МАТЕМАТИЧКИ КЕНГУР, МАЈ 1994
за ученици од IV клас средни училишта

1) Во колку точки се сечат три различни прави што минуваат низ една точка?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) безброј многу

2) Се фрла стабилна монета. Три пати едно подруго се добива грб. Веројатноста во четвртото фрлање да се добие глава е:
A) 0,9 B) 0,8 C) 0,7 D) 0,6 E) 0,5

3) Ако за секој реален број x, $ax^2 + bx + 1 = 2x + 1$, тогаш:
A) $a = 0$ и $b = 2$ B) $x = 0$ C) ако $a \neq 0$, тогаш $x = (b-2)/a$
D) точно е за повеќе од две вредности на x E) не е возможно

4) Изразот $(-\cos x + i \sin x)^8$ е еднаков на:
A) $\cos 8x + i \sin 8x$ B) $-\cos 8x + i \sin 8x$ C) $\cos 8x - i \sin 8x$
D) $-\cos 8x - i \sin 8x$ E) $\cos^8 x + \sin^8 x$

5) Форматот на еден лист, да речеме A4, е правоаголник со особина односот v=должина/ширина да остане ист за двата листови добиени со сечење на листот по средината (во однос на должината). Односот v задоволува:
A) $v = 4$ B) $v^2 = 4$ C) $v^3 = 4$ D) $v^2 = 2$ E) $v = 0{,}5(1 + \sqrt{5})$

6) Кое од следните тврдења не е секогаш точно, за $|z| = 1$?
A) $z = e^{it}$ B) $z^{-1} = \bar{z}$ C) $(\exists n \in \mathbf{Z})\ n \neq 0$, за кој $z^n = 1$ D) $|z| = |z^{-1}|$ E) $z = \frac{1}{z}$

7) Ако $0 < a < b$, кое од следните неравенства не е секогаш точно?
A) $a^2 < b^3$ B) $a + 2 < b + 3$ C) $2a < 3b$
D) $2/(b + 3) < 3/(a + 2)$ E) $(a + 2)^2 < (b + 3)^2$

8) Ако x^4 и x^6 се рационални броеви, кое од следните тврдења е секогаш точно?
A) x е рационален B) x^2 е рационален C) x^3 е рационален
D) x^4 е рационален E) x е ирационален

9) За која од следните функции не постои точка P(a, b) од нејзиниот график Г за која тангентата на Г во P е еднаква на b ?
A) $x \to \sin x + 2$ B) $x \to 1 + 1/x$ C) $x \to x + 3$ D) $x \to x^2 + 1$ E) $x \to x^{1/2}$

10) Хармониска средина на два броја a и b е број n за кој важи $2/n = 1/a + 1/b$. Колку има парови (a, b) , $a < b$, од позитивни цели броеви за кои 5 е хармониска средина ?
A) бесконечно B) 3 C) 2 D) 1 E) ниеден

11) Една низа е дефинирана со: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$, $u_0 = 0$ и $u_{10} = 10$. Колку е u_1?

A) не постои низа со дадените својства B) u_1 не е определен на единствен начин

C) $u_1 = 1/\sqrt{5}$ D) $u_1 = 2/11$ E) $u_1 = 1$

12) За секој цел број $n>0$, со $D(n)$ се означува множеството од сите делители на n, а со $d(n)$ се означува бројот на елементите во $D(n)$. Така, $D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$ и $d(6) = 4$. Кое тврдење е точно?

A) $d(ab) \le d(a)d(b)$ B) $d(ab) \ge d(a)d(b)$ C) $d(ab) < d(a)d(b)$

D) $d(ab) > d(a)d(b)$ E) $d(ab) = d(a)d(b)$

13) Правата дадена со равенката $y = ax$ се сече со правата дадена со равенката $y = -x + b$ во единствена точка чии координати се негативни. Која е добра споредба ?

A) $a>0$ и $b>0$ B) $a>0$ и $b<0$ C) $a<0$ и $b<0$ D) $a<-1$ и $b<0$ E) $b>0$ и $a<-1$

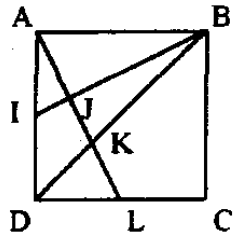
14) Логаритмите биле откриени од:

A) Грците B) Арабите C) Пред нашата ера

D) За време на ренесансата E) Во XVIII век

15) Знаејќи дека ABCD е квадрат со страна 1, каде што I е средина на AB и L е средина на DC, колкава е плоштината на четириаголникот IJKD ?

A) 7/60 B) 3/20 C) 1/8 D) 8/15 E) 3/5



16) Еден многуаголник со n страни има должини на страните $1, 2, 4, \ldots, 2^{n-1}$. Која е најмалата можна вредност за n $(n > 2)$?

A) 3 B) 4 C) 5 D) поголема од 5 E) ниедна

17) Кој од заклучоците A), B), C), D), E) е правилно изведен од следните изјави, кои се точни ?

