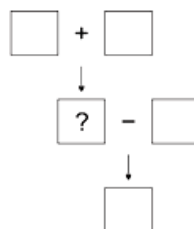


РЕШАВАМЕ БРОЈНИ РЕБУСИ

Здраво наши најмлади пријатели. Вие секојдневно се среќавате со природните броеви и решавате задачи со броеви. Решавате задачи со пресметување, текстуални и редица други задачи. Во ова наше дружење повторно ќе решаваме задачи со броеви, но овојпат ќе решаваме бројни ребуси.

На почеток ќе разгледаме две едноставни задачи.

1. Броевите 1, 2, 3, 4 и 5 запиши ги во квадратчињата, во секое квадратче по еден различен број, така да пресметувањата се точни. Кој број треба да стои во квадратчето каде што е прашалникот?



Решение. Бројот кој стои на местото на прашалникот треба да биде еднаков на збирот на броевите запишани во квадратите во првиот ред. Но, кога од него ќе се одземе четвртиот број треба да се добие петтиот број. Значи, бројот запишан на местото на прашалникот двапати треба да биде еднаков на збирот на два различни броја. Во случајов единствена можност е $1 + 4 = 5 = 2 + 3$, што значи дека на местото на прашалникот е запишан бројот 5. ■

2. Сите цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 се запишани во квадратчињата дадени на цртежот десно, така што се добиени два двоцифрени и еден трицифрен број и притоа пресметувањата се точни. Која цифра се наоѓа на местото на сивото квадратче?



Решение. Според цртежот збирот на два двоцифрени броја е трицифрен број, што значи дека трицифрениот број е помал од 200. Знали, цифрата на стотките на збирот е 1. Понатаму, 0 не може да биде запишана како цифра на единиците на собираците, бидејќи во тој случај еден од броевите 2, 3, 4, 5 или 6 ќе биде запишан двапати, што е спротивно на условот на задачата. Значи, 0 е запишана како цифра на десетките на збирот. Ни останаа броевите 2, 3, 4, 5 и 6. Бидејќи $2 + 3 = 5$ и $2 + 4 = 6$, а збирите на било кои два од броевите 2, 3, 4, 5 и 6 е поголем од 6, заклучуваме дека се можни два случаи:

- цифрите на единиците на собираците се 2 и 3, па во тој случај во сивото квадратче е запишан бројот 5, при што бидејќи цифрите на десетките на собираците се 4 и 6 добиваме

$$60 + 40 + 2 + 3 = 100 + 5 = 105,$$

- цифрите на единиците на собирците се 2 и 4, па во тој случај во сивото квадратче е запишан бројот 6, што не е можно бидејќи во тој случај цифрите на десетките на собирците се 5 и 3 и важи

$$50 + 30 + 2 + 4 = 86 < 106.$$

Конечно, во сивото квадратче е запишан бројот 5. ■

Во следните задачи ќе разгледаме класични бројни ребуси.

3. Во равенството

$$\overline{A} + \overline{AH} + \overline{ANA} = \overline{ШАН}$$

на секоја буква соодветствува една иста цифра, а на различни букви соодветствуваат различни цифри. Замени ги буквите со цифри така да се добие точно равенство (дешифрирај го равенството).

Решение. Бидејќи A не е 0, од собирањето на единиците добиваме $A + A = 10$, т.е. $A = 5$. Од собирањето на десетките заклучуваме дека H е цифра која собрана со 5 и со пренос 1 дава 5, па затоа $H = 9$. Конечно имаме $Ш = A + 1$, односно $Ш = 6$. Дешифрираното собирање гласи:

$$5 + 59 + 595 = 695. \blacksquare$$

4. Да се најде природниот број $\overline{abc}$ кој го исполнува условот

$$\overline{abc} + \overline{bc} + c = 687$$

Решение. Цифрата на единиците на бројот $\overline{abc} + \overline{bc} + c$ е цифрата на единиците на $c + c + c$, односно $c + c + c$ завршува на 7. Единствена можност е $c = 9$. Оттука добиваме дека $100a + 20b + 27 = 687$ односно $5a + b = 33$. Последната равенка е исполнета ако $a = 5$ и $b = 8$ или $a = 6$ и $b = 3$. Значи бараните броеви се 589 и 639. ■

5. Дешифрирај го собирањето

$$\overline{A} + \overline{AA} + \overline{ABC} = \overline{CBBA}$$

така што на секоја различна буква и соодветствува различна цифра и на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри.

Решение. Цифрата C е 1, бидејќи збир на едноцифрен, двоцифрен и трицифрен број секогаш е помал од 2000. Слично, цифрата A мора да биде 9 бидејќи во спротивно збирот ќе биде помал од 1000 и нема да добиеме четирицифрен број. Од равенството

$$9 + 99 + \overline{9B1} = \overline{1BB9}, \text{ т.е. } 108 + \overline{9B1} = \overline{1BB9}$$

лесно се констатира дека $B = 0$, т.е. решението е $9 + 99 + 901 = 1009$. ■

6. Дешифрирај го собирањето

$$\overline{BANANI} + \overline{ANANI} + \overline{NANI} + \overline{ANI} + \overline{NI} + \overline{I} = 5*0*42,$$

така што на секоја различна буква и соодветствува различна цифра и на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри.

