

Алекса Малчески
Самоил Малчески
Методи Главче
Ристо Малчески

МАТЕМАТИЧКИ ТАЛЕНТ 12
НЕРЕШЕНИ ЗАДАЧИ ЗА НАТПРЕВАРИ
ПО МАТЕМАТИКА – ТРЕТ ДЕЛ

Скопје, 2019

Рецензент

Проф. д-р Слаѓана Брсаковска

Доц. д-р Катерина Аневска

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски",
Скопје

51:373.3(079.1)

МАТЕМАТИЧКИ талент 12 : нерешени задачи за натпревари по
математика. Д. 3 / Алекса Малчески ... [и др.]. - Скопје : Армаганка,
2019. - 260 стр. ; 25 см

Други автори: Самоил Малчески, Методи Главче, Ристо Малчески. -
Библиографија: стр. 257-260

ISBN 978-608-4904-90-8

1. Малчески, Алекса [автор] 2. Малчески, Самоил [автор] 3. Главче,
Методи [автор] 4. Малчески, Ристо [автор]

а) Математика - Основно образование - Задачи од натпревари
COBISS.MK-ID 111827466

СОДРЖИНА

Предговор	6
I Четврто и петто одделение	
I1. Аритметика	7
I1.1. Пресметувања	7
I1.2. Бројни ребуси	9
I1.3. Равенки	11
I1.4. Дополнителни задачи	12
I2. Текстурални задачи	13
I2.1. Броеви и цифри	15
I2.2. Купуваме и пресметуваме пари	18
I2.3. Времето е важно	21
I2.4. Задачи со мерни броеви	24
I2.5. Дополнителни задачи	30
I3. Деливост	34
I4. Геометрија	37
I4.1. Триаголник	37
I4.2. Квадрат и правоаголник	39
I5. Логика и комбинаторика	46
I5.1. Логички главоболки	46
I5.2. Занимливи броења	51
I5.3. Броиме геометриски фигури	54
I5.4. Дополнителни задачи	57
II Шесто и седмо одделение	
II1. Алгебра и аритметика	59
II1.1. Пресметувања	59
II1.2. Бројни ребуси	66
II1.3. Равенки и неравенски	68
II1.4. Магични фигури	70
II2. Теорина на броеви	72

П2.1. Деливост	72
П2.2. Најголем заеднички делител и најмал заеднички содржател	76
П2.3. Прости броеви	78
П2.4. Диофантови равенки	79
П3. Текстуални задачи	81
П3.1. Броеви и цифри	81
П3.2. Купуваме и пресметуваме пари	88
П3.3. Времето е важно	93
П3.4. Задачи со мерни броеви	96
П3.5. Дополнителни задачи	102
П4. Геометрија	106
П4.1. Отсечки и агли	106
П4.2. Триаголник	108
П4.3. Четириаголник	113
П4.4. Конструктивни задачи	114
П4.5. Плоштина на триаголник и четириаголник	115
П4.6. Коцка и квадар	124
П5. Логика и комбинаторика	128
П5.1. Множества	128
П5.2. Логички загатки	131
П5.3. Нумерички загатки	133
П5.4. Геометриски загатки	136
П5.5. Комбинаторика	138
III Осмо и деветто одделение	
III1. Аритметика и алгебра	147
III1.1. Пресметувања	147
III1.2. Бројни ребуси	152
III1.3. Равенки и неравенки	153
III1.4. Полиноми. Алгебарски изрази	160
III1.5. Линеарна функција, равенка на права	173
III1.6. Неравенства	174
III2. Теорија на броеви	176
III2.1. Деливост, НЗД и НЗС	176
III2.2. Прости броеви	180
III2.3. Диофантови равенки	181
III3. Текстуални задачи	184

III.1. Броеви и цифри	184
III.2. Купуваме и пресметуваме пари	188
III.3. Времето е важно	191
III.4. Задачи со мерни броеви	195
III.5. Дополнителни задачи	203
III.4. Логика и комбинаторика	206
III.4.1. Логички задачи	206
III.4.2. Принцип на Дирихле	209
III.4.3. Комбинаторика	211
III.4.4. Табели и магични фигури	217
III.5. Геометрија	218
III.5.1. Отсечки и агли	218
III.5.2. Триаголник	219
III.5.3. Четириаголник	224
III.5.4. Питагорова теорема	227
III.5.5. Плоштина на триаголник и четириаголник	233
III.5.6. Кружница и круг. Делови од круг	243
III.5.7. Многуаголник	246
III.5.8. Конструкции	248
III.5.9. Стереометрија	250

ПРЕДГОВОР

Ниедно истражување на човекот не може да се нарече вистинска наука ако не е поткрепено со математички доказ.

Проблематична е веродостојноста на тврдењата во науките каде што нема примена на ниту една математичка дисциплина, т.е. кои не се поврзани со математиката.

Леонардо да Винчи

Книгава Математички талент 12 е дел од истоимената серија збирки задачи наменети за учениците од основното образование. Истата содржи 1918 нерешени задачи, што значи дека е комплементарна со книгите Математички талент 9 и 10, во кои исто така се поместени огромен број нерешени задачи, наменети за учениците од основното образование. Задачи содржани во оваа книга се поделени во три целини и тоа Четврто и петто одделение, Шесто и седмо одделение, и Осмо и деветто одделение. Понатаму, во секоја целина задачите се поделени по области, па така задачите за четврто и петто одделение се распределени во пет групи и тоа: аритметика, текстуални задачи, деливост, геометрија и логика и комбинаторика, а истото е направено и со задачите од другите два дела.

Рецензентите, проф. д-р Слаѓана Брсаковска и доц. д-р Катерина Аневска, придонесоа со своите сугестии и забелешки да се подобри содржината на книгава, за што посебно им благодариме.

И покрај вложениот напор, не можеме да се ослободиме од впечатокот дека се можни значителни подобрувања на оваа збирка нерешени задачи, како и отстранување на евентуалните пропусти и грешки. Затоа, однапред сме благодарни на секоја добронамерна забелешка, критика и сугестија.

На крајот, ќе ни биде особена чест и задоволство ако оваа збирка придонесе учениците да навлезат во тајните на математиката, а посебно ако математиката им стане животна определба на некои од нив.

Скопје
декември, 2019 г.

Авторот

I ЧЕТВРТО И ПЕТТО ОДДЕЛЕНИЕ**II. АРИТМЕТИКА****II.1. ПРЕСМЕТУВАЊА**

1. Пресметај ја вредноста на изразот: $5 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$.
2. Во изразот $5 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ стави загради така што неговата вредност ќе биде
а) 17, б) 57.
3. Пресметај го збирот:
 $29 - 27 + 25 - 23 + 21 - 19 + 17 - 15 + 13 - 11 + 9 - 7 + 5 - 3 + 1$.
4. Пресметај ја вредноста на изразот:
а) $77 - 56 : (15 - 8)$,
б) $2 \cdot ((6 \cdot 6 + 4 : 2 - 40 : 5) : 6) + 121 - 31$,
в) $(7 \cdot 7 - 4 : 2 - 15 : 3) : 6 + 219 - 159$.
5. Пресметај ја вредноста на изразот:
а) $597 \cdot 378 - 378 \cdot 592$ б) $57 \cdot 315 - 57 \cdot 281 + 34 \cdot 43$
6. Пресметај ја вредноста на изразот: $789 \cdot 123 - 123 \cdot 787 - 123$.
7. Пресметај ја вредноста на изразот: $(423 \cdot 9 - 423 \cdot 8 + 423 \cdot 2) : 3 - 24$.
8. Пресметај ја вредноста на изразот: $75 \cdot 428 - 75 \cdot 392 + 36 \cdot 63$.
9. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $401 \cdot 38 + 75 \cdot (714 - 676) - (15 + 23) \cdot 76$.
10. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $539 \cdot 428 \cdot 326 - 325 \cdot 428 \cdot 539 - 539 \cdot 427 - 538$.
11. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $603 \cdot 38 + 225 \cdot (514 - 476) + (15 + 23) \cdot 172$.
12. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $901 \cdot 380 + 75 \cdot (5142 - 4762) + (149 + 231) \cdot 24$.
13. Пресметај ја вредноста на изразот:

- а) $3333 - 3333 : 33$,
- б) $2125 - 125 : (202 \cdot 5 - 5 \cdot 201)$,
- в) $((48 + 48 : 4) : 10 - 4) : 2 - 1 \cdot 100$.

14. Пресметај ја вредноста на изразот:

- а) $3125 - 3125 : (303 \cdot 5 - 5 \cdot 302)$.
- б) $(1000 - 100 + 10 - 1) \cdot 2 + (2000 - 200 + 20 - 2) \cdot 3$,
- в) $(56 - 4 \cdot 4) : 5 + 100 - (7 \cdot 4 + 6 \cdot 8)$,
- г) $5 + 300 : 3 \cdot (20 - 15 : 5 - 12 : 4 - 9 : 3 - 6 : 2 - 3 : 1)$.

15. Пресметај ја вредноста на изразот $a + b + c - d - e$ ако

$$a = (37 + 111) \cdot 3, \quad b = 444 \cdot 1 + 444 : 1, \quad c = 111 \cdot 4 - 11 : 1, \\ d = 2 \cdot (999 : 9 + 888 : 8 + 777 : 7 - 666 : 6) \quad \text{и} \quad e = (55 + 56) \cdot 2 + 2.$$

16. Во бројниот израз

$$98 - 14 : 2 + 5 \cdot 84 - 83$$

стави загради така што неговата вредност ќе биде еднаква на

- а) 379, б) 96, в) 47, г) 86, д) 7981.

17. Во изразот $7 \cdot 6 + 12 : 3 - 1$ постави загради така што вредноста на изразот ќе биде:

- а) 17, б) 27, в) 35, г) 48.

18. Меѓу некои од цифрите 987654321 постави го знакот + така што вредноста на добиениот израз ќе биде 99.

19. Со примена на операциите +, -, :, и без користење на загради прикажи ги броевите 10, 11, 12, 13 и 14 користејќи ги броевите 1, 3, 5, 7 и 9. Во секој израз секој од броевите 1, 3, 5, 7 и 9 треба да го користиш точно еднаш.

20. Со помош на броевите (цифрите) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, без да ги менуваш местата, и знаците на математичките операции треба да се прикаже бројот 100. Определи најмалку пет решенија?

21. Броевите од 1 до 10 прикажи со бројни изрази кои ќе ја содржат само цифрата 2 пет пати и ќе се користат само операциите собирање, одземање, множење и делење.

II.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

22. Иван подредил по големина шест последователни броја и еден четирицифрен број. Потоа, без да ги менува местата, ги земнил цифрите на секој број со букви, еднаквите цифри со еднакви букви, а различните цифри со различни букви и добил: А, В, СД, СС, СЕ, СК, АСКЕ. Определи го четирицифрениот број.

23. Реши го бројниот ребус $\overline{1A} + \overline{AB} + \overline{B1} = \overline{1AB}$ во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

24. Секоја од шест букви во долниот ребус соодветствува на различна цифра:

$$\overline{AB} + C + \overline{ADDE} + \overline{ABDAFFBD} = 27032004$$

Определи го збирот $C + E + F$.

25. Реши го бројниот ребус:

$$\overline{HOR} + \overline{HOR} + \overline{HOR} = \overline{BOR},$$

во кој на исти букви соодветствуваат исти цифри, а на различни букви соодветствуваат различни цифри.

26. Реши го бројниот ребус $\overline{ABC} + \overline{DE5} + \overline{FG2} = 2555$ во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

27. Реши го бројниот ребус $\overline{TAU} + \overline{UTU} = \overline{TRUS}$ во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

28. Реши го бројниот ребус $\overline{U} + \overline{UM} + \overline{URA} = \overline{AUU}$ во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

29. Реши го бројниот ребус $4 \cdot \overline{ABB} = \overline{CBD}$ во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

30. На местата на ѕвездичките запиши ги соодветните цифри така што собирањето ќе биде точно:

$$\begin{array}{r} 26*4* \\ - **8*3 \\ \hline 12847 \end{array}$$

31. На местата на ѕвездичките запиши ги сите различни цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 така што равенствата ќе бидат точни:

$$*.** = *** = **.*$$

Опреди барем две решенија на задачата.

32. Дешифрирај ги пресметувањата, т.е. на местото на ѕвездичките стави цифри така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{r} 2*.3* \\ \hline *1 \\ **5 \\ \hline *** \\ + 8*6 \\ \hline **** \end{array}$$

33. Дешифрирај ги пресметувањата, т.е. на местото на ѕвездичките стави цифри така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{r} *23.** \\ \hline ***1 \\ 20*2 \\ \hline ****2 \end{array}$$

34. Дешифрирај ги пресметувањата, т.е. на местото на ѕвездичките стави цифри така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{r} *1*. *43 \\ \hline *4* \\ *9* \\ 3** \\ \hline 29*89 \end{array}$$

35. Дешифрирај го множењето, т.е. наместо буквите стави цифри така што множењето ќе биде точно (на различни букви може да соодветствуваат и исти цифри):

$$\begin{array}{r}
 a1b \cdot 3c2 \\
 \hline
 d2e5 \\
 3f2g \\
 \hline
 h3i \\
 \hline
 1j8k30
 \end{array}$$

36. Дешифрирај ги пресметувањата, т.е. на местото на ѕвездичките стави цифри така што пресметувањата ќе бидат точни:

$$\begin{array}{r}
 **5 \cdot 4* \\
 \hline
 **6* \\
 1 \\
 \hline
 *7***
 \end{array}$$

37. На местата на исти букви стави исти цифри, а на местата на различни букви стави различни цифри така што сите операции ќе бидат точни:

$$\begin{array}{r}
 AB \cdot B = CB \\
 + \quad - \quad + \\
 B : A = B \\
 \hline
 DE \cdot F = GE
 \end{array}$$

II.3. РАВЕНКИ

38. Реши ја равенката:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } (17-x) \cdot 9 = 99 - 36, & \text{б) } (x-15) : 3 = 33 - 16, \\
 \text{в) } ((x+5) : 5) : 5 = 1, & \text{г) } ((x+12) : 1) : 13 = 1
 \end{array}$$

39. Реши ја равенката:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } 17 - 3x = 8, & \text{б) } 205 - x = 26 \cdot 3, \\
 \text{в) } x + 999 - 392 \cdot 8 = 1845 : 9, & \text{г) } 1423 - (x - 27) = 2 \cdot 700, \\
 \text{д) } 2 + 4 + 6 + \dots + 1990 = 1 + 3 + 5 + \dots + 1989 + x.
 \end{array}$$

40. Реши ја равенката:

$$\text{а) } 7398 + 6856 + x = 18037, \quad \text{б) } 15134 - x = 10156.$$

41. Определи го збирот на броевите a и b ако:

$$20072007 - a = 20071234 \text{ и } b - 2007 = (2007 - 276 \cdot 5) : 3.$$

42. Реши ја равенката:

а) $2(x - 258) = 1604 - 830$, б) $(2345 - 1234) : 99 = x : 27$,

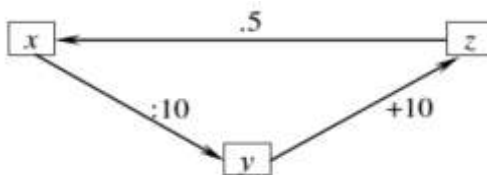
43. Определи го производот $abcd$, ако се исполнети равенствата

$$a + a + a = \overline{bc}, \quad d + d = b \quad \text{и} \quad b + b = c.$$

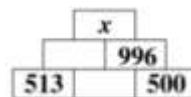
44. На местото на знаците ♠, ♦ и ♥ стави ги соодветните броеви така што равенствата ќе бидат точни:

$$\begin{cases} \spadesuit + \diamondsuit = 20 \\ \spadesuit + \heartsuit = 25 \\ \spadesuit + \heartsuit + \heartsuit = 33 \end{cases}$$

45. Според податоците на дијаграмот прикажан на цртежот десно определи ги x, y , а потоа пресметај го збирот $x + y + z$.



