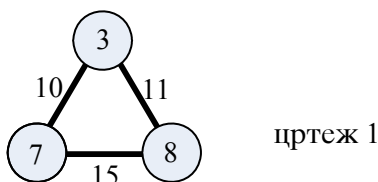


## Кои броеви недостасуваат

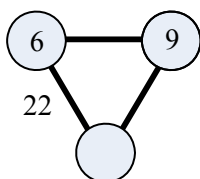
Алија Муминагиќ, Данска  
Рената Свирец, Хрватска

Во ова статија ќе решаваме малку невообичаени, но сепак интересни задачи.

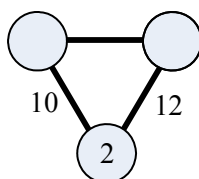
**Пример 1.** Со разгледување на цртежот 1, лесно се заклучува следното: во кружинците нацртани во темињата на триаголникот се запишани цели позитивни броеви, а на страните на триаголникот се запишани збирите на два соседни броеви.



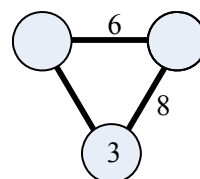
**Задача 1.** Применете го истото правило и решете ги задачите зададени на сликите 2,3 и 4.



цртеж 2



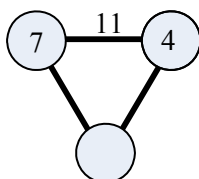
цртеж 3



цртеж 4

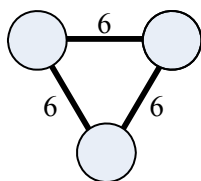
Веруваме дека задачата, т.е. проблемите успешно ги решивте. Можда некои од вас се запрашаа дали мора броевите во кружинците и на страните да бидат исклучиво цели и позитивни. Покажете на примери дали може да се користат негативни цели броеви и/или дропки.

**Задача 2.** Дали може да се реши задача со условите прикажани на цртеж 5?



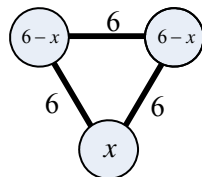
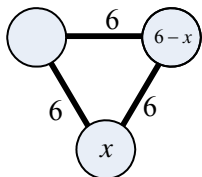
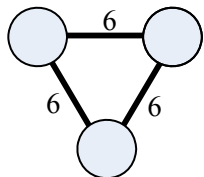
цртеж 5

**Пример 2.** Користејќи го правилото од претходниот пример, да се одредат броевите кои недостасуваат на цртежот 6.

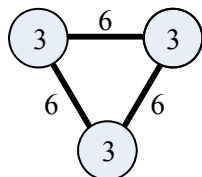


цртеж 6

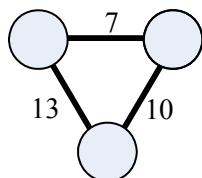
**Решение.** Да ја разгледаме низата од цртежи.



Бидејќи мора да е исполнет условот  $(6-x) + (6-x) = 6$ , добиваме дека  $x=3$ , т.е. конечно решение на задачата е:

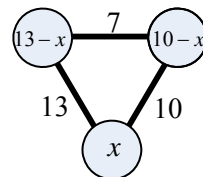
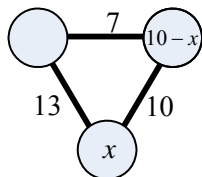
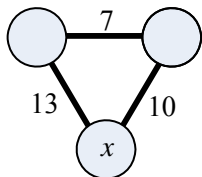


**Пример 3.** Користејќи го правилото од првиот пример, да се определат броевите кои недостасуваат на цртежот 7.

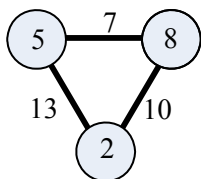


цртеж 7

**Решение.** Постапуваме како во претходниот пример

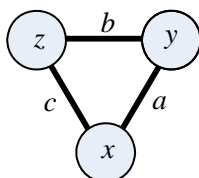


Бидејќи мора да е исполнет условот  $(13-x) + (10-x) = 7$ , заклучуваме



дека  $x = 8$ , па конечното решение на задачата е:

**Обопштување(генерализација):** Со ознаките како на цртеж 8, да се



цртеж 8

одредат броевите  $x, y$  и  $z$  (ако се зададени броевите  $a, b$  и  $c$ ).

