. \tag{6}$$

Од (6) заклучуваме дека  $e$  и  $f$  не можат да бидат двата непарни ниту двата парни (објасни зошто).

Заради  $g=1$ ,  $c=4$  и  $d=3$ , броевите  $e$  и  $f$  припаѓаат на множеството  $\{2,5,6,7\}$ . Сега од различната парност и (6) лесно се добива дека тоа се броевите 2 и 7. Со мала “комбинаторика” лесно се заклучува дека  $e=2$  и  $f=7$ . Конечно, со непосредно пресметување имаме  $a=5$  и  $b=6$ , па на цртежот 3 го имаме решението на задачата.