46. Бројот во секој правоаголник од горните два реда е еднаков на збирот на броевите запишани во правоаголниците под него. Определи ја вредноста на x ?

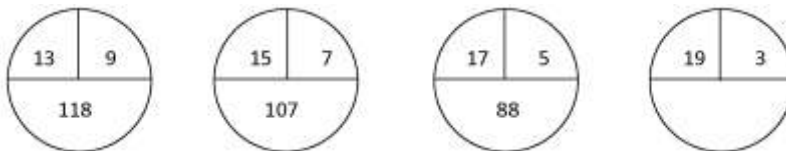


II.4. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

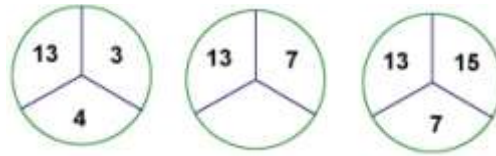
47. Определи ја 2020 цифра во низата:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 ...

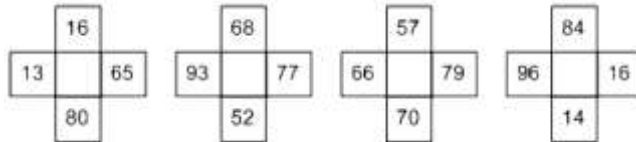
48. Разгледај ги броевите кои се запишани во првите три круга, откриј го правилото според кое тие се запишуваат и запиши го бројот кој недостасува во празното поле на последниот круг.



49. Броевите во деловите на круговите се запишани според некое правило. Откриј го правилото и запиши го бројот кој недостасува:



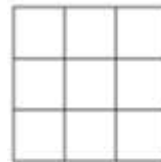
50. Во квадратчињата запиши ги броевите кои недостасуваат:



51. Определи го збирот на броевите кои недостасуваат во магичниот квадрат прикажан на цртежот десно.

26	27	
	25	
	23	

52. Броевите од 2 до 10 запиши ги во полињата на квадратот прикажан на цртежот десно, во секое поле по еден број, така што збирот на броевите запишани во секој ред, секоја колона и на секоја дијагонала биде еднаков.



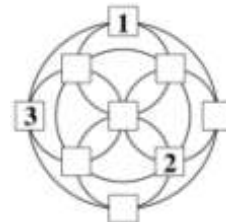
53. Производите на трите броја од вториот ред, втората колона и двете дијагонали се еднакви. Збирот на броевите a, b, c, d е еднаков на збирот на преостанатите броеви. Определи го бројот b .

1	a	4
12	b	c
d	2	36

54. Броевите 2, 10, 12, 13, 20, 21, 23, 30, 31 и 32 запиши ги во празните полиња на табелата прикажана на цртежот десно така што збирот на броевите запишани во секој ред, секоја колона и на секоја дијагонала ќе биде еднаков.

0	11	22	33
		1	
	3		

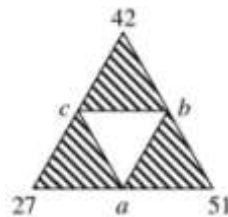
55. Во празните квадратчиња запиши ги броевите 4, 5, 6, 7 и 8, секој број по еднаш, така што збирот на броевите запишани на секоја од шесте кружници да е еднаков на 20.



56. Коцката има шест страни и осум темиња. Ако ги искористиме броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 можеме да ги нумерираме сите темиња така

што збирот на секои четири броја кои се запишани во темињата на една страна да е еднаков. Кој е тој збир?

57. Збирот на броевите запишани во темињата на секој од штрафираните триаголници е еднаков на збирот на броевите запишани во темињата на големиот триаголник. Определи ги броевите a, b и c .



58. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот:

$$16 \quad 41 \quad 87 \quad 37$$

$$41 \quad 66 \quad ? \quad 62$$

59. Дадена е низата броеви:

$$2, 3, 6, 7, 10, 11, \dots$$

Запиши ги следните четири члена на оваа низа.

60. Запиши ги следните два члена на низата броеви:

$$1, 5, 6, 11, 17, 28, \dots$$

61. Определи го збирот на цифрите на броевите кои недостасуваат во низата броеви: 6, 18, 31, __, 60, __, 93

62. Пабло определил нова операција \oplus таква што за секои два броја a и b важи $a \oplus b = \frac{1}{3}(a + b)$. Пресметај: $((3 \oplus 6) \oplus 9) \oplus 8$.

63. Жителите на земјата Недојдија користат само четири броја, кои ги означуваат со I, X, III, IXI . Операциите собирање и множење ги извршуваат кога ги користат таблиците прикажани за собирање и множење.

+	I	X	III	IXI
I	X	III	IXI	I
X	III	IXI	I	X
III	IXI	I	X	III
IXI	I	X	III	IXI

.	I	X	III	IXI
I	I	X	III	IXI
X	X	IXI	X	IXI
III	III	X	I	IXI
IXI	IXI	IXI	IXI	IXI

Пресметај, $I \cdot IXI + X \cdot III$.

64. Црвени и бели топчиња се наредени на следниов начин: во првиот ред има едно бело топче, во вториот ред – две црвени, во третиот – три бели, во четвртиот – четири црвени итн. во последниот ред има 30 црвени топчиња. Колку бели и колку црвени топчиња се наредени?

65. На таблата е запишан бројот 11. По него Ангел запишал уште шест броја, при што го почитувал правилото: Секој нов број е поголем од бројот, запишан пред него, и се добива од тој број или со разместување на неговите цифри или со додавање кон него на збирот на неговите цифри. Определи го збирот на шесте броја, запишани од Ангел, ако последниот број е 68.
66. Броевите 1, 3, 7, 13, 35, 82, 174 и 316 се запишани на осум карти, по еден број на секоја карта. Горјан избрал неколку карти, а останатите му ги оставил на Пабло. Збирот на броевите запишани на картите на Горјан е за 41 поголем од збирот на броевите запишани на картите на Пабло. Кои карти ги избрал Горјан?

12. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

12.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

67. За колку најмалиот шестцифрен број е поголем од најголемиот петцифрен број?
68. Збирот на цифрите на еден трицифрен број е 2. Определи го производот на цифрите на овој број.
69. Од најмалиот трицифрен број запишан со исти цифри одземија ја разликата на броевите 57 и 29.
70. Природните броеви од 1 до 1000 се запишани последователно без празни места и е добиен бројот 123456789101112...9989991000. Со колку цифри е запишан овој број?
71. Збирот на 500 природни броеви е еднаков на 501. Определи го производот на овие броеви.
72. За нумерирање на страниците на една книга се искористени 1134 цифри. Колку страници има оваа книга?
73. За нумерирање на страниците на една книга се искористени 1995 цифри. Колку страници има оваа книга?

74. Колку цифри се искористени за нумерирање на страниците на книга, која содржи 66 листа, ако првата страница е нумерирана со бројот 5 и сите страници до крајот на книгата се нумерирани?
75. Од една книга недостасуваат неколку последователни страници. Првата страница која недостасува е означена со бројот 163, а последната е означена со број запишан со истите цифри, но во друг редослед. Колку листови недостасуваат од оваа книга?
76. Определи ја разликата меѓу бројот 333333 и најмалиот природен број чиј збир на цифри е еднаков на 47.
77. Бројот 1280 запиши го како збир на два броја такви што едниот од нив да е за 250 поголем од другиот.
78. Производот на броевите 128 и 4 зголеми го за нивниот количник.
79. Половината од збирот на два броја е 1010, а едниот број е четири пати помал од другиот. Кои се тие броеви?
80. Збирот на седум последователни природни броеви е 3010. Определи ги овие броеви.
81. Збирот на три броја е 3946. Првиот собирок е четири пати помал од вториот, а третиот е за 4 поголем од вториот. Определи ги овие броеви.
82. Иван замислил еден број, кој го помножил со 6, на добиениот производ му го додал количникот на броевите 672 и 6 и добил 898. Кој број го замислил Иван?
83. Максим замислил еден број, на кој му додал 5, го удвоил добиениот збир и потоа одзел 10. Кој број го замислил Максим, ако на крајот го добил бројот 30?
84. Определи четири последователни парни природни броеви чиј збир е 4052.
85. Збирот на три броја е 5838. Збирот на првиот и третиот број е 3099, а збирот на вториот и третиот број е 3984. Определи ги овие броеви.
86. Определи го оној двоцифрен број кој се зголемува 16 пати ако од лево му се допише цифрата 3.

-
87. Збирот на два броја е 54. Ако првиот број го зголемиме два пати, а вториот за четири пати, ќе добиеме други два броја чиј збир е 200. Определи ги овие броеви.
88. Ако некој број го одземеш од 1101001, па на разликата го додадеш бројот 9090, ќе добиеш број е за 10 помал од најмалиот шестцифрен број. Кој е тој број?
89. Бројот a е најголем четирицифрен број запишан со различни цифри и збирот на цифрите му е 14. Бројот b е најмалиот трицифрен број чиј збир на цифри е 14. Определи ја разликата $a - b$,
90. Производот на три броја е 270. Производот на првиот и третиот број е 30, а производот на вториот и третиот број е 135. Определи ги овие броеви.
91. На кој број треба да се додаде 321, добиениот збир да се помножи со 4, од добиениот производ да се одземе 176, добиената разлика да се подели со 40 и да се добие бројот 40?
92. Дадени се пет броја. Секој следен број е два пати поголем од претходниот. Збирот на најмалиот и најголемиот број е за 9 поголем од збирот на преостанатите три броја. Определи ги овие броеви.
93. Пабло замислил број кој го собрал со 26, добиениот збир го помножил со 2 и добил 100. Кој број го замислил Пабло?
94. Пабло замислил број, на кој му додал 5, потоа добиениот збир го поделил со 2, количникот го помножил со 9, а од добиениот производ одзл 6, добиената разлика ја поделил со 7 и го добил бројот 3. Кој број го замислил Пабло?
95. Бројот 1993 запиши го како збир на два собирци од кои едниот е за 1093 поголем од другиот.
96. На првиот кат во зградата на Иван има помалку од 12 станови. Становите се нумерирани почнувајќи од бројот 1. Бројот на еден стан е таков што збирот на броевите на становите пред него е еднаков на збирот на броевите на становите по него. Колку станови има на првиот кат во зградата на Иван?
97. Ема му кажала на Петар еден број. Петар требало да го подели бројот со 3 и на добиениот количник да му додаде 12. Наместо тоа, тој бројот

го помножил со 3 и од добиениот производ одзел 12. Покрај тоа, Петар добил ист резултат како да работел правилно. Кој број му го кажала Ема на Петар?

98. Наместо со 506 Марија даден број го помножила од 56 и добила производ кој е за 11250 помал од производот кој требало да го добие. Определи го производот кој требало да го добие Марија.
99. Определи го едноцифрениот број со кој треба да се помножи бројот 79365 така што ќе се добие број кој е запишан само со цифрата 5.

12.2. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

100. Износот 12960 денари подели го на два дела така што едниот дел ќе биде 16 пати поголем од другиот.
101. Иван, Христо и Ласте заедно купиле топка и заедно платиле 1250 денари. Иван дал 50 денари помалку од Ласте. Христо дал 150 денари помалку од Иван. Колку пари дало секое од децата?
102. Пред одењето во продавница Ана и Марија имале еднакви суми пари. По купувањето во кое Ана потрошила 2020 денари, а Марија 4020 денари, на Ана и останало пет пати повеќе пари отколку на Марија. Колку пари имале Ана и Марија пред одењето во продавница?
103. Тројца пријатели меѓу себе поделиле 3774 денари. Првиот добил 111 денари помалку од вториот, а третиот добил колку што добиле првите двајца заедно. Колку пари добил секој од пријателите?
104. Илија и Марко заедно имаат 4150 денари. Илија има пет пати повеќе пари од Марко и уште 70 денари. Колку пари има секој од нив?
105. Никола, Марија и Харалампие заедно заштедиле 7200 денари. Никола заштедил два пати повеќе од Марија и Харалампие заедно. Харалампие заштедил три пати помалку од Марија. Колку пари заштедило секое дете?
106. На една полица во книжарницата се наоѓаат шест математички книги со цени 220, 230, 260, 280, 290 и 310 денари. Иван и Павел заедно купиле пет од овие книги. Која книга останала, кои книги ги купил и

колку пари потрошил секој од нив, ако се знае дека Павел платил четири пати повеќе денари од Иван.

107. Ангел, Томе и Иван потрошиле во продавница 528 денари. Ангел потрошил 34 денари повеќе од Томе, а три пати помалку од вкупната сума која ја потрошиле Томе и Иван заедно. Колку пари потрошило секое дете?
108. Ангел, Бранко и Костадин треба да подела 2400 денари, така што Ангел ќе добие 120 денари повеќе од Бранко, а Бранко ќе добие 240 денари повеќе од Костадин. Колку пари ќе добие секое дете?
109. Три момчиња вкупно имаат 2000 денари. Тие решиле да купат топка. Кога првото момче за топката дало 350 денари, второто 40 денари помалку од првото момче и третото 40 денари помалку од половината на сумата која ја дале првото и второто момче заедно, тогаш им останале еднакви суми пари. Колку пари имало секое од момчињата?
110. Бојан купил сок за 165 денари и две кифли по 45 денари. Тој на продавачот му дал банкнота од 500 денари. Колку пари му вратил продавачот?
111. Павел купил од слаткарницата три тулумби и една торта. Тортата чинела 240 денари. Трите тулумби чинат 60 денари повеќе отколку што чини една тулумба. Павел на продавачката и дал банкното од 500 денари. Колку пари му вратила продавачката?
112. Татко, мајка и син заедно имаат 12760 денари. Ако таткот заработи уште 640 денари, а синот уште 580 денари, тогаш сите тројца ќе имаат еднакви суми пари. Колку пари има секој од нив?
113. Пабло имал 1800 денари. Четвртина од парите тој дал за екскурзија. Потоа ја платил претплатата за интернет за следните два месеци и му останале 90 денари. Колку пари чини претплатата за интернет за еден месец?
114. Ако Аврам купи 8 тетратки ќе му останат 700 денари од парите кои ги имал. Ако купи 11 тетратки ќе му недостасуваат 200 денари. Колку пари имал Аврам и колку чини една тетратка?
115. Ако Милан купи 9 тетратки ќе му останат 500 денари од парите кои ги имал. Ако купи 13 тетратки ќе му недостасуваат 700 денари. Колку пари имал Милан и колку чини една тетратка?

