

**МЕЃУНАРОДЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР КЕНГУР
21 МАРТ 2006**

3 И 4 ГОДИНА ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА

Тестот се работи за време од 1 час и 15 минути.

За неточен одговор се одзема една четвртина од бројот на поени со кои прашањето се вреднува. За да се избегне негативен вкупен резултат на крајот се додаваат 30 поени, така што вкупниот можен број на освоени поени е 150. Калкулатори не се дозволени.

Секоја од задачите со реден број од 1 до 10 се вреднува со 3 поени

1. Кој од дадените броеви е најголем?

- A) 2006×2006 B) 2005×2007
C) 2004×2008 D) 2003×2009 E) 2002×2010

2. Со колку нули завршува производот на првите 2006 прости броеви?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 9 E) 26

3. Ги разгледуваме периметарот и плоштината на фигурата составена од обоени квадратчиња на цртежот. Уште колку квадратчиња може да се обојат така да новодобиената фигура има поголема плоштина, а ист периметар со дадената?

- A) 0 B) 7 C) 18 D) 12 E) 16

4. Секоја од четирите карти на цртежот е обележана со буква на едната и број на другата страна. Петар вели: „За секоја карта е точно дека ако на едната страна е запишана самогласка, на другата страна е запишан парен број”. Кој е најмалиот број на карти кои Ели треба да ги заврти за да провери дали Петар ја зборува вистината?

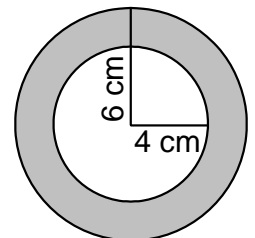
- A) ни една B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. Два воза со иста должина се движат во спротивна насока. Првиот патува со брзина 100 km/h, а вториот со 120 km/h. Патник од вториот воз забележал дека за 6 секунди првиот воз целосно изминува пред него. Колку време е потребно за да вториот воз измине целосно пред патник од првиот воз?

- A) 5 сек. B) 6 сек. C) помеѓу 6 и 7 сек. D) 7 сек. E) повеќе од 7 сек.

6. Сузана има два приврзока изработени од истиот материјал, подеднакво дебели и со еднаква маса. Едниот од нив е со форма на прстен кој го образуваат два концентрични круга со радиуси од 6cm и 4cm (како на цртежот). Вториот приврзок е со форма на полн круг. Колкав е радиусот на вториот приврзок?

- A) 4 cm B) $2\sqrt{6}$ cm C) 5 cm
D) $2\sqrt{5}$ cm E) $\sqrt{10}$ cm

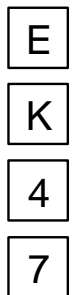
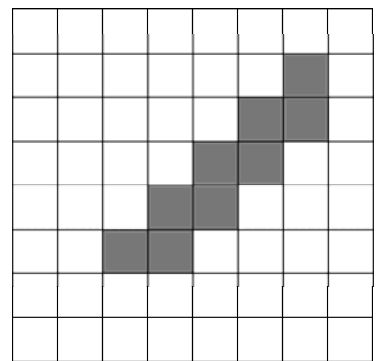


7. Разликата помеѓу било кои два последователни броја од низата a, b, c, d, e е еднаква. Ако $b=5,5$ и $e=10$, одреди ја вредноста на првиот член во низата.

- A) 0,5 B) 3 C) 4 D) 4.5 E) 5

8. Ако $4^x=9$ и $9^y=256$, производот xy изнесува

- A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4



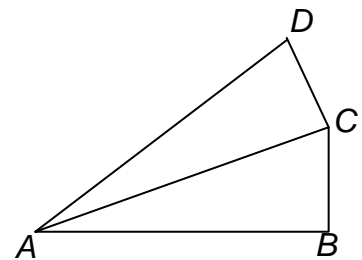
9. Ги разгледуваме сите 9-цифрени броеви запишани со различни цифри, користејќи ги сите цифри 1,2,...,9. Секој број е запишан на посебен лист хартија и сите листови се ставени во кутија. Кој е најмалиот број на листови кои треба да се извлечат од кутијата за да меѓу извлечените имаме најмалку два броја со иста прва цифра?

- A) 9! B) 8! C) 72 D) 10 E) 9

10. На цртежот, отсечката АВ има должина 1, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$; $\angle CAB = \angle DAC = \theta$.

Колкава е должината на отсечката AD?

- A) $\cos \theta + \tan \theta$ B) $\frac{1}{\cos 2\theta}$
 C) $\cos^2 \theta$ D) $\cos 2\theta$ E) $\frac{1}{\cos^2 \theta}$



Секоја од задачите со реден број од 11 до 20 се вреднува со 4 поени

11. Која од функциите има график кој е симетричен во однос на у-оската?

- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \sin x$ C) $y = x \cos x$ D) $y = x \sin x$ E) $y = x^3$

12. На табла за рулет запишани се 37 броја: целите броеви од 0 до 36. Која е веројатноста топчето да застане на прост број?

- A) 5/18 B) 11/37 C) 11/36 D) 12/37 E) 1/3

13. Остатокот при делењето на бројот 1001 со некој едноцифрен број е 5. Колкав е остатокот при делењето на 2006 со истиот тој едноцифрен број?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. Радиусот на сообраќајниот знак е 20cm. Секој од темните делови претставува четвртина од круг. Плоштината на четирите темни делови е еднаква со плоштината на светлиот дел од знакот. Колкав е радиусот на кругот?

- A) $10\sqrt{2}$ cm B) $4\sqrt{5}$ cm C) $20/3$ cm
 D) 12,5 cm E) 10 cm

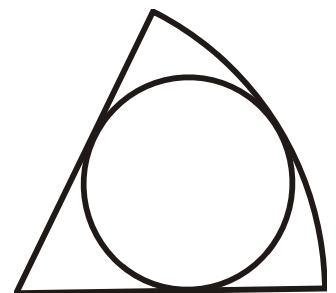


15. Дадени се три прости броја a, b, c за кои важи $a > b > c$. Ако $a + b + c = 78$ и $a - b - c = 40$, тогаш производот abc изнесува

- A) 438 B) 590 C) 1062 D) 1239 E) 2006

16. Односот на радиусите на исечокот и кругот впишан во него (како на цртежот) е 3:1. Тогаш односот на нивните плоштини е

- A) 3:2 B) 4:3 C) 5:3
 D) 6:5 E) 5:4



17. Во одбојкарската лига играат 16 екипи. Секоја екипа игра по еднаш со сите останати екипи. Екипата која победува добива 1 поен, а екипата која губи 0 поени. Нема повлекување од турнирот. Откако сите натпревари се одиграни, екипните резултати, по поени, формираат аритметичка низа. Колку поени освоил тимот кој е последен на табелата?

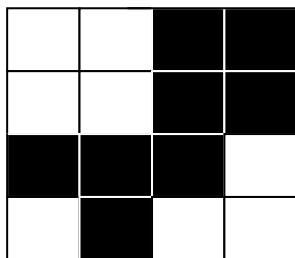
- A) 3 B) 2 C) 1
 D) Опишаната ситуација не е можна E) Одговорот е некој друг број

18. Минатата година, во училишниот хор имало 30 момчиња повеќе отколку девојчиња. Оваа година, бројот на членовите во хорот е зголемен за 10% и тоа така да бројот на девојчињата е зголемен за 20%, а бројот на момчињата е зголемен за 5%. Колку членови брои хорот оваа година?

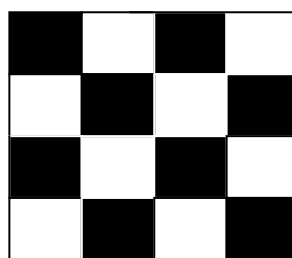
- A) 88 B) 99 C) 110 D) 121 E) 132

19. Табла 4×4 е обоена црно-бело како на цртеж1. Со еден чекор е дозволено да се заменат кои било две полиња кои се во ист ред или во иста колона. Кој е најмалиот број на чекори потребни да се добие фигурата на цртеж2?

- A) не е можно B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



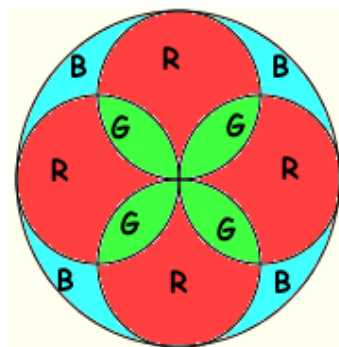
црт 1.



црт 2.

20. Прозорец во црква е изработен во витраж обоен како на цртежот. Буквите R, G and B означуваат стакло во црвена, зелена и сина боја, соодветно. Ако се употребени 400 cm^2 зелено стакло, колку cm^2 сино стакло е употребено?