Према порано користеното правило заклучуваме дека е исполнето

$$x + y = a \quad (1)$$

$$y + z = b \quad (2)$$

$$z + x = c \quad (3)$$

Со собирање на равенките (1), (2) и (3) добиваме  $2(x + y + z) = a + b + c$ , т.е.

$$x + y + z = \frac{a + b + c}{2}. \quad (4)$$

Со одземање на равенството (1) од равенството (4) добиваме

$$(x + y + z) - (x + y) = \frac{a + b + c}{2} - a, \text{ т.е. } z = \frac{b + c - a}{2} \quad (5)$$

а со одземање на равенството (2) од равенството (4) добиваме

$$(x + y + z) - (y + z) = \frac{a + b + c}{2} - b, \text{ т.е. } x = \frac{a + c - b}{2} \quad (6)$$

и конечно

$$y = \frac{a + b - c}{2}. \quad (7)$$

Да забележиме дека со условите од примерот 3 ( $a = 10, b = 7, c = 13$ ) на основа на изразите (5), (6) и (7) добиваме дека

$$z = \frac{b + c - a}{2} = \frac{7 + 13 - 10}{2} = 5$$

$$x = \frac{a + c - b}{2} = \frac{10 + 13 - 7}{2} = 8$$

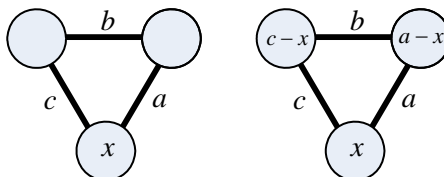
и

$$y = \frac{a + b - c}{2} = \frac{10 + 7 - 13}{2} = 2.$$

До резултатот од воопштувањето може да се дојде и на друг начин, на пример да го разгледаме цртежот кој следува, заедно со неговите ознаки.

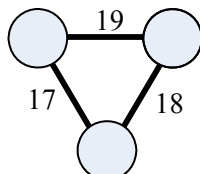
Според тоа, добиваме

$$(c - x) + (a - x) = b,$$

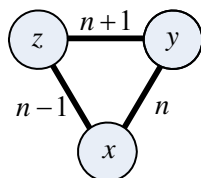


односно  $2x = a + c - b$ , т.е.  $x = \frac{a+c-b}{2}$ . На потполно ист начин се добиваат и равенствата (5) и (7).

**Задача 3.** Користејќи го правилото од првиот пример, определете ги броевите кои недостасуваат на цртежот 9 (забележете дека на страните на триаголникот се поставени три последователни природни броеви).



**Задача 4.** Користејќи го правилото од првиот пример, определете ги броевите  $x, y, z$  кои недостасуваат на цртежот 10.



Кој услов мора да го задоволува бројот  $n$  за да  $x, y$  и  $z$  се цели броеви? Дали во секој случај  $x, y$  и  $z$  се последователни броеви?

### ЗАДАЧА ОД VIII ВЕК...

Човек морал преку река да пренесе волк, коза и купус. Во чамецот можат да се сместат само човек. А со него или волкот, или козата, или зелката. Но, ако ја остави козата со волкот, тогаш волкот ќе ја изеде козата; ако ја остави козата со зелката, тогаш козата ќе го изеде купусот, а во присуство на човекот „никој никого не јаде,“. Човекот успеал да ги пренесе преку реката волкот, козата и зелката. Како тој го сторил тоа?