116. Во книжарницата 7 моливи и 5 острилки чинат 410 денари, а 5 моливи и 7 острилки чинат 430 денари. Колку чини еден молив, а колку една острилка?
117. Таткото на Илија од банкомат подигнал сума од 3200 денари. Подигнатата сума е во два вида банкноти и тоа 100 и 200 денари. Бројот на сите банкноти е 22. Колку банкноти се од секој вид?
118. Харалампие му вели на Томе: „Ако ми дадеш 10 денари, ќе имам два пати повеќе пар од тебе“, а Томе му одговара: „Ако ти мене ми дадеш 10 денари, двајцата ќе имаме еднакви суми пари“. Колку пари има Харалампие, а колку Томе?
119. Во една продавица имало 36 телевизори. Цената на еден телевизор е 7526 денари. Продавачот првите девет телевизори ги продал по 7256 денари. За колку денари треба да се зголеми цената на преостанатите телевизори, за да се надополни направената загуба?
120. Цената на една книга е 370 денари и уште половина од оваа сума. Колку чини книгата?
121. Цената на една торта е колку половина таква торта и уште 254 денари. Колку пари чинат три такви торти?
122. Полвина торта чини 60 денари повеќе од четвртина торта. Ако тортата е поделена на 16 еднакви парчиња, колку чини едно парче?
123. Мартин и Бојан сакаат да купат по едно чоколадо. На Мартин му недостасуваат 80 денари, а на Бранко му недостасува 1 денар. Тогаш решиле со сите пари заедно да купат барем едно чоколадо, но повторно немале доволно пари. Колку денари чини едно чоколадо?
124. Самоил купил четири книги. Цената на книгите без првата е 400 денари, цената на книгите без втората е 460 денари, без третата е 420 денари и без четвртата е 280 денари. Колку пари чини секоја од купените книги?
125. Горјан сакал да купи 4 книги, но му недостигале пари. Пресметал дека ако ги купи книгите без првата ќе плати 700 денари. Ако ги купи книгите без втората ќе плати 800 денари. Ако ги купи книгите без третата ќе плати 900 денари, а ако ги купи книгите без четвртата ќе плати 600 денари. Колку пари чини секоја книга?

126. Цената на билетот за првата претстава на пиесата „Пепелашка“ во Скопскиот театар била 240 денари. Но, бидејќи немало голема посета управата на театарот за следната претстава ја намалила цената. По намалувањето анцената бројот на посетителите се зголемил три пати, а приходите се зголемиле два пати. Колку денари била намалена цената на билетот?
127. Максим за роденден ги поканил учениците од целото негово одделение. Децата за подарок вкупно собрале 10400 денари, при што секое дете дало по 400 денари. Колку момчиња и колку девојчиња учат во одделението на Максим, ако момчињата се за 4 повеќе од девојчињата?

12.3. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

128. Два часовници се навиеени на 5.4.2020 година во 21 часот. Едниот од овие часовници е точен, а другиот секој час оди побрзо 2 минути. Кога часовниците повторно ќе покажат исто време (кој ден и во колку часот)?
129. Дијана заспала во 21:30 часот и се разбудила во 6:45 часот. Нејзиниот брат спиеел 1 час и 50 минути повеќе од неа. Колку време спиеел братот?
130. Патнички воз тргнал од Скопје во 13:25 часот во петок. Минал низ Ниш, Белград, Загреб и простигнал Љубљана во сабота во 19:16 часот. Колку време траело патувањето?
131. Иво појадува за 12 минути. Ручекот му одзема една третина повеќе време. Колку време му трае вечерата, ако во текот на една седмица за трите оброци троши 6 часа и 45 минути?
132. Кога Петар погледнал во часовникот, забележал дека остатокот од деноноќието е два пати поголем од изминатото до тогаш време и пресметал дека почетокот на натпреварот е по 90 минути. Петар отишол на училиште 15 минути пред почетокот на натпреварот, таму останал следните 3 часа и 55 минути и потоа си заминал од училиштето. Во колку часот Петар си заминал од училиштето?

133. Во училиштето на Пабло одморите меѓу часовите се 10 минути, а големиот одмор е 15 минути. По вториот час учителката ги задржала 7 минути, а по последниот шести час уште 8 минути. Колку минути бил на одмор Пабло?
134. Рајна и Мирјана берат јаболка. Мирјана бери 2 јаболка за 1 минута, а Рајна бери 3 јаболка за исто време. Тие заедно набрале 400 јаболка. Колку време работела Рајна, ако Мирјана работела 25 минути помалку од неа?
135. Во 8:00 часот во еден аквариум ставиле 64 црвени и 16 жолти риби. Потоа на секои три часа од аквариумот ваделе по 2 црвени и ставале по 3 жолти риби. Во колку часот во аквариумот ќе има 87 риби?
136. Во три часот и триесет минути дигиталниот часовник покажува 03:30, а во тринаесет часот и триесет и една минута тој покажува 13:31. Колку пати во текот на едно деноноќие дигиталниот часовник покажува час запишан со различни цифри и минути запишани со истите цифри, но во обратен редослед?
137. Дигитален часовник го покажува времето од 00:00 до 23:59. Колку пати во текот на едно деноноќие на екранот на часовникот од четирите цифри точно две ќе се тројки?
138. Илина секој ден на училиште тргнува во едно исто време и стигнува 10 минути пред почетокот на првиот час. Вчера откако кон училиштето одела 8 минути се сетила дека ја заборавила домашната работа по математика и се вратила да ја земе. Дома се задржала 5 минути. Првиот час започнува во 8 часот. Во колку часот Илина стигнала на училиште?
139. Цевка долга 12 m се сече на парчиња со должина 20 cm . Едно парче се сече за 15 секунди. Определи го времето за кое ќе биде исечена целата цевка.
140. Една работа може да ја завршат 30 работници за 28 дена. Меѓутоа, по 10 дена работа се запослени уште 6 работници. Колку денови уште се потребни да се заврши работата? За колку вкупно денови е завршена работата?
141. Пет мачиња јадат парче сирење за 30 минути. Колку мачиња ќе изедат исто такво парче сирење за 6 минути?

142. Градскиот часовник заостанува 12 секунди во 14 дена. Кое време ќе го покажува часовникот во 10 часот на 9.4.2019 година, ако тој точно е наместен во 10 часот на 1.1.2019 година?
143. Пред три години збирот на годините на три деца бил 17. Колку ќе биде збирот на годините на овие деца по седум години?
144. Ана е два пати постара од Сања, а Сања е два пати постара од Марија. Сите заедно имаат 56 години. Колку години има секое девојче?
145. Иван, Мирко и Степан се родени во ист ден и ист месец и на денот на нивниот роденден заедно ќе имаат 98 години. Колку години ќе имаат следната година?
146. Кога збирот на годините на мајками и мојата помала сестра беше 35, јас имав 9 години. Сега збирот на годините на сите тројца е 53 и сестрама е два пати помала од мене. Колку години има сестра ми?
147. Денес Маја има 9 години, а нејзината мајка има 32 години. По колку години мајката ќе биде два пати постара од Маја?
148. Мајката Павлина имала 21 година кога се родил Александар и имала 23 години кога се родила Билјана. Сега тројцата заедно имаат заедно 31 години. Колку години има денес секој од нив?
149. Таткото и двата сина, Марко и Филип, заедно имаат 120 години. Таткото има 72 години, а Марко е три пати помлад од таткото. Колку години има Филип?
150. Марија има тројца браќа, од кои двајца се близнаци. Производот на нивните години е еднаков на 36, а едниот брат е една година постар од близнаците. Колку години има секој од браќата на Марија?
151. Ако од годините на Павел одземеме 5 и добиената разлика ја помножимо со 6 ќе добиеме 42. Колку години има Павел?
152. Сестрата на Круме е три пати постара од него, но е три пати помлада од мајка си. Таткото е 5 години постар од мајката на децата. Колку години има Круме, ако збирот на сите членови на семејството е 93?
153. Кога дедо Стојан имал 60 години, неговиот внук Максим имал 12 години. Пред колку години дедо Стојан бил седум пати постар од Максим?

154. Во 2001 година 1 јануари бил во понеделник, а 31 март во сабота. Во колку месеци од таа година имало по 5 понеделници?

12.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

155. На полицата има три книги: првата има 90, втората има 110 и третата има 150 листови. Кориците на книгите се со иста дебелина и една корица е дебела 2 mm . Колку милиметри се вкупно дебелите книги, ако се знае дека дебелината на секои 10 страници е 1 mm .

156. Дебелината на еден лист хартија е четвртина милиметар. Ако листот го превиткаме на половина и продолжиме со превиткувањето на половина, колку ќе биде дебелината на листовите по 10 превиткувања?

157. Томе е 5 cm повисок од Ламбе, кој е 20 cm понизок од Иван. Определи ја висината на секое од момчињата, ако збирот на нивните визини е еднаков на 475 cm .

158. Улицата на Илија е долга 36 m . Тој решил на растојание од 4 m да засади елки, почнувајќи од почетокот и стигнувајќи до крајот на улицата. Колку садници треба да купи Илија?

159. Марко во еден ред на растојание 1 метар еден од друг ставил 100 златници. На 1 метар пред првиот златник стои Павел и до него има кошница. Колку метри ќе измине Павел, ако последователно зема по 1 златник и го носи во кошницата, потоа се враќа по друг златник итн. се додека ги собере сите златници?

160. Гасеница почнала да се качува во недела во 6 часот наутро преку ден да се качува на столб висок 11 m . Преку ден гасеницата се качувала 3 m , а ноќе се симнува 1 m . Кога таа ќе стигне на врвот на столбот?

161. Полжав се качува вертикално на сид. Преку ден се качува 3 m , а ноќе се симнува 2 m . Сидот е висок 6 m . За колку дена полжавот ќе се качи на сидот?

162. Пајак виси на 40 cm од таванот на собата во 6:00 часот во понеделник. Секој ден од 6:00 до 20:00 часот тој се спушта за 60 cm , а во

останатиот дел од деноночието се качува за 30 cm . Во кој ден од седмицата пајакот за прв пата ќе стапне на подот на собата која е висока $2\text{ m }70\text{ cm}$?

163. Определи ја должината на патот меѓу местата A и B , ако патот меѓу нив е поделен на 12 еднакви делови, а по изминувањето на првиот дел и уште 10 km сестигнува до чешма која се наоѓа точно на средината на патот.
164. Растојанието меѓу градовите A и B е 32 km . Ангел тргнал од градот A во градот B во 8 часот и секој час поминувал по 5 km . Еден час покасно од градот B кон градот A тргнал Иван кој секој час поминувал по 4 km . Во колку часот чесе сретнат и колку ќе бидат оддалечени до градот B ?
165. Растојанието меѓу местата A и B е 55 km . Пешак тргнал од местото A во местото B со брзина од 5 km на час. Два часа покасно од местото B во пресрет му тргнал друг пешак кој се движел со брзина 4 km на час. По колку часа, сметајќе од тргнувањето на првиот пешак, ќе се сретнат пешаците? На колкаво растојание од местото A ќе биде средбата?
166. Растојанието меѓу местата A и B е 32 km . Пешак тргнал од A за B во 8 часот и секој час поминувал по 5 km . Еден час покасно од B за A тргнал друг пешак кој секој час поминувал по 4 km . Во колку часот ќе се сретнат пешаците и колку ќе бидат оддалечени од местото B ?
167. Растојанието меѓу местата A и B е 525 km . Од местото A кон местото B тргнал автомобил кој вози со постојана брзина од 82 km на час. Во исто време од местото A кон местото B тргнал камион кој вози со постојана брзина од 63 km на час. Колку ќе бидат оддалечени еден од друг автомобилот и камионот по 6 часа возење? Од тој момент колку километри треба да помине камионот, а колку автомобилот за да стигне до местото B ?
168. Турист изминал првиот ден 15 km , вториот ден 7 km и третиот ден половина од патот кој го поминал првите два дена. Колку километри изминал туристот во првите три дена?

169. Велосипедист се движи од Неготино до Скопје со брзина 13 km/h . По три часа му остануваат уште 5 km до средината на патот. Колку километри е растојанието меѓу двата града?
170. Кога Иван со велосипед поминал четвртина од патот, тој застанал да се одмори. До целта му останало колку што поминал и уште 20 km . Колку километри поминал Иван пред да застане да одмори? Колку е долг целиот пат?
171. По права патека гепард гони антилопа, која е 5 m пред него. Гепардот прави скокови од 3 m и додека тој прави еден скок, антилопата поминува 2 m . По колку скокови гепардот ќе ја стигне антилопата?
172. Куче по права патека брка лисица која на почетокот е 120 m пред него. По колку минути кучето ќе ја стигне лисицата ако лисицата изминува 320 m за минута, а кучето изминува 350 m за минута?
173. Матеј поминал 1 km и половина од остатокот на патот. За да го помине целиот пат, му останала третина од патот и 1 km . Определи ја должината на целиот пат.
174. Штица е поделена на два дела од кои едниот е четири пати подолг од другиот. Разликата на нивните должини е 6 m . Колкава е должината на целата штица?
175. На улицата има застој и застанале еден автобус долг 10 m , а по него неколку автомобили со должина 3 m . Целата колона е долга 74 m , а растојанието меѓу секои две возила е 1 m . Колку автомобили имало во колоната?
176. Марија прави мартинки од бел и црвен конец. Таа располага со 563 m бел и 472 m црвен конец. За изработвање на една мартинка се потребни 13 cm бел и 11 cm црвен конец. Кој е најголемиот број мартинки што може да ги изработи Марија?
177. Местото А е 96 km оддалечено од местото В. Од А во В треба да стигне багер кој се движинсо постојана брзина од 4 km на час и велосипедист кој се движи со постојана брзина од 24 km на час. Ако багерот

тргнал во 10:00 часот, кога треба да тргне велосипедистот за да стигнат заедно во местото В?

178. Автомобил изминал 400 km за 5 часа, но така што секој следен час минувал по 10 km повеќе од претходниот. Колку километри изминал автомобилот во петтиот час од патувањето?
179. За изработка на водоводна мрежа долга 270 m се употребени 82 цевки, од кои некои се долги 5 m , а други се долги 3 m . По колку цевки има од секој вид?
180. Пабло изминал 48 km за шест дена. Секој ден тој поминувал по 2 km помалку од претходниот ден. Колку километри поминал Пабло третиот ден?
181. Турист тргнал пешки од Прилеп за мариовското село Бешиште и се движел рамномерно со брзина од 5 km на час. Од Прилеп до Бешиште патот е долг 40 km . Тој во 13 часот и 36 минути седнал да одмори. Уште колку километри му преостанале за да стигне во Бешиште?
182. Растојанието од Ѓорче Петров до Прилеп е 147 km . Илија и Марко тргнале со велосипеди еден кон друг. Илија се движел со брзина од 15 km/h , а Марко со брзина од 18 km/h . Тие патувале 3 часа. Колку километри им останале до средбата?
183. Должината на патот меѓу Куманово и Охрид е поголема од 200 km . Два автомобили тргнуваат истовремено во 8 часот наутро од Куманово кон Охрид. Првиот автомобил се движи првите два часа со брзина 60 km/h , по што продолжува до Охрид со брзина 15 km/h . Вториот автомобил се движи првите два часа со брзина 15 km/h , по што продолжува да се движи до Охрид со брзина 60 km/h . Колку пати и во колку часот автомобилите на патот биле оддалечени еден од друг 15 km .
184. Два автомобили тргнале истовремено од Скопје кон Солун и кон Белград. По 3 часа двата автомобили заедно поминале 462 km . Брзината на едниот автомобил била 75 km/h . Со која брзина се движел другиот автомобил?