Решение. Јасно $I \neq 0$ и како $6 \cdot I$ треба да завршува на цифрата 2 наоѓаме дека $I = 2$ или $I = 7$. Но, за $I = 2$ имаме пренос 1 и збирот на десетките е $5N + 1$, па истиот не може да завршува на 4. Останува $I = 7$. Тогаш N е парен број. Освен тоа, $(3N + \text{преносот})$ треба да завршува на нула. Ако преносот е 1, тогаш $N = 3$. Ако преносот е 2, тогаш $N = 6$. Ако преносот е 3, тогаш $N = 9$. Бидејќи N е парна цифра, добиваме $N = 6$. Од $4A + 3 > 20$ следува дека $A \geq 5$. Аналогно, од $4A < 30$, следува $A \leq 6$. Но, $N = 6$ па затоа $A = 5$ и тогаш $B = 4$. Конечно, дешифрираното собирање е

$$456567 + 56567 + 6567 + 567 + 67 + 7 = 520342. \blacksquare$$

7. Во секој од правоаголниците на фигурата дадена цртежот десно запиши по една цифра, но така што сите шест равенства да се точни.

Решение. Во третиот ред на фигурата имаме собирање на двоцифрен и едноцифрен број и добиениот збир е трицифрен број. Можни зборови од овој вид се од $91 + 9 = 100$ до $99 + 9 = 108$. Значи, двоцифрениот собиорк има цифра на десетки 9. Од друга страна трицифрениот број е производ на два двоцифрени броја. Можни производи од овој вид се

$$10 \cdot 10 = 100, 10 \cdot 11 = 110, 10 \cdot 12 = 120,$$

$$11 \cdot 11 = 121 \text{ итн.}$$

Освен бројот 100, сите производи се поголеми од 108, па заклучуваме дека трицифрениот број е 100, т.е. производот во третата колона од фигурата е $10 \cdot 10 = 100$. Така, веќе ја пополниме третата колона од фигурата.

Разликата на двоцифрениот и едноцифрениот број во првиот ред е 10, па заклучуваме дека цифрата на десетките на двоцифрениот број е 1 и до тука пополнувањето на фигурата е дадено на цртежот десно.

Останува да ги провериме сите можности за цифрата a .

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \times \qquad \qquad \qquad + \qquad \qquad \times \\ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ = \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad = \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & a \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} \\ \times \qquad \qquad \qquad + \qquad \qquad \times \\ \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 10-b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} \\ = \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad = \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Ако $a=1$, тогаш $b=9$, но тогаш равенството во третата редица не е исполнето.

Ако $a=2$, тогаш $b=8$ и тогаш сите равенства се исполнети.

Со аналогни размислувања се покажува дека за останатите можности на цифрата a не се добива решение на задачата. ■

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{2} - \boxed{2} = \boxed{1} \boxed{0} \\ \times \quad \quad \quad + \quad \quad \quad \times \\ \boxed{8} + \boxed{2} = \boxed{1} \boxed{0} \\ = \quad \quad \quad = \quad \quad \quad = \\ \boxed{9} \boxed{6} + \boxed{4} = \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \end{array}$$

8. Реши го бројниот ребус $A \cdot \overline{ДДА} = \overline{ДУУМ} : A$, каде на исти букви соодветствуваат исти цифри, а на различни букви соодветствуваат различни цифри.

Решение. Очигледно цифрите $A, Д$ и $М$ не се нули. Ако равенството го запишеме во видот $A \cdot A \cdot \overline{ДДА} = \overline{ДУУМ}$, тогаш бидејќи $M \neq A$, од равенствата

$$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1, 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64, 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125, 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ и } 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$$

следува дека $A \neq 1, 4, 5, 6, 9$. Понатаму,

- Ако $A=2$ имаме $M=8$. Бидејќи $992 \cdot 4 < 4000$, заклучуваме дека $Д$ е 1 или 3. Но, $112 \cdot 4 < 1000$ и $332 \cdot 4 = 1328$, па во случајов немаме решение.
- Ако $A=3$, тогаш $M=7$. Непосредно се проверува дека од производите $993 \cdot 9, 883 \cdot 9, 663 \cdot 9, 553 \cdot 9, 223 \cdot 9$ и $113 \cdot 9$ само $223 \cdot 9 = 2007$ ги задоволува условите на задачата.
- Ако $A=7$, тогаш $M=3$. Бидејќи $49 \cdot 227 = 11123$, заклучуваме дека $Д=1$. Но, $49 \cdot 117 = 5733$, па во случајов немаме решение.
- Ако $A=8$, тогаш $M=2$. Бидејќи $64 \cdot 228 = 14592$, заклучуваме дека $Д=1$. Но, $64 \cdot 118 = 7522$, па во случајов немаме решение. ■

На крајот од овој дел ви предлагаме самостојно да ги решите следниве задачи.

9. Дешифрирај го собирањето $\overline{ABCC} + \overline{CCBA} = \overline{ADCEB}$, ако се знае дека на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри, а на различни букви им соодветствуваат различни цифри.
10. Дешифрирај го збирот $\overline{B} + \overline{AAAA} + \overline{AAAA} = \overline{BAAAA}$, ако се знае дека на еднакви букви им соодветствуваат еднакви цифри, а на различни букви им соодветствуваат различни цифри.