(1) Јас ги ценам сите подароци од Јован; (2) Само оваа коска̀ ќе го задоволи моето куче; (3) Јас се грижам за она што го ценам; (4) Оваа коска е подарок од Јован; (5) Нештата за кои се грижам не ги давам на моето куче. (Луис Карол)

A) Моето куче не е задоволно B) Податоците се контрадикторни

C) Јас сум куче D) Имам некои коски

E) Јас се грижам за моето куче

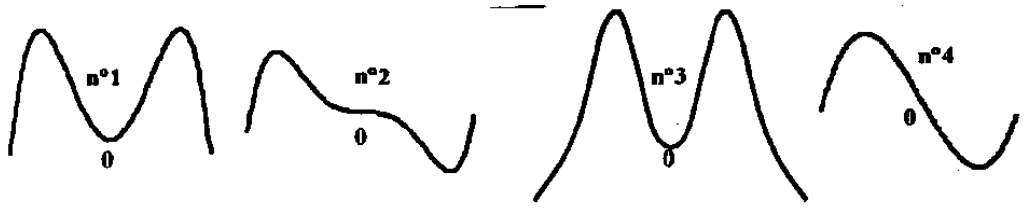
18) За множење на два броја, Clavius (1537-1612) пронашол нов метод за примена на тригонометриската формула

$$\sin p \cdot \sin q = \tfrac{1}{2}(\sin(p+q) + \sin(p-q)).$$

На пример, $a = 0.61566 = \sin 38^\circ$, $b = 0.93969 = \cos 20^\circ$, $\sin 58^\circ = 0.84805$ и $\sin 18^\circ = 0.30902$. Тогаш производот ab е:

A) 0,058742 B) 0,57853 C) 0,05785 D) 1,15707 E) 0,58753

19) Кој график ја прикажува функцијата $f(x) = x^5 - x^3$ од -1 до 1?



A) n°1 B) n°2 C) n°3 D) n°4 E) никој

20) Според една легенда, пред 4000 години Адам, вложил 1 денар во некоја банка со камата од 0.025 посто. Колкаво е богатството на неговите наследници денес ?

A) 1,5 ден B) 2500000 ден C) 0,002 ден D) 2,7 ден E) 40 ден

21) Дадени се две бројни низи (v_n) и (u_n) такви што за секој природен број n важи: $v_n < u_n \leq v_{n+1}$. Кое од следните тврдења е грешно ?

A) (v_n) е монотона B) (u_n) е монотона

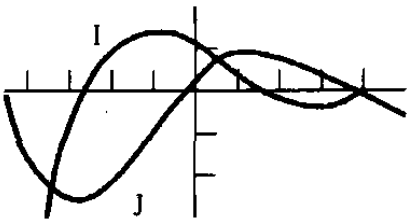
C) Ако (u_n) е конвергентна, тогаш и (v_n) е конвергентна

D) Ако (u_n) е дивергентна, тогаш и (v_n) е дивергентна

E) Низата $(w_n) = (u_n - v_n)$ е конвергентна

22) I е график на функцијата f и J е график на функцијата g. Кое од следните равенства е точно?

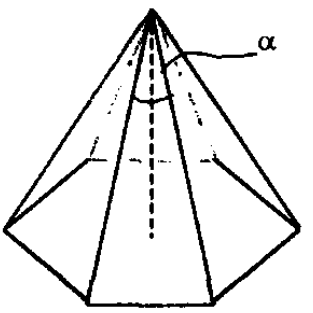
A) $f = g^{-1}$
B) $f = g'$
C) $g = f'$
D) $f = 1 - g$
E) $g = 1 - f$



23) Колку решенија во $[0, 2\pi)$ и ма равенката $tgx = 1/tgx$?

A) ниедно B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

24) Циркуски шатор за основа има правилен шестаголник со страна 1, а висината на шаторот е 2. Која релација е точна за аголот α ?



A) $2\sqrt{5}\sin\frac{\alpha}{2} = 1$ B) $\sqrt{5}\sin\alpha = 1$

C) $\sqrt{3}\cos\frac{\alpha}{2} = 1$ D) $tg\alpha = \sqrt{2}$ E) $\sin^2\alpha = \frac{1}{6}$

25) Колку решенија во **R** има равенката $x^2 = x\sin x + \cos x$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) бесконечно многу

26) За која од следните функции важи $f(3x) = f(2x)$, за секој x ?

A) $f(x)= x^{\ln 2/\ln 3}$ B) $f(x) = \ln(x/3)$ C) $f(x) = 3^{(\ln x/\ln 2)}$

D) $f(x)= x^{(\ln 3/\ln 2)}$ E) за ниедна од дадените функции.

27) Бројот на цифрите со кои е запишан бројот 1994! е:

A) 1994 B) 2500 C) 5500 D) 7500 E) поголем од 8000.

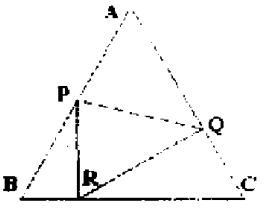
28) Еден предмет може да се движи по координатна мрежа $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}$, составена од сите парови цели броеви, на следниот начин: Ако тој бил на поле (x, y), тогаш може да се премести или на полето $(x+1, y+1)$ или на полето $(x+1, y-1)$. По колку различни патишта тој може да се придвижи од полето $(0, 0)$ до полето $(10, 4)$?

A) C_{10}^{4} B) C_{10}^{3} C) C_{14}^{3} D) 40 E) ниеден .

29) Стабилна монета е фрлена четири пати во воздух. Веројатноста да се добие два пати глава и два пати грб е:

A) 1 B) 9/10 C) 1/2 D) 3/8 E) 3/2 .

30) Триаголникот ABC е рамностран со страна 1, а триаголникот PQR е добиен со превиткување на триаголникот ABC кон страната BC така што темето A да падне во точката R која е 1/4 од отсечката BC, т.е. BR=(1/4)BC. Која е должината на отсечката PQ ?



A) 5/8 B) $\frac{7}{20}\sqrt{21}$ C) $0.25(1+\sqrt{5})$ D) $\frac{13}{140}\sqrt{39}$ E) друг одговор