185. Градовите Мисла, Насмевка, Хумор и Знаење се наоѓаат на ист пат во тој редослед. Должината на патот меѓу Мисла и Хумор е 180 km , меѓу насмевка и Знаење е 280 km и меѓу Мисла и Знаење е 390 km . За колку часа Михајло ќе стигне од Хумор до Насмевка ако патува со 5 km на час?
186. Итар Пејо во 8 часот тргнал на магарето од Витолиште за Крушевица. Растојанието меѓу Витолиште и Крушевица е 20 km . Магарето на Итар Пејо е посебно, па откако ќе помине 5 km , наместо да одмори, тоа се враќа 1 km назад. Во колку часот ќе стигне Итар Пејо во Крушевица ако магарето за 1 час поминува 6 km ?
187. Кружна патека е со должина 80 m . Два велосипедисти тргнуваат истовремено во една иста насока. Едниот се движи со брзина 8 метри во секунда, а другиот се движи со брзина 10 метри во секунда. По колку секунди побрзиот велосипедист за првпат ќе го престигне поспориот велосипедист?
188. По затворена патека со должина 96 метри се движат два велосипедисти со брзини 10 метри во секунда и 6 метри во секунда. Двајцата тргнале истовремено еден кон друг од различни места, кои се на растојание 32 метра едно од друго. Колку пати велосипедистите се сретнале за половина минута?
189. Кружна патека е со должина 240 m . Два велосипедисти тргнуваат истовремено во една иста насока. Едниот се движи со брзина 7 метри во секунда, а другиот се движи со брзина 10 метри во секунда. По колку секунди побрзиот велосипедист за првпат ќе го престигне поспориот велосипедист?
190. Пропелерот на авионот прави 25 завртувања во секунда. Коку завртувања направил припелерот на авионот ако тој поминал 1000 km со брзина 500 km/h ?
191. Со три камиони на градилиштето се донесени 25 m^3 песок. Вториот камион пренесол 2 m^3 песок повеќе отколку првиот, а третиот 3 m^3 повеќе отколку вториот. Колку кубни метри песок пренесол секој камион?

192. Два трактори треба да изораат нива со плоштина 400 хектари, Првиот трактор дневно може да изора 21 хектар, а вториот 13 хектари. За колку дена заедничка работа ќе биде изорана нивата, ако првиот трактор првите два дена работел сам?
193. Од 15 g семе за салата се добиваат 2820 садници. Чичко Иван посеал 24 g семе за салата. Од добиените садници ги исфрлил неупотребливите 1400 садници. Колку садници му останале на чичко Иван за садење?
194. Кучето на Марко има три пати поголема маса од мачката. Кучето и мачката заедно имаа 56 kg помала маса од Марко, кој има маса 80 kg . Колку килограми е кучето на Марко?
195. Кучето на Марко има маса 6 kg 400 g и уште четвртина од оваа маса. Колкава е масата на кучето на Марко?
196. Слопот Белко има поголема маса од носорогот Носко три пати или за 200 kg . Колку килограми има носорогот Носко?
197. Во пустината Сахара се движел караван од 37 едногрби и двогрби камили. Едногрбите камили носеле товар од 10 kg , а двогрбите носеле товар од 20 kg . Сите заедно носеле 530 kg . Колку биле едногрби, а колку двогрби камили?
198. Ема купила пет лубеници. Првата и втората имале маса 12 kg , втората и третата имале маса 13 kg 500 g , третата и четвртата имале маса 11 kg 500 g , четвртата и петтата – маса 8 kg , првата, третата и петтата – маса 16 kg . Колкава е масата на секоја од лубениците?
199. Колку килограми леб може да се добие од 300 kg пченица, ако од 5 kg пченица се добиваат 4 kg брашно, а од 2 kg брашно се добиваат 3 kg леб?
200. Фармерот Стојан ја ожнеал нивата и добил 500 kg пченица. За 5 kg пченица во млинот се добиваат 4 kg брашно, а од 8 kg брашно во пекарата се добиваат 9 kg леб. Колку килограми леб може да добие Стојан за ожнеаната пченица?

201. Во една продавница донеле еден тон компири. Откако продале 388 kg компири, преостанатите компири ги распределиле во вреќички од по 8 kg . Колку вреќички имало во продавницата?
202. Три јаболка и еден ананас тежат колку 10 праски, а 6 праски и 1 јаболко тежат колку еден ананас. Колку праски тежи еден ананас?
203. Баба Славица има вкупно 8 кози и крави. Секој ден тие даваат 40 литри меко. Секоја коза дневно дава 2 литри млеко, а секоја крава дневно дава пет пати повеќе млеко. Колку кози и колку крави има баба Славица?
204. Од 42 литри млеко се добиваат 6 килограми кашкавал. Колку литри млеко се потребни за да се произведат 11 килограми кашкавал?
205. Низ една цевка истекуваат 42 литри вода за 12 минути. Колку литри вода ќе истечат низ оваа цевка од 5 часот и 12 минути (наутро) до 24 часот (на полноќ).
206. Шише од три литри се полни со минерална вода за 6 секунди. Колку време е потребно да се наполнат 660 шишиња од пет литри?

12.5. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

207. Во две библиотеки вкупно има 7295 книги. Колку книги има во секоја од библиотеките ако во првата библиотека има шетири пати повеќе книги орколку во втората?
208. Во два кафези вкупно има 36 зајаци. Ако од првиот кафез излезат 10 зајаци, а од втората излезат 20 зајаци, во двата кафези ќе остане еднаков број зајаци. Колку зајаци имало во секој кафез на почетокот?
209. Горјан живее во зграда со 13 ката. Под него има три пати повеќе катови отколку над него. На кој кат живее Горјан?
210. Илјада јаболка се ставени во една поголема и две помали кошници. Во поголемата кошница се ставени 16 јаболка повеќе отколку во секоја од помалите кошници. Колку јаболка се наоѓаат во секоја од кошниците?

211. Разговараат две домаќинки. Првата се фали: „Во својот двор имам домашни животни со вкупно 44 глави и 100 нозе.“ Втората домаќинка прашала: „Колку двоножни и колку четириножни животни имаш?“ На тоа првата одговорила: „Пресметај сама.“ Помогни и на втората домаќинка да определи колку двоножни и колку четириножни животни има во дворот на првата домаќинка.
212. Елеонора добила од Катерина кутија со слатки (еклери, индијанки и пасти). Еклерите и индијанките се вкупно 7, индијанките и пастите се вкупно 18, а пастите и еклерите севкупно 15. Колку слатки имало во кутијата?
213. Одделението на Ивана тргнало на прошетка во колона по двајца. Ивана преброила 5 пара пред неа и 6 пара по неа. Колку ученици тргнале на прошетка?
214. Во слаткарницата се продаваат големи и мали торти кои имаат различен број парчиња. Една голема и една мала торта имаат заедно 22 парчиња. Две големи и три мали торти заедно имаат 52 парчиња. Колку парчиња има во една голема торта, а колку во една мала торта?
215. Во еден автосервис во текот на една седмица се поправени 44 возила, и тоа мотоцикли и автомобили. На сите овие возила имало 144 тркала. Колку мотоцикли и колку автомобили биле поправени? (Мотоциклите имаат по 2 тркала, а автомобилите имаат по 4 тркала.)
216. Верверицата Чип јади по седум лешници дневно, а верверицата Дејл дневно јади по два лешници повеќе. Колку лешници заедно ќе изедат за 12 дена?
217. Кате има седум кутии, во секоја од кои има еднаков број моливи. Таа од Ана добила уште девет моливи. Кога ги преброила моливите, открила дека има вкупно 44 моливи. По колку моливи има во секоја кутија?
218. Шест деца имаат еднаков број бомбони. Ако секое дете изеде по 4 бомбони, вкупно ќе останат толку бомбони колку што на почетокот имале две деца. Колку бомбони на почетокот има секое од децата?
219. Колку момчиња, а колку девојчиња има во училиште со 720 ученици, ако на секои 7 момчиња има 8 девојчиња?

220. Од 108 деца полвината се момчиња, од кои третина се синооки. Третина од синооките момчиња се со светла коса, а останатите се со кафеава коса. Колку момчиња се со кафеава коса?
221. Во играорната група „Ганец“ вклучени се 39 момчиња и 23 девојчиња. Секоја седмица на групата и се придружуваат 6 момчиња и 8 девојчиња. По колку седмици во групата ќе има еднаков број момчиња и девојчиња?
222. Во детскиот театар има 480 места и неколку места се слободни. Девојчињата во театарот се за 36 повеќе од момчињата. Добре пребројал 19 празни места, Марија – 17, Никола – 22, Иван – 21 и Глигур – 23. Само едно дете точно избројало. Кое е тоа дете?
223. На училишниот кроз заедно со Никола учествувале уште 30 момчиња. Ако половината момчиња кои го победија Никола беа поспори од него, тогаш бројот на момчињата кои финишираа по него ќе беше четири пати поголем од бројот на момчињата кои го победија. На кое место Никола ја завршил трката?
224. Во одделението на Горјан има 16 момчиња и неколку девојчиња. Секое дете е или математичар или спортист. Девојчињата спортисти се толку колку што се момчињата математичари. Колку се сите спортисти во класот?
225. За подготовка за училишниот натпревар по математика учителката им задала на учениците 50 задачи. Бројот на задачите кои ги решила Даница е четири пати поголем од бројот на задачите кои не ги решила. Колку задачи решила Даница?
226. На некој натпревар Марко треба да реши 13 задачи. За секоја точно решена задача тој добива 7 бода, а за секоја нерешена задача му се одземаат 3 бода. Колку задачи решил Марко ако тој освоил 51 бод?
227. Марија вкупно има 30 црвени, бели и зелени топчиња. Црвени и бели има заедно колку што има зелени. Црвени има два пати повеќе од бели. Колку топчиња од секоја боја има Марија?
228. Во кутија има вкупно 27 црвени, плави, зелени и жолти топки, при што од секоја боја има најмалку по една топка. Црвените топки се два пати повеќе од плавите, плавите топки се три пати повеќе од зелените, а жолтите топки се повеќе од 7. Колку жолти топки има во кутијата?

229. Во две вазни има вкупно 13 бели и 9 црвени рози. Во првата вазна има за 12 рози повеќе отколку во втората. Колку рози има во орвата вазна?
230. Четирнаесет деца заедно имаат вкупно 25 моливи, така што секое дете има по 1, 2 или 3 моливи. Децата со 1 молив се повеќе од 6, а вкупниот број моливи на останатите деца е поголем од 17. Колку деца имаат по 3 моливи?
231. На екскурзија 60 ученици биле сместени на следниот начин: девојчињата во трикреветни соби, а момчињата во четирикреветни соби. Колку момчиња и колку девојчиња биле на екскурзија, ако за сместување на момчињата била употребена една соба повеќе отколку за сместување на девојчињата?
232. Учителката им делела бомбони на ученичките. Ако на секое девојче му даде по 4 бомбони, ќе и останат 2 бомбони, а ако на секое девојке му даде по 5 бомбони, ќе му недостасува 1 бомбона. Колки девојчиња биле и колку бомбони имала учителката?
233. На реката имало 12 чамци од кои некои имале по 8, а други по 5 седишта. Чамците имале вкупно 75 седишта. По колку чамци имало од секој вид?
234. Во дворот на баба Марија има само кокошки и јариња, кои имаат вкупно 26 нозе и од секој вид има барем по едно животно. Кој е најголемиот можен број животни во дворот на баба Марија?
235. На ливадата крај селото на Петар и неговите пријатели пасат неколку коњи. Ако ги изброиме главите – тие се 22, а ако ги изброиме нозете – тие се 74. Определи го бројот на пријателите на Петар.
236. Пар ластовици одгледуваат по 5 мали ластовици. Секоја мала ластовица дневно јади 17 гасеници. Колку гасеници ќе се изедат во 23 гнезда на ластовици, ако таткоото и мајката ластовици заедно дневно јадат 45 гасеници?
237. Кога Павел ја прочитал половината книга и уште 20 страници, му останало да прочита третина од книгата. Колку страници имала книгата?
238. Пабло чита книга со 3 приказни. Првата приказна има 14 страници, втората е за 6 страници пократка, а третата има четири пати повеќе страници од втората. Откако ја прочитал првата приказна и уште 3

страници, отишол да игра фудбал. Колку страници му останале непрочитани?

239. Татко и син играат баскет. Секој од нив фрлил по 10 пати кон кошот и при секој погодок се стекнувал со право на уште две фрлања. Колку пати двајцата заедно го погодиле кошот ако синот фрлил 16, а таткото 20 пати?
240. На стрелиштето во лунапаркот за секој погодок стрелецот се стекнува со право да стрела бесплатно уште два пати. Никола платил за 6 стрелања, а стрелал 30 пати. Колку пати Никола ја погодил целта?
241. Иван има зелени и црвени оловни војници наредени во ред на следниот начин: 1 зелен, 2 црвени, 3 зелени, 4 црвени итн. и на крајот 11 зелени војници. Колку оловни војници има Иван? Дали тој има повеќе зелени или црвени оловни војници и за колку?
242. На масата има 5 кутии. Во некои од нив има уште по 5 кутии со помали димензии. Во некои од малите кутии исто така има уште по 5 помали кутии. Колку вкупно кутии има, ако точно во 6 кутии има помали кутии.
243. Мартин решавал тест од 20 задачи, при што за секој решена задача се добиваат 4 или 5 бода. Максималниот број бодови кои може да се освојат се 86. Тој ги решил сите задачи кои се вреднуваат со по 4 бода и половината од задачите кои се вреднуваат со по 5 бода. Колку бодови освоил Мартин?

13. ДЕЛИВОСТ

244. Деленикот е 72, а делителот е седум пати помал од 56. Определи го количникот.
245. Од учебникот на Марјан е скинат еден лист. Збирот на броевите со кои се нумерирани страните кои што недостасуваат е 55. Определи го множеството делители на броевите со кои се нумерирани страните кои што недостасуваат.
246. Определи ги сите природни броеви кои при делење со 6 даваат количник еднаков на остатокот.

247. Определи ја разликата на бројот кој е шест пати поголем од најмалиот двоцифрен број и бројот кој е шест пати помал од најголемиот двоцифрен број делив со 6.
248. Една алеа е долга 100 *m*. Почнувајќи еден метар по почетокот, на секои 2 *m* е засадена роза. Боите на цветовите на розиите се менуваат по следниот редослед: црвена, жолта, розова, жолта, црвена, жолта, розова, жолта, ... и тоа се повторува по целата должина на алеата. По колку рози се засадени од секоја боја?
249. Герданот на Михаела е составен од обоени монистра и започнува со две бели, едно зелено, две плави и едно црвено, а потоа монистрата се повторуваат во истиот редослед. Која е бојата на педесеттото монистро?
250. На натепреварот по математика учествувале две екипи со еднаков број натпреварувачи. Екипите заедно освоиле 67 поени. Определи го вкупниот број натпреварувачи ако секој од нив освоил 3 или 8 поени.
251. Пабло замислил двоцифрен број. Ако од бројот одземеме 5 добиваме број кој е делив со 5. Ако кон бројот додадеме 3, добиваме збир кој е делив со 3, а ако бројот го поделиме со 2, добиваме парен број. Кој број го замислил Пабло?
252. Во домот на Самоил два сидни часовници започнуваат да бијат и престануваат да бијат истовремено. Едниот бие на секои две секунди, а другиот на секои три секунди. Самоил вкупно изброил 13 удари, при што ударите кои се совпаѓаат ги броел за еден. Колку секунди поминале меѓу првиот и последниот удар?
253. На детска забава некои деца биле придружувани од своите мајки, а останатите биле сами. Децата кои биле придружувани од мајките се за 7 повеќе од децата кои биле сами. Ако на забавата присуствувале вкупно 39 деца и мајки, кој е најмалиот број деца кој може да е присутен на забавата?
254. Браќата Иво и Даниел изиграле определен број партии шах. Нивниот татко го наградувал победникот на следниов начин: победникот во првата партија добил 1 евро, победникот во втората партија добил 2 евра, победникот во третата партија 3 евра итн. Колку партии шах биле одиграни ако таткото дал 66 евра?