- A) 396 B) 400 C) 120π D) $90\sqrt{2}\pi$ E) 382



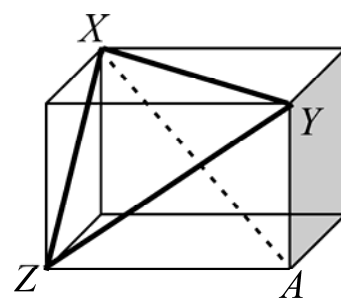
Секоја од задачите со реден број од 21 до 30 се вреднува со 5 поени

21. Ако a и b се броеви поголеми од 1, која од наведените дробки има најголема вредност?

- A) $\frac{a}{b-1}$ B) $\frac{a}{b+1}$ C) $\frac{2a}{2b+1}$
 D) $\frac{2a}{2b-1}$ E) $\frac{3a}{3b+1}$

22. Должините на страните на триаголникот XYZ се 8cm, 9cm и $\sqrt{55}$ cm. Одреди ја должината на просторната дијагонала XA на правиот паралелопипед на цртежот.

- A) $\sqrt{90}$ cm B) 10 cm C) $\sqrt{120}$ cm
 D) 11 cm E) $\sqrt{200}$ cm



23. За колку вредности на реалниот број b , равенката $x^2 - bx + 80 = 0$ има различни позитивни парни корени во множеството цели броеви?

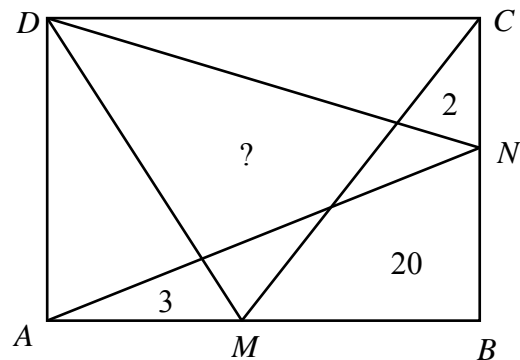
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) бесконечно многу

24. Колку непразни подмножества од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ постојат, такви што збирот на најголемиот и најмалиот елемент е 13?

- A) 1024 B) 1175 C) 1365 D) 1785 E) 4095

25. На страните AB и BC на правоаголникот $ABCD$ избрани се точките M и N соодветно. Со тоа правоаголникот е поделен на неколку дела и познати се и плоштините на три од нив, како што е означено на цртежот. Одреди ја плоштината на четириаголникот означен со знакот „?”.

- A) 20 B) 21 C) 25 D) 26
E) Нема доволно податоци за да се пресмета плоштината



26. Составен е тест од 10 прашања кои треба да се одговорат со „а” или „б”. Можни распореди на одговорите на тестот за кои важи следново својство: ако се одговорат било кои 5 прашања со „а” и било кои 5 прашања со „б”, бројот на точно одговорени прашања е најмалку 4, има вкупно

- A) 5^5 B) 252 C) 2 D) 10 E) 22

27. Во низата од десет последователни природни броја, Миле прецртал еден од нив. Збирот на преостанатите е 2006. Тогаш прецртаниот број е

- A) 218 B) 219 C) 220 D) 225 E) 227

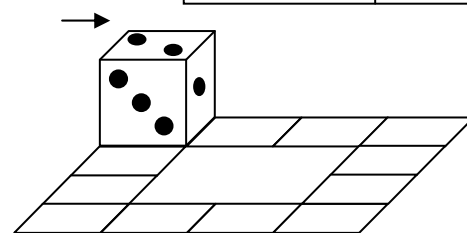
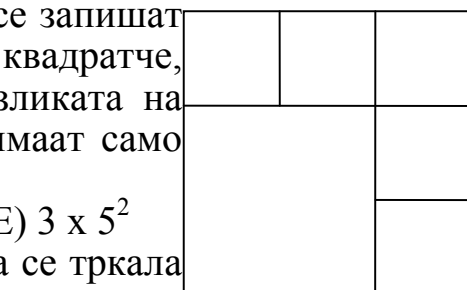
28. На колку начини може броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 да се запишат во квадратчињата на цртежот, по еден број во секое квадратче, така да не постојат соседни квадратчиња за кои разликата на броевите запишани во нив е 3? (Квадратчиња кои имаат само заедничко теме не се соседни)

- A) 3×2^5 B) 3^6 C) 6^3 D) 2×3^5 E) 3×5^2

29. Зар е поставен на табла како на цртежот. Може да се тркала

по патека од 12 квадрати како што е означено. Колку пати треба да се стркала зарот вдолж целата патека за да се врати во почетната положба со сите страни како на почетокот?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) Не е возможно



30. Ако секоја страна од правилниот шестаголник има должина $\sqrt{3}$, а четириаголниците $XABC$ и $XPQR$ се квадрати, колкава е плоштината на обоениот дел?

- A) $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