255. Од една кошница истовремено излетале три пчели. Првата се враќа по 2 минути, втората по 3 минути и третата по 4 минути. Определи го најмалиот број минути по кој трите пчели повторно истовремено ќе излетаат од кошницата.
256. Четири борчиња раста во права линија. Растојанијата меѓу борчињата се 63 m , 14 m и 84 m . Определи го најмалиот број борчиња кои треба да се засадат меѓу нив така што растојанијата меѓу секои две соседни борчиња да се еднакви. Колку вкупно борчиња треба дополнително да се засадат?
257. Од градината Марија набрала јаболка чиј број е делив со 7. Павел изел едно јаболко и забележал дека преостанатите јаболка може да се групираат без остаток во групи од по 2, од по 3, од по 4, од по 5 и од по 6 јаболка. Колку јаболка набрала Марија, ако се знае дека нивниот број е помал од 380?
258. Во киносала има помалку од 200 столици. Прво столиците ги наредиле по 16 во ред. Потоа ги разместиле и ги поставиле по 18 во ред. Колку редови ќе имаме ако ги наредиме по 12 во ред?
259. Пабло и Горјан учат во различни паралелки, при што во паралелката на Горјан има 3 ученици повеќе. Учениците од двете паралелки решиле за 8. март секој ученик на својата учителка да и подари букет составен од еден ист број рози и еден ист број каранфили. Соучениците на Пабло на учителката и подариле 69 рози и 46 каранфили. Колку вкупно рози и каранфили на својата учителка и подариле соучениците на Горјан?
260. Павел има 216 топчиња – по 36 бели, зелени, црвени, плави, портокалови и жолти. Тој ги поделил топчињата во неколку кутии (можно е во некои кутии да има по едно топче). Во секоја кутија има топчиња само од иста боја. Истобојните топчиња се разделени подеднакво во парен број кутии. Во секои две кутии, во кои топчињата се со различни бои има различен број топчиња. Павел избира неколку кутии така што во секоја од нив да има различен број топчиња и вкусниот број топчиња да е 19. Колку најмногу кутии може да избере Павел?
261. По затворена патека истовремено и во иста насока тргнуваат четири велосипедисти. Првиот прави една обиколка за 20 минути, вториот за 15 минути, третиот за 12 минути и четвртиот за 10 минути. По колку минути велосипедистите повторно ќе бидат заедно на старто?

14. ГЕОМЕТРИЈА

14.1. ТРИАГОЛНИК

262. Точките A, B, C, D лежат на една права во дадениот редослед и важи $\overline{BC} = 16 \text{ cm}$ и $\overline{AD} = 44 \text{ cm}$. Определи го растојанието меѓу средините на отсечките AB и CD .

263. Ако $\overline{AD} = 630 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 200 \text{ cm}$ и $\overline{AB} = \overline{CD}$, определи го растојанието меѓу средините на отсечките AB и CD .



264. Должините на страните на триаголникот, изразени во милиметри, се три последователни парни броеви. Периметарот на триаголникот е еднаков на 180 mm . Определи ги должините на страните на овој триаголник и нацртај го истиот.

265. Даден е рамнокрак триаголник ABC кај кој должината на основата a е два пати помала од должината на кракот b .

а) Определи ја должината на страната a , ако периметарот на триаголникот е 150 mm .

б) Нацртај го триаголникот ABC ако неговата основа е AC .

в) Определи ја должината на страната на рамностраниот триаголник кој има еднаков периметар како триаголникот ABC .

266. Должината на кракот b на рамнокракиот триаголник е два пати поголема од должината на основата a . Определи ја должината на основата a ако периметарот на триаголникот е 20 cm . Нацртај го овој триаголник.

267. Триаголник со периметар 29 cm со отсечка е поделен на два триаголници со периметри 18 cm и 26 cm . Определи ја должината на отсечката со која е поделен триаголникот.

268. Должината на основата на рамнокрак триаголник е 36 mm . Периметарот на триаголникот е еднаков на периметарот на рамностран триаголник со должина на страна 42 mm . Определи ја должината на кракот на рамнокракиот триаголник. Нацртај ги двата триаголника.

269. Периметарот на рамнокракиот триаголник ABC е 19 cm . Рамнокракиот триаголник DEF има два пати подолги страни од триаголникот ABC . Должината на основата на триаголникот DEF е 14 cm . Определи ги периметарот и должината на кракот на триаголникот DEF .
270. Должината на кракот на рамнокракиот триаголник е 3 cm поголема од должината на основата. Периметарот на триаголникот е 24 cm . Определи ги должините на страните на овој триаголник.
271. Даден е рамнокрак триаголник ABC чија основа е два пати пократка од кракот. Определи ги должините на страните на триаголникот ако неговиот периметар е 15 cm . Определи ја должината на страната на рамностраниот триаголник кој има еднаков периметар како и дадениот триаголник.
272. Основата на рамнокрак триаголник е 12 mm пократка од неговиот крак. Периметарот на овој триаголник изнесува 105 mm . Определи ги должините на основата и кракот, а потоа нацртај го овој триаголник.
273. Должините на страните на еден триаголник се три последователни природни броеви, а неговиот периметар е 24 cm . Определи ги должините на страните на овој триаголник.
274. Страната AB на рамностраниот триаголник е продолжена преку темето B до точката D . Точката D е поврзана со темето C . Периметарот на триаголникот ADC е 125 cm , а периметарот на триаголникот BCD е 96 cm . Определи ги должината на страната и периметарот на триаголникот ABC .
275. Периметарот на еден триаголник е еднаков на 42 cm . Должината на едната страна е $10\text{ cm } 8\text{ mm}$, а другата страна е за $5\text{ cm } 2\text{ mm}$ поголема од првата страна. Определи ја должината на третата страна.
276. Определи го периметарот на фигурата прикажана на цртежот десно, ако триаголниците се рамнострани, должините на страните им се запишу-




ваат со четири последователни непарни природни броеви и периметарот на најголемиот триаголник е еднаков на 33 cm .

277. Марко нацртал десет рамнострани триаголници. Првиот со должина на страна 1 cm , вториот со должина на страна 2 cm итн. десеттиот со должина на страна 10 cm . Определи го збирот на периметрите на нацртаните триаголници.


14.1. КВАДРАТ И ПРАВОАГОЛНИК

278. Мартин нацртал вкупно 10 триаголници и четириаголници. Темињата на четириаголниците се за 12 повеќе од темињата на триаголниците. Колку триаголници и колку четириаголници нацртал Мартин?
279. Квадрат и рамностран триаголник со должина на страната 8 cm имаат еднакви периметри. Правоаголник има ширина која е три пати поголема од страната на квадратот и должина која е четири пати поголема од страната на триаголникот. Определи го периметарот на правоаголникот во сантиметри.
280. Даден е триаголник кај кој едната страна е долга 22 cm и е подолга за 2 cm од втората страна, а е покретка за 12 cm од третата страна. Определи ја плоштината на квадратот кој има периметар еднаков на периметарот на триаголникот.
281. Определи ја плоштината на квадрат чиј периметар е еднаков на периметарот на рамностран триаголник чија страна е долга 364 cm .
282. Страните на правоаголникот се 123 cm и 63 cm . Определи ја должината на рамностраниот триаголник кој има еднаков периметар на дадениот правоаголник.
283. Квадрат и рамностран триаголник имаат еднакви периметри. Мерна во сантиметри страната на триаголникот е еднаква на најмалиот двоцифрен број чиј збир на цифри е 3. Определи ги периметарот и плоштината на квадратот.
284. Триаголник и квадрат имаат еднакви периметри, а дожините на страните им се изразени со природни броеви. Определи ја должината на страната на квадратот ако најголемата страна на триаголникот е со

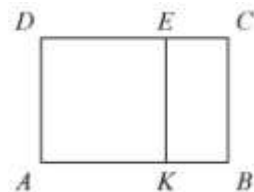
должина 12 cm , а должините на другите две страни се броеви кои се деливи со пет.

285. Едната страна на триаголникот е долга 36 dm . Таа е поголема од втората страна за 11 dm и е поголема од третата страна за 17 dm . Определи ја плоштината на квадратот кој има еднаков периметар со овој триаголник.
286. Периметарот на еден рамнокрак триаголник е 111 cm . Кракот на триаголникот е за 6 подолг од основата. Определи ги плоштината и периметарот на квадрат чија страна е со должина еднаква на должината на основата на рамнокракиот триаголник.
287. Правоаголник е направен од 5 дрвца со должина 2 cm и 4 дрвца со должина 3 cm , при што дрвцата не се кржат. Колку такви правоаголници може да се направат?
288. Определи го збирот на периметрите на квадратите чии плоштини се 81 cm^2 и 49 cm^2 .
289. Даден е правоаголник со должини на страни 9 cm и 3 cm . Определи ја плоштината на квадратот чиј периметар е еднаков на периметарот на правоаголникот.
290. Правоаголникот на цртежот десно е со димензии 1 cm и 4 cm . Тој е поделен на 4 квадрати. Определи го збирот на периметрите на сите правоаголници кои не се квадрати.
- 
291. Квадрат и правоаголник имаат еднакви периметри. Должината на страната на квадратот е 7 cm , а должината на едната страна на правоаголникот е еднаква на најголемиот едноцифрен број. Определи ја плоштината на правоаголникот.
292. Збирот на периметрите на два квадрата е 320 cm . Должината на страната на едниот квадрат е за 24 cm поголема од должината на страната на другиот квадрат. Определи ја плоштината на поголемиот квадрат.

293. Определи ги периметарот и плоштината на правоаголникот чија една страна е со должина 15 cm , а разликата на должините на две соседни страни е 9 cm .
294. Од осум еднакви квадратчиња, секое со периметар 8 cm е составен правоаголник. Определи ги периметарот и плоштината на правоаголникот.
295. Осум еднакви квадратчиња со периметар 12 cm се наредени едно до друго во форма на квадратна рамка. Определи ги периметарот на надворешноста и периметарот на внатрешноста на рамката.
296. Определи го збирот на плоштините на сите правоаголници чии периметри се еднакви на 14 cm , а мерните броеви на должините на страните им се природни броеви.
297. Даден е правоаголник со должини на страни 28 cm и 20 cm . Од него се отсекува квадрат со најголема можна плоштина, па од преостанатите правоаголници се отсекува квадрат со најголема можна плоштина итн. се додека како остаток не се добие квадрат. Колку квадрати може да се отсекаат?
298. На даден квадрат двете спротивни страни се зглемени за по 5 cm , а другите две спротивни страни се зголемени за по 2 cm , по што е добиен правоаголник со периметар 30 cm . Определи ги плоштините на квадратот и правоаголникот?
299. Периметарот на правоаголникот $ABCD$ е еднаков на 24 cm , а должината на едната негова страна е два пати поголема од должината на другата негова страна.
- а) Определи ги должините на страните на правоаголникот $ABCD$.
- б) Нацртај рамностран триаголник чиј периметар е еднаков на периметарот на правоаголникот $ABCD$.
300. Калина располага со 42 плави плочки и со многу бели плочки. Сите плочки се квадрати со должина на страна 1 cm . Таа направила правоаголник така што плавите плочки ги поставила во периметарот, а внатрешноста ја пополнила со бели плочки кои не се преклопувале. Определи го најголемиот број бели плочки кои Калина може да ги искористи.

301. Овошна градина има форма на правоаголник со ширина изразена во метри еднаква на производот на првите четири природни броја. Производот на овие броеви, запишан во обратен редослед е еднаков на должината на градината изразена во метри. Овошките во оваа градина се засадени во темињата на правоаголникот, по неговите страни и во редови паралелни на нив. Растојанијата меѓу секои два реда и мешу секои две овошки во редовите е еднакво на 2 m . Колку овошки се засадени во оваа градина?
302. Должините на страните на правоаголникот $ABCD$ се $\overline{AB}=12\text{ cm}$ и $\overline{AD}=8\text{ cm}$. Дадени се точка E на страната AB и точка F на страната CD . Периметарот на четириаголникот $Aefd$ е 28 cm , а периметарот на четириаголникот $BCFE$ е 32 cm . Определи ја должината на отсечката EF .
303. На фигурата прикажана на цртежот десно ширината на секој од трите правоаголници е два пати помала од неговата должина. Должината на првиот правоаголник е еднаква на ширината на вториот, а должината на вториот правоаголник е еднаква на ширината на третиот. Ако периметарот на вториот правоаголник е 24 cm , определи ги збирот на периметрите и збирот на површините на трите правоаголници.
- 
304. Правоаголник и квадрат имаат периметри еднакви на 48 cm . Едната страна на правоаголникот е за 4 cm пократка од другата. За колку се разликуваат површините на квадратот и правоаголникот?
305. Даден е правоаголник кај кој должината на едната негова страна е 8 cm . Ако секоја страна на овој правоаголник се продолжи за 2 cm , се добива правоаголник со периметар 60 cm . Определи ги површините на двата правоаголника.
306. Определи ја површината на квадратот чиј периметар е три пати поголем од периметарот на квадратот чија должина на страна е 3 cm .

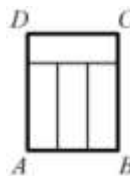
307. Квадрат со страна 10 cm има плоштина еднаква на плоштината на правоаголник чији страни се природни броеви. Определи ги овие правоаголници и пресметај ги нивните периметри.
308. Должината на страната a на правоаголникот $ABCD$ е 36 cm , а должината на страната b на овој правоаголник е три пати помала од должината a . Определи ја плоштината на квадратот $EFGH$ чиј периметар е три пати помал од периметарот на правоаголникот $ABCD$.
309. Ако ширината на еден правоаголник се намали за 3 cm , а должината му се намали за 12 cm , се добива квадра со периметар 24 cm . Колку квадратни сантиметри е поголема плоштината на правоаголникот од плоштината на квадратот?
310. Митко и сестра му имаат правоаголна сложувалка, која се состои од квадратни делчиња – 6 во широчина и 8 во должина. Митко ги наредил надворешните делови на сложувалката. Колку делови треба да нареди неговата сестра?
311. Должината на правоаголникот $ABCD$ е два пати поголема од неговата ширина. Должината на правоаголникот $MNPQ$ е два пати поголема од должината на правоаголникот $ABCD$, а ширината му е два пати поголема од ширината на правоаголникот $ABCD$. Збирот на периметрите на двата правоаголника е 180 cm . Определи го збирот на плоштините на двата правоаголника.
312. Две спротивни страни на квадратот се зголемени за по 3 cm , а другите две се намалени за по 2 cm , при што е добиен правоаголник со периметар 26 cm . Определи ја плоштината на почетниот квадрат.
313. Правоаголник со периметар 80 cm е поделен со права линија на квадрат и правоаголник. Должината на новодобиениот правоаголник е два пати поголема од неговата ширина. Ако добиениот квадрат е со поголем периметар од добиениот правоаголник, определи ги периметарот и плоштината на квадратот?
314. На цртежот десно се дадени квадрат $AKED$, правоаголник $ABCD$ со периметар 26 cm и



правоаголник $KBCE$ со периметар 16 cm . Определи го периметарот на квадратот $AKED$.

315. Правоаголникот $ABCD$ е поделен на четири еднакви правоаголници (цртеж десно).

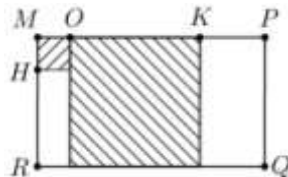
Определи ги периметарот и плоштината на правоаголникот $ABCD$ ако $\overline{AD} = 36\text{ cm}$.



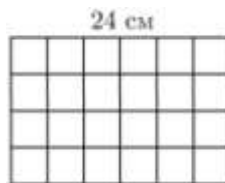
316. Определи ги периметарот и плоштината на правоаголникот $RQPM$, ако

$$\overline{OP} = 6\text{ cm}, \overline{MK} = 5\text{ cm}, \overline{MH} = 1\text{ cm}$$

и штрафираните фигури се квадрати.



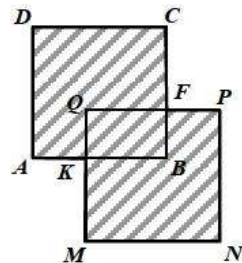
317. Правоаголна мрежа е направен од жица. Мрежата е составена од 24 квадратчињ (цртеж десно). Колку метри жица се потрошени за изработка на мрежата?



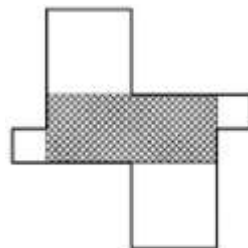
318. До двете страни на квадрат со периметар 72 cm се залепени два квадрати со три пати пократка страна од страната на квадратот. Определи ги плоштината и периметарот на добиената фигура?



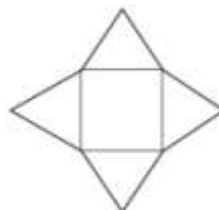
319. Квадратите $ABCD$ и $MNPQ$ прикажани на цртежор десно се еднакви, а нивниот заеднички дел $KBFQ$ е правоаголник со периметар 40 cm и плоштина 96 cm^2 . Определи ја плоштината на штрафираната фигура ако нејзиниот периметар е еднаков на 280 cm .



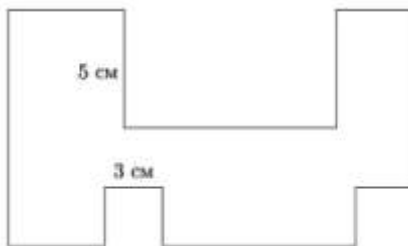
320. Зеленчукова градина има форма прикажана на цртежот десно. Должината на нејзината ограда е 100 m . Определи го периметарот на штрафираниот правоаголник, ако секој од квадратите има должина на страна еднаква на половината од должината на страната на правоаголникот на кој лежи?



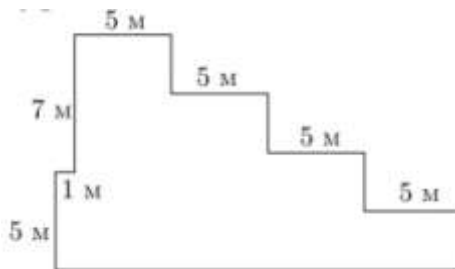
321. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од квадрат и четири рамнострани триаголници. Периметарот на оваа фигура е еднаков на 24 cm . Определи ја плоштината на квадратот.



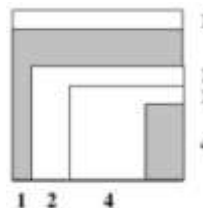
322. Од правоаголник со димензии 12 cm и 21 cm се исечени два квадрати и еден правоаголник, како што е прикажано на цртежот десно. Определи го периметарот на добиената фигура.



323. Елена се шетала по алеата која е прикажана на цртежот десно. Колку метри поминала Елена, ако таа прошетката ја завшила таму каде што почнала?



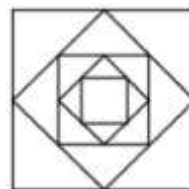
324. Квадрат со должина на страна 9 cm е поделен на делови како што е прикажано на цртежот десно. Определи ја плоштината на сивата површина на квадратот.



325. Правоаголник со периметар 98 cm е поделен на 18 квадрати со должина на страна 4 cm и фигурата прикажана на цртежот десно. Определи го периметарот на оваа фигура, ако правоаголникот може да се подели на два правоаголници со периметри 66 cm и 68 cm .



326. На цртежот десно се прикажани пет квадрати такви што темињата на секој помал квадрат се наоѓаат во

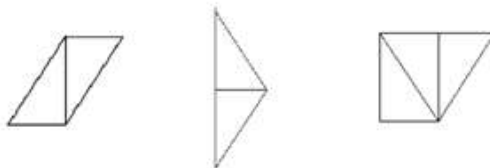


средните на страните на првиот од него поголем квадрат. Ако должината на страната на најголемиот квадрат е 12 cm , определи ја неговата плоштина. Колку пати плоштината на најголемиот квадрат е поголема од плоштината на најмалиот квадрат?

327. Колку квадратни сантиметри е збирот на плоштините на црните триаголници од портретот на роботот прикажан на цртежот десно. Квадратчињата на цртежот се со должина на страна 1 cm .



328. Правоаголник чии страни се со должини 8 cm и 6 cm е поделен и расечен на делови како што е прикажано на цртежот десно. Од добиените делови се составени долните фигури. Определи ја плоштината на секоја од оие фигури.



329. Од правоаголна градина со димензии 3 m и 12 m се набрани по 2 kg јагоди од метар квадратени се сместени во гајби по 3 kg . Колку гајби се наполнети?
330. Во каква заемна положба може да бидат две кружници? Прикажи со соодветни цртежи.

15. ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

15.1. ЛОГИЧКИ ГЛАЗБОЛКИ

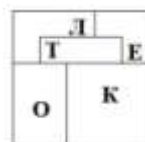
331. Илија има 2 сестри и 3 браќа. Колку сестри и браќа има сестра му Иванка?
332. Иван и Марија учат во исто одделение. Иван има 5 соученици повеќе отколку соученички. Колку соученички има Марија помалку од соученици?

333. Дали може од четири чкорчиња, без да се кршат да се добие седум?
Одговорот да се образложи?

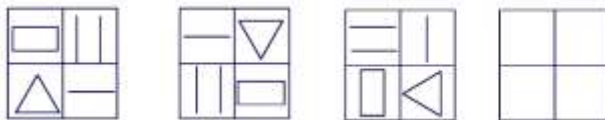
334. Во средината на езерото има алги. За еден ден тие ја удвојуваат површината која ја покриваат. За 10 дена го покриле целото езеро. За колку дена алгите го покриле половината езеро?

335. Петра решила да испржи пет плескавици. Кое е најмалото потребно време за да се испржат плескавиците, ако во тавчето собира само две плескавици и за пржење на плескавицата на едната страна се потребни 5 минути?

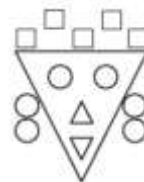
336. Пет еднакви листови се поставени еден врз друг и тие се преклопуваат како што е прикажано на цртежот десно. Кој збор ќе се добие ако се подредат буквите напишани на листовите почнувајќи од најгорниот, па последователно до најдолниот лист?



337. Пополни ги квадратчињата во крајниот десен квадрат така што во него ќе продолжи промената на распоредот на фигурите.



338. Колку најмалку фигури треба да се отстранат од цртежот десно за да останат фигури само од еден вид?



339. Дедо Марко во подрумот има буре со 44 литри сок од јаболка. Тој сака на внуците Горјан и Пабло да им го поклони сокот така што секој ќе добие еднакво количество сок. Но, во подрумот има три празни садови од 7, 9 и 30 литри. Дали дедо Марко може да го подели сокот на два еднакви дела користејќи ги само садовите кои ги има?

340. Имаме сад од 16 литри полн вода и два празни сада, еден од 10 литри и еден од 6 литри. Како со прелевање, само со помош на овие три сада, можеме водата да ја поделиме на два еднакви дела?

341. Имаш два сада: еден од 7, а друг од 5 литри. Како со помош на овие два сада во голема празна бочва ќе наточиш точно 11 литри вода, а притоа да не се одлева вода од бочвата?

342. Имаме три кутии со по две топчиња. На првата кутија пишува ББ (две бели топчиња), на втората БЦ (бело и црно топче) и на третата ЦЦ (две црни топчиња). Познато е дека ниту една ознака не е точна. Како само со вадење од една кутија на само едно топче ќе определиме во која кутија кои топчиња се наоѓаат?
343. Тројца браќа, Саво, Томе и Павел, се ученици во основно обзавование и одат во различни одделенија. Саво не е постар од Петар, а Томе не е постар од Саво. Кој брат е најстар, а кој е најмлад?
344. Листа хартија го сечиме на три дела. Потоа еден од добиените делови го сечиме на три дела итн. сечењето го повторуваме седум пати. Колку парчиња хартија сме добиле?
345. Четири мачки за четири дена уловуваат 4 глувци. За колку дена 100 мачки ќе уловат 100 глувци?
346. Браќата Марко и Павел собираат стрипови. Во својата колекција моментално имаат 67 стрипови, од кои Марко прочитал 34, а Павел 27. Колку непрочитани стрипови има ако двајцата браќа прочитале 15 исти стрипови?
347. Од учениците во одделението на Горјан 13 ученици учествуваат на натпреварот Кенгур, 19 ученици учествуваат на училишниот натпревар по математика, 8 ученици учествуваат и на двата натпревари, а 5 деца не учествуваат на ниту еден од овие натпревари. Колку ученици учат во одделението на Горјан?
348. На еден математички собир имало определен број математичари, секој од кои говори еден или два јазика. Меѓу нив 26 знаат англиски, 23 германски, 15 француски и 11 шпански. Осум од нив истовремено говорат англиски и германски, 7 англиски и француски, 6 германски и шпански. Колку математичари присуствувале на овој собир?
349. На интервју за работа се јавиле 100 кандидати, секој од кои говорел македонски јазик. Од нив 72 говореле уште англиски јазик, 48 говореле германски јазик, а се покажало дека 15 кандидати не говорат ниту англиски ниту германски јазик. Колку кандидати истовремено говореле македонски, англиски и германски јазик?
350. Павел има долга прачка. Тој ја пресекол прачката на два дела, потоа секое парче го пресекол пак на два дела итн. Кога запрел со сечењето, тој избројал 32 парчиња. Колку серии на сечења направил Павел?

351. На тркалезна маса на еднакви растојанија едно од друго седнале неколку деца. Ако ги нумерираме со броевите 1, 2, 3, 4, 5, ..., тогаш бројот 11 е точно наспроти бројот 4. Колку деца седнале на масата?
352. Столиците в една сала се бели и сиви, при што има повеќе бели столици. Тие се наредени во пет реда и пет колони така што соседните столици во секој ред и секоја колона се на еднакви растојанија едена од друга и се со различна боја. Ако Мартин и Ивана седат на столици кои се наоѓаат во спротивните агли на салата, тогаш колку сиви столици се поблиску до Мартин, отколку до Ивана?
353. Имињата на четири пријатели се Петар, Иван, Стојан и Драган, а нивните презимиња се Петрески, Иваноски, Стојаноски и Драганоски. Петар е постар од Петрески една година, Иван е постар од Иваноски три години, Стојан е постар од Стојаноски пет години. Колку години Драганоски е постар од Драган?
354. На училишниот кроз Ленка, Мирјана, Вера, Јана и Елена ги освоиле првите пет места. Ленка стигнала пред Мирјана, Вера стигнала по Јана, Мирјана стигнала пред Јана и Елена стигнала по Вера. Кое девојче дошло петто?
355. Пабло ги поканил на гости Илчо, Венко и Дончо. На масата имало сад со овошје: јаболка, круши и сливи. Секој избрал по еден плод кој најмногу го сака. Пабло не сака сливи, Илчо не сака круѓи, Пабло и Дончо избрале ист вид овошје, Венко не сака јаболка и само еден избрал круша. Кој ја избрал крушата?
356. За своите родендени Ивана, Неда, Павлина и Катерина купиле сладолед кој најмногу им се допаѓа - чоколаден, бисквитен, овошен и ванилин. Катерина не сака бисквитен сладолед и не јаде овошје. Ивана многу сака овошен сладолед. На роденденот на Неда се јадеше чоколаден сладолед. Каков е сладоледот кој го купила Павлина?
357. Јана, Ана, Мина и Ратка ги освоиле првите четири места на училишниот натпревар по математика. На прашањето како се пласирале на натпреварот биле дадени следниве три одговори:
Ратка беше втора, а Јана трета;
Ратка беше прва, а Мина втора;
Ана беше втора, а Јана четврта.

Во секој од дадените одговори едно тврдење е точно, а едно не е точно. Кои девојчиња ги освоиле првото и второто место?

358. Мирјана, Лилјана, Жанета и Катерина свират на пијано, гитара, виолина и виола. Секое од децата говори по еден странски јазик: германски, француски, шпански и англиски. Секое девојче свири на различен инструмент и знае различен странски јазик од останатите. Девојче кое свири на гитара говори шпански. Лилјана не свири ниту виолина ниту виола и не говори англиски. Мирјана не знае англиски и не свири виола, Девојчето кое знае англиски, не свири на пијано и виола. Жанета знае француски и не свири на виолина, а Мирјана не говори германски. На кој јазик говори Катерина и на кој инструмент свири?
359. Шест лица, тројца од кои се браќалетуваат во кампинг. Во него има 4 бунгалови во еден ред и тие се нумерирани о броевите од 1 до 4. Таткото на браќата решил да ги посети и прашал како се сместени, на што ги добил одговорите.
Борис: Тројцата браќа сме во еден бунгалов.
Брат му Васил: Соседи сме со Емил.
Атанас: Бунгаловите се со по три кревети. Јас сум во крајниот кревет.
Горан: Јас не сум во третиот бунгалов.
Добре: Јас сум во крајниот бунгалов и сум сам. Следниот бунгалов е празен.
Емил: Јас не сум во вториот бунгалов.
Сите добиени одговори се вистинити. Во кој бунгалов се сместени браќата и кој е третиот брат? Кое момче во кој бунгалов летува?
360. На 1 5 деца им дале 30 балони – 10 зелени, 10 црвени и 10 жолти, на секое дете по два балони. Децата се наредиле во ктуг свртени кон центарот на кругот. Секое од нив забележало дека ниту еден од балоните не му се совпаѓа по боја со балоните на неговиот лев сосед. Кој е најголемиот број деца кои може да држат разнобојни балони?
361. Иван фрлил коцка за играње четири пати и збирот на точките бил 23. Колку пати Иван фрлил петка?
362. На колку различни начини сума од 600 денари може да се плати ако располагаме со 12 банкноти од по 50 денари, 6 банкноти од по 100 денари и 3 банкноти од по 200 денари?

375. Иван ги собрал сите трицифрени броеви кои можат да се формираат од цифрите 7,9 и X и добил 4884. Определи ја цифрата X
376. Колку различни седумцифрени броеви може да се формираат, ако:
- сите цифри на бројот се различни,
 - во бројот може да има еднакви цифри.
377. Определи го бројот на трицифрените броеви чиј збир на цифри е 7.
378. Определи го бројот на сите трицифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 8.
379. Определи го бројот на трицифрените броеви чиј збир на цифри е еднаков на 9.
380. Определи го бројот на сите четирцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 4.
381. Определи го бројот на сите петцифрени броеви чиј збир на цифри е еднаков на 4.
382. Определи го бројот на четирицифрените броеви чиј збир на цифри е 10, а цифрата е десетките е 5.
383. Определи го бројот на петцифрените броеви кај кои цифрите на десетилјадитите и единиците се еднакви, а цифрата на илјадитите е два пати поголема од цифрата на десетките.
384. Определи го бројот на трицифрените броеви кои стануваат девет пати помали кога ќе се избрише цифрата на десетките.
385. Определи го збирот на двоцифрените броеви кои се поголеми од 50 и збирот на нивните цифри е 12.
386. Определи го бројот на трицифрените броеви чиј збир на цифри е 14, а цифрата на десетките им е два пати поголема од цифрата на стотките.
387. Павле ги запишал сите четирицифрени броеви такви што: секој број е запишан со различни цифри, при што едната цифра е 9, а останатите цифри се такви што разликата меѓу секои две е помала или еднаква на 4. Тој ги запишал броевите подредувајќи ги во опаѓачки редослед. Определи го збирот на цифрите на десеттиот по ред број.

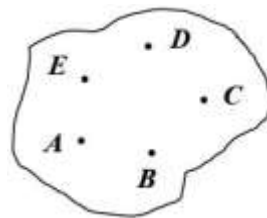
388. Определи го бројот на сите двоцифрени броеви \overline{ab} , $a < b$, формирани од цифрите 1, 2, 3 и 4 така што секоја цифра учествува во записот на точно два броја.
389. За еден број ќе велиме дека е прекрасен ако секоја негова цифра е поголема од збирот на цифрите кои се наоѓаат десно од неа. Определи го бројот на трицифрените броеви чија цифра на стотките е 9.
390. На четири картончиња се запишани цифрите 2, 3, 4 и 7. Горјан ги составил сите четирицифрени броеви кои може да се добијат со разместување на овие картончиња и го запишал подредувајќи ги во растечки редослед. Кој е деветнаесеттиот запишан број од Горјан?
391. За училипната приредба треба да се изберат 5 деца кои ќе држат по една буква од зборот УСПЕХ. Интерес покажале 5 момчиња и 4 девојчиња. На колку начини може да се изберат петте деца ако се сака момчињата да ги држат согласките, а девојчињата да ги држат самогласките во зборот УСПЕХ?
392. На колку начини на полица може да се распоредат 5 книги една до друга ако 3 книгиимаат плави корици и 2 книги имаат зелени корици, така што книгите со зелени корици не смее да се една до друга?
393. Колку различни букети од по 3 рози може да се направат ако имаме доволен број бели, црвени и розови рози?
394. Колку музички акорди од три ноти може да се формираат од нотите до, ре и ми, ако еден акорд се формира само од различни ноти?
395. На еден шаховски турнир учествувале 8 шахисти. Секој шахист одиграл по една партија со секој друг шахист. Колку партии се одиграни на овој турнир?
396. Баба Марија простира алишта, но никогаш пар чорапи не ги става еден до друг. На колку различни начини таа може да простри пар пантолони, блуза и пар чорапи?



397. Калина има 4 кругчиња – зелено, жолто, црвено и бело, три триаголници – зелен, црвен и портокалов, како и четири квадрати – портокалов, плав, жолт и бел. На колку различни начини таа може да избере

едно кругче, еден триаголник и еден квадрат така шотрите фигури да се со различни бои?

398. Марко има 3 пара пантолони, 2 вентџаги, 3 шубари, 4 шала и 3 пара ракавици. На колку различни начини тој може да се панталони, вентџага, шубара, шал и ракавици?
399. Куките на Илија, Марко, Павел и Стефан се поврзани две по две со по една патека. На колку различни начини Илија може да стигне до Стефан, ако смее покрај другите две куќи да минува најмногу по еднаш?
400. Пабло избира од два пара пантолони, три маици и три пара сандали. Тој за три минути проба една комбинација од пантолони, маица и сандали. За кое време тој ќе ги проба сите можни комбинации на облекување?
401. Марија сака да комплетира подароци за Нова година и таа има албум, книга, нотез, пенкало, кутија за моливи и шестар. Колку вида комплети од по 2 предмети може да направи Марија?
402. На детската улица се нацртани четири квадрати. Две деца ќе цртаат со кредити на два квадрати, но така што квадратите на кои цртаат не се соседни. На колку различни начини може да се распределат децата на лвадратите?
403. Во земјата Недојдија имало пет големи градови: A, B, C, D и E . Сите градови треба да се поврзат со нова железничка мрежа, која се состои од 4 праволиниски пруги. Пругите може да се крстосуваат, при што за таа цел било предвидено изградба на мостови. Колку различни железнички мрежи може да се изградат на опишаниот начин?



15.3. БРОИМЕ ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

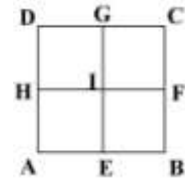
404. Јана на права линија нацртала 101 точка. Меѓу секои две соседни точки таа нацртала по една нова точка, а потоа меѓу секои две соседни точки таа нацртала по една нова точка. Колку точки вкупно нацртала Јана?

405. Колку отсечки се прикажани на цртежот десно?

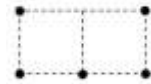


406. Колку отсечки и колку правоаголници се прикажани на цртежот десно.

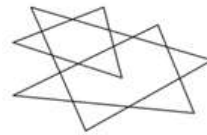
Забелешка. квадратите се правоаголници.



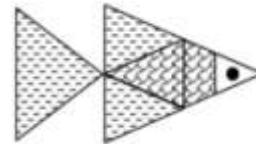
407. Определи го бројот на триаголниците чии темиња се петте точки прикажани на цртежот десно.



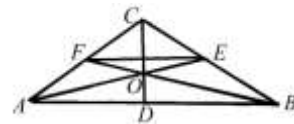
408. Колку триаголници се прикажани на фигурата десно?



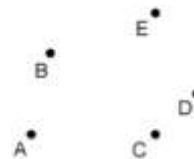
409. Колку триаголници се содржани во фигурата прикажана на цртежот десно?



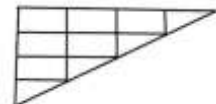
410. Колку триаголници се прикажани на цртежот десно? Испиши ги!



411. Определи го бројот на триаголниците чии темиња се точките прикажани на цртежот десно?



412. Колку триаголници се прикажани на цртежот десно?



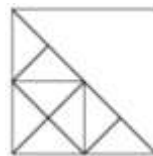
413. Колку четириаголници се прикажани на цртежот десно? Означи ги овие четириаголници.



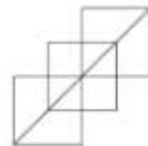
414. Колку триаголници се содржани на фигурата прикажана на цртежот десно?



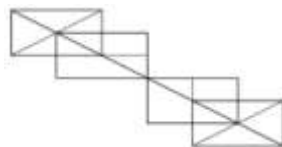
415. Колку триаголници се прикажани на цртежот десно?



416. Колку триаголници и колку квадрати се содржани во фигурата прикажана на цртежот десно?



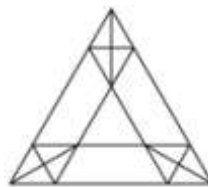
417. Определи го бројот на триаголниците кои се прикажани на цртежот десно.



418. Во колку триаголници на цртежот десно се содржи само една фигура ☺? Во колку триаголници се содржи барем една фигура ☺?



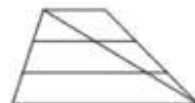
419. Разгледај го цртежот десно. Што има повеќе триаголници или четириаголници?



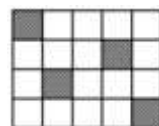
420. Колку поголеми триаголници го содржат црниот триаголник прикажан на цртежот десно?



421. Колку триаголници и колку четириаголници има на цртежот десно? Што се повеќе, триаголници или четириаголници и за колку?

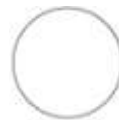


422. Правоаголникот на цртежот десно е поделен на еднакви квадратчиња, дел од кои се штрафирани. Определи го бројот на сите правоаголници кои се составени од по 6 мали квадратчиња, кои содржат најмногу едно штрафирано квадратче.

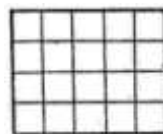


15.4. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

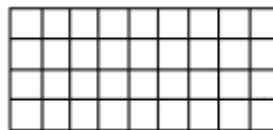
423. Со помош на четири тетиви подели го кругот на најголем можен број делови.



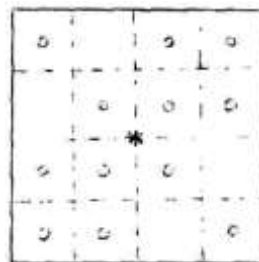
424. На цртежот десно е прикажан правоаголник составен од 20 квадратчиња. На три различни начини подели го дадениот правоаголник на четири еднакви дела.



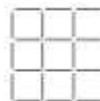
425. Правоаголникот на цртежот десно расечи го на два дела од кои може да се состави квадрат.



426. Четири лица наследиле овоштарник во кој има 12 дрва и бунар. Бунарот е означен со * (цртеж десно). Подели го овоштарникот на четири еднакви делови така што во секој дел да се наоѓаат по три овошки и секој дел да граничи со бунарот.

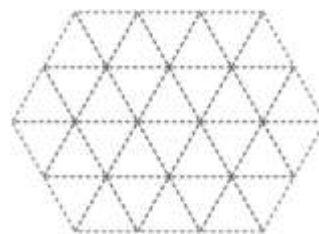


427. Од фигурата прикажана на цртежот десно отстрани 6 кибритени чкорчиња така што ќе останата три квадрати.

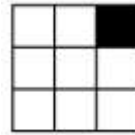


428. Горјан поделил бел квадрат со должина на страна 20 cm на квадратчиња со должина на страна 1 cm . Десет реда и пет колони од малите квадратчиња тој ги обоил со зелена боја. Определи го бројот на белите квадратчиња кои останале необоени.

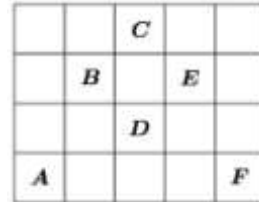
429. Триаголно петрамино се нарекува фигура составена од пет еднакви рамнострани триаголници, така што секој триаголник има заедничка страна со барем еден од преостанатите четири триаголници. Две триаголни петрамина се различни ако не можат да се добијат едно од друго со вртење или преместување (без превртување). Нацртај ги сите различни триаголни петрамина. Покажи како од шестаголникот прикажан на цртежот десно може да се исечат најголем можен број триаголни петрамина.



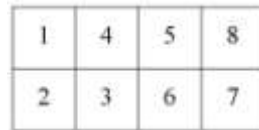
430. На цртежот десно е прикажан квадрат поделен на девет квадратчиња од кои едното е обоено во црна боја. Иван сака да избере две од белите квадратчиња и да ги обои во црно така што да нема црни квадратчиња со заедничка страна. Колку различни боења може да направи Иван?



431. Еден чекор на скакулецот е низа од два скока: прво скока две квадратчиња хоризонтално, а потоа едно вертикално или прво скока две квадратчиња вертикално, а потоа едно хоризонтално. Во кое квадратче не може да згазне скакулецот по конечен број чекори?

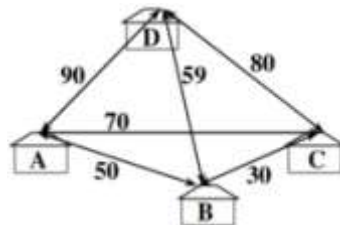


432. Бубачка застанува во полето со број 1 и почнува да се движи по полињата така што може да преминува само во соседно поле (соседни се полињата кои имаат заедничка страна). Таа ги обиколила сите полиња и излегла од полето со број 8, откако секое поле од 1 до 7 го посетила толку пати колку што е бројот на полето. Колку пати бубачката била во полето 8?

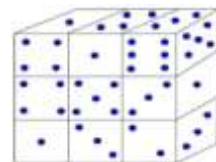


433. Во бројот 1234567890123456789012345678901234567890 Јана ги избришала цифрите преку една почнувајќи од втората. Со цифрите на добиениот 25-цифрен број таа го направило истото. Јана продолжила така се додека не останала една цифра. Која е последната избришана цифра?

434. Фармерот Стојан има куќа (A) и три објекти во кои се наоѓаат кокошките, кравите и свињите (B, C, D). Растојанијата меѓу куќата и објектите се искажани во метри на цртежот десно. Кое е најмалото растојание кое треба да го помине Стојан за да ги нахрани животните во трите објекти и да се врати дома.



435. Кај коцките за играње збирот на броевите запишани на спротивните страни е еднаков на 7. На цртежот десно е прикажана фигура формирана од 9 коцки за играње. Определи го збирот на броевите запишани на невидливите страни на фигурата.



II ШЕСТО И СЕДМО ОДДЕЛЕНИЕ

III. АРИТМЕТИКА И АЛГЕБРА

III.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

- Пресметај ја вредноста на изразот:
 $(51+52+53+\dots+98+99+100)-(1+2+3+\dots+48+49+50)$.
- Подолу се прикажани седум редови со последователно прикажани цифри:

$$1\ 2\ 3 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 1$$

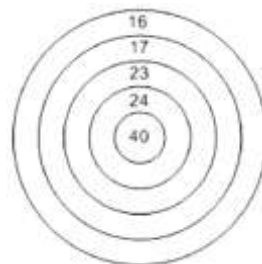
$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 1$$

Без да го менуваш редоследот на цифрите, меѓу цифрите стави знаци на математилките операции така што равенствата ќе бидат точни. При запишувањето и пресметувањата можеш да користиш загради. Ако е потребно, тогаш две последователни цифри можеш да ги земеш како двоцифрен број.

- Една до друга 37 пати е запишана цифрата 1. Пабло меѓу некои цифри го запишал знакот + и вредноста на добиениот израз била 2017. Колку пати во овој збир учествува бројот 11?
- Првите десет природни броеви прикажи ги само со помош на четири тројки и основните математички операции. Може да користиш и загради.
- Што е поголемо и за колку: бројот на сите цели броеви x за кои важи $-2019 < x < 2019$ или производот на сите тие броеви?
- Во изразот $5 \cdot 6 + 12 : 3 - 2$ стави загради така што неговата вредност ќе биде:
 а) 12, б) 42, в) 40, г) 90.

7. Во изразот $7 \cdot 6 + 12 : 3 - 1$ стави загради така што неговата вредност ќе биде:
 а) 17, б) 27, в) 48, г) 35.
8. Пресметај ја вредноста на изразот: $78 \cdot 369 - 78 \cdot 368$.
9. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $\{2021 \cdot 1012 - [201 \cdot 102 \cdot (12202 - 12112)]\} : [210 \cdot 121 - (20 \cdot 20 + 20 : 20)]$.
10. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 0) - 456 : 228$.
11. Пресметај ја вредноста на изразот: $(1 + 2 + 3 + \dots + 80) : 9$.
12. Пресметај ја вредноста на изразот:
 а) $(2 \cdot 1020 + 20) \cdot 11 \cdot 11 - 2010 \cdot (65 + 55)$,
 б) $(2 \cdot 2012 - 36) \cdot 2 - 4 \cdot (2 \cdot 517 - 734)$,
 в) $2013 - 3 \cdot (3 \cdot 67 - 120 : 3)$.
13. Пресметај ја вредноста на изразот:
 а) $3 \cdot (5432 + 568) - (3 \cdot 1234 - 653 - 3 \cdot 16 - 1) \cdot 5$,
 б) $6 \cdot (2733 + 467) - (3 \cdot 1342 - 1848 - 4 \cdot 13 + 24) \cdot 7$
 в) $3 \cdot (1232 - 658) - (2 \cdot 924 - 6 \cdot 8 - 640) - 2 \cdot 130$,
 г) $3 \cdot (1122 - 644) - (2 \cdot 824 - 6 \cdot 18 - 2 \cdot 270) - 2 \cdot 117$,
 д) $3 \cdot (11 \cdot 104 - 666) - (1648 - 6 \cdot 18 - 4 \cdot 135) - 2 \cdot 167$.
14. Пресметај ја вредноста на изразот:
 $2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$.
15. За колку збирот на сите парни броеви од првата илјада е поголем од збирот на сите непарни броеви?
16. Дадена е мета со назначените броеви во кружните прстени и најмалиот круг. За секој погодок во метата стрелец добива онолку поени колку што е бројот во делот кој е погоден. Колку стрелања и во кои делови треба да погоди стрелецот за да освои 100 бодови?



$$a = -11 - 2(x - y), \quad b = 2x - (z - 1), \quad c = z - 2(z + 5),$$

каде $x = -5, y = -2, z = -7$.

18. Пресметај ја вредноста на изразот $A = \frac{|x|-|a|}{|x-a|}$, ако $x = 2 - \frac{|b|}{b}, b < 0$ и $a = |-3 \cdot 2 - 10| - 7 \cdot (-2)$.

19. Спореди ги вредностите на изразите

$$A = |x| + |y|, \quad B = |x + y|, \quad C = |x| - |y| \quad \text{и} \quad D = |x - y|$$

каде $x = 4$ и $y = -1$.

20. Скрати ја дробката: $\frac{2013201320132013}{1586158615861586}$.

21. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\text{а) } \frac{11}{12} + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right), \quad \text{б) } \left(3\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{1}{2}, \quad \text{в) } \frac{27}{4} : 9 + 5 : \frac{18}{7}.$$

22. Пресметај ја вредноста на изразот: $2019 : \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2019}\right)$.

23. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\text{а) } 7,2 : (-0,9) + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 : \left(-\frac{1}{4}\right),$$

$$\text{б) } \frac{2}{3} - 8 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{1}{7 \cdot 9 \cdot 11}\right),$$

$$\text{в) } 2 + 3 : \left(\frac{4}{15} + \frac{3}{5}\right) + \frac{2}{3} \cdot (15 + 2 \cdot (105 - 12)),$$

$$\text{г) } \frac{500}{3 \cdot 503} + \frac{501}{503 \cdot 1004} + \frac{502}{1004 \cdot 1506} + \frac{503}{1506 \cdot 2009}.$$

24. Пресметај ја вредноста на изразот: $10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}\right)$.

25. Пресметај го изразот: $\left[\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}\right] : \left[\left(21 - 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{1}{2}\right]$.

26. Пресметај го изразот: $\frac{(2,4 + 1\frac{1}{2}) \cdot 2,5 + (6\frac{1}{12} \cdot 6 - 1\frac{1}{72}) \cdot (8\frac{5}{7} - 6\frac{5}{21})}{54,75 - 4,5 \cdot 0,1}$.

27. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{\left\{ \left[-\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9} \right] : \frac{-2}{3} - 2 \cdot \frac{\frac{-3}{8}}{4} \right\} \cdot (-2) - 1}{\left[-\frac{1}{27} - \frac{-3}{4} - \frac{23}{18} \right] \cdot (-3) + \frac{1}{4}}.$$

28. Пресметај ја вредноста на изразот $(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}) : \frac{2a}{a^2-b^2}$, каде $a=0,1$ и $b=\frac{1}{5}$, ($a^2 = a \cdot a, b^2 = b \cdot b$).

29. Пресметај ја вредноста на изразот: $\frac{(1,87-1\frac{3}{25}) \cdot 1,2 + 1,25 : 1\frac{7}{18}}{1,4 : 0,01 - 50}$.

30. Пресметај ја вредноста на изразот: $354 : (\frac{43}{2\frac{1}{84} - 1,5} + \frac{73}{4,65 - 2\frac{7}{18} - \frac{215}{108}})$.

31. Пресметај ја вредноста на изразот: $(1 + \frac{1}{9 + \frac{1}{9 + \frac{1}{5}}}) : \frac{465}{419} - \frac{1}{1995}$.

32. Пресметај ја вредноста на изразот: $(\frac{5}{3} - 1) : \frac{1}{6} + (\frac{20}{7} - 2) \cdot 14 - 1\frac{1}{2} : (1 - \frac{1}{2})$.

33. Дадени се изразите: $A = \frac{(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) : \frac{1}{6} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{3} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) : 2}$ и $B = \frac{42,58,5 + 1 : \frac{1}{2}}{(11,66 - 10,16) : 3}$. Кој израз е поголем и за колку пати?

34. Дадени се изразите: $A = \frac{(19\frac{4}{25} - 18\frac{4}{15}) : \frac{1}{30}}{4 : 3}$ и $B = \frac{1,37 \cdot 0,4 - 0,048}{0,0952 + (0,37 - 0,002) \cdot 1,1}$. Кој израз е поголем и за колку пати?

35. Дадени се изразите: $A = \frac{\frac{13}{21} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{7}) : \frac{18}{13} - 0,15}{(\frac{1}{3} + 0,5) : \frac{5}{2} + 0,2}$ и $B = \frac{3 - \frac{15}{22} \cdot (2 + \frac{1}{5})}{(\frac{5}{6} + \frac{7}{10} - \frac{11}{15}) \cdot 1,875 + \frac{1}{4}}$. Кој израз е поголем и за колку пати?

36. Пресметај ја вредноста на изразот

$$(1 + \frac{1}{9 + \frac{1}{9 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}) \cdot \frac{756}{839}$$

37. Колку пати вредноста на изразот $(0,6 + 0,42) : (2\frac{1}{2} : 0,5 + 1)$ е помала од 17.

38. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$0,7 + 9,7 + 99,7 + 999,7 + \dots + 999999999,7$$

39. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} + \frac{1}{84} + \frac{1}{112} + \frac{1}{144} + \frac{1}{180} + \frac{1}{220} + \frac{1}{264} + \frac{1}{312} + \frac{1}{364}$$

40. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$M = \frac{1}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1}{4 \cdot 7 \cdot 10} + \frac{1}{7 \cdot 10 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 22 \cdot 25}.$$

41. Пресметај ја вредноста на збирот:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 13}.$$

42. Дадени се броевите:

$$A = \frac{100}{99} \cdot \frac{98}{97} \cdot \frac{96}{95} \cdot \frac{94}{93} \cdot \dots \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1}$$

$$B = \frac{98}{97} \cdot \frac{96}{95} \cdot \frac{94}{93} \cdot \dots \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1}$$

$$C = \frac{99}{98} \cdot \frac{97}{96} \cdot \frac{95}{94} \cdot \dots \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}.$$

а) Определи го производот AC .

б) Докажи дека $A > B$.

в) Докажи дека $B > C$.

г) Докажи дека $A > 10$.

43. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{2017}\right) + \\ \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{2017}\right) + \dots + \left(\frac{2015}{2016} + \frac{2015}{2017}\right) + \frac{2016}{2017}.$$

44. Докажи дека

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}.$$

45. Ако m и n се заемно прости броеви и

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \dots + \frac{1}{1339} - \frac{1}{1340} = \frac{m}{n},$$

докажи дека m е делител на 2011.

46. Децималниот број 19,94949494... запиши го во вид на обична дробка.

47. Децималниот број 0,027027027... запиши го во вид на обична дробка.

48. Дропката $\frac{1}{13}$ е запишана како бесконечна периодична дробка. Која цифра се наоѓа на 2019-тото место?

49. Која цифра се наоѓа на 2013-тото место по децималната записка во децималниот запис на дробката $\frac{2}{7}$?

50. Нека $a = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{2014 \text{ двојки}}$. Определи ја последната цифра во децималниот запис на бројот $\frac{2014}{a}$.
51. За кои броеви a и b важи важи $a + b = ab = \frac{a}{b}$.
52. Нека a, b, c, d се четири различни цифри за кои се исполнети равенствата $\frac{\overline{1a}}{ab} = \frac{1}{b}$ и $\frac{\overline{1c}}{cd} = \frac{1}{d}$. Определи го збирот $\frac{1}{b} + \frac{1}{d}$.
53. Аритметичката средина на седум броја е 13, а аритметичката средина на четири од овие броеви е 7. Определи ја аритметичката средина на преостанатите три броја.
54. Аритметичката средина на осум броја е 17, а аритметичката средина на пет од нив е 14. Определи ја аритметичката средина на пресотанатите три броја.
55. Аритметичката средина на три броја е 12. Вториот е поголем од првиот за 2, а е помал од третиот за 2. Определи ги овие броеви.
56. Последователно, без празни места, се запишани природните броеви 123456789101112131415... и притоа за запишани 1995 цифри. Кој е последниот запишан број и колку пати притоа е запишана цифрата 0?
57. Шестцифрен број почнува со цифрата 5. Ако таа цифра се премести на крајот, т.е. се избриѓе од почетокот и се допише на крајот, новодобиениот број е 4 пати помал од почетниот. Определи ги овие броеви.
58. Со кој најмал природен број треба да се помножи бројот 12345679 за да се добие број кој е запишан само со цифрата 5?
59. Броевите $\frac{2}{5}, \frac{3}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{19}$ и $\frac{3}{7}$ подреди ги по големина во растечки редослед.
60. Броевите $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{5}, 0,43$ и $0,44$ подреди ги по големина во растечки редослед.
61. Спореди ги дропките $\frac{58761989}{58761990}$ и $\frac{74351990}{74351991}$.
62. Броевите

$$x = \frac{111110}{111111}, y = \frac{222221}{222223}, z = \frac{333331}{333334}$$

подреди ги во растечки редослед.

63. Кој број е поголем 56^8 или 19^{11} ?
64. Запиши ги следните два члена на низата: 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57, 73, ...
65. Запиши ги следните три члена на низата: 2, 3, 6, 7, 14, 15, 30, 31, ...
66. На лист хартија една до друга се запишани цифрите 4 и 7. Десно од нив една до друга е запишана цифрите на единиците на збирот на 4 и 7, т.е. 1. Продолжуваме така што секој пат десно ја запишуваме цифрата на единиците на последните две запишани цифри. Така ја добиваме низат 4, 7, 1, 8, 9, 7, 6, ... Определи го 2020-тиот член на оваа низа.
67. Иван има зелени и црвени топчиња наредени во низа на следниов начин: 11 зелени, 12 црвени, 13 зелени, 14 црвени, итн. и на крајот 31 зелено. Какви топчиња има повеќе Иван и за колку?
68. Четирицифрените броеви чиј збир на цифри е еднаков на 6 се подредени по големина во растечки редослед. На кое место во добиената низа броеви се наоѓа бројот 2004?
69. Во низата (1,3), (5,7), (9,11), (13,15),... сите непарни броеви се подредени по големина и се групирани во парови. Определи го збирот на 53-тиот подреден пар во вака добиената низа?
70. Во низа се напишани првите 2018 броеви кои се добиваат по формулата $n(n+1)(n+2)+1$, $n=1,2,3,4,\dots$. Колку од овие броеви имаат цифра на единици 1?
71. Природните броеви од 1 до 100 се запишани во редици:

1 2 3 4 5 ... 97 98 99 100
 1 2 3 4 5 ... 97 98 99 100

 1 2 3 4 5 ... 97 98 99 100

Темјана започнала да ги брои броевите од првиот ред одлево-надесно, продолжила со броевите од вториот ред оддесно-налево, потоа со броевите од третиот ред одлево-надесно итн. Кој број е 1123-ти по ред во броењето на Темјана?

III.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

72. Во бројниот ребус $M \cdot A \cdot T \cdot E + M \cdot A \cdot T \cdot I - K \cdot A = 2009$ нулата не учествува и на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Определи го бројот на различните решенија на овој ребус.

73. Во бројниот ребус $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{EFG}$ цифрите припаѓаат на множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ и цифрите E, F, G се последователни броеви во тој редослед. Определи го производот $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$.

74. Реши го бројниот ребус во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри:

$$\overline{KOLA} + \overline{KOLA} = \overline{BOLKA}.$$

75. Во ребусот $\overline{DAB} + \overline{DAB} + \dots + \overline{DAB} = \overline{GORI}$ на различните букви соодветствуваат различни различни цифри, а на еднаквите букви соодветствуваат еднакви цифри. Колку најмногу дабови може да горат?

76. За решавање на ребусот се употребени 5 различни цифри. Колку решенија има овој ребус, ако x, y, z во овој редослед се последователни непарни броеви, $\overline{ab} < \overline{cd}$ и збирот на цифрите на собирците е најголем можен број?

77. Дешифрирај го бројниот ребус: $\overline{abcd} \cdot 9 = \overline{dcba}$.

78. Определи ги шестцифрените броеви такви што ако првата цифра од лево се премести како цифра на единиците ќе се добие три пати поголем број.

79. Реши го бројниот ребус во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри:

$$\overline{BBM} \cdot M = \overline{KM5M}.$$

80. Реши го бројниот ребус во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри:

$$\overline{VOD} \cdot \overline{VOD} = \overline{PREVOD}.$$

81. Реши го бројниот ребус во кој на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри:

$$\overline{ab} + \overline{aa} = \overline{cac}.$$

Потоа со цифрите кои соодветствуваат на буквите a, b, c запиши ги сите трицифрени броеви и пресметај го нивниот збир.

82. Во равенството $9 \cdot (P + R + A + V + I + N + A) = 2007$ на шесте различни букви соодветствуваат шест последователни природни броеви. Определи ја цифрата на единиците на нивниот производ.
83. Правилна нескратлива дробка е запишана како периодичен децимален број $\frac{B}{U} = M, (FUDBAL)$ при што на различните укви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Која цифра соодветствува на буквата L ?
84. Дешифрирај го множењето: $*9* \cdot 11 = ***1*$.
85. Дешифрирај го множењето:

$$\begin{array}{r} *****.34* \\ \hline 235038 \\ ***** \\ ***** \\ \hline *****6 \end{array}$$

86. Дешифрирај го делењето :

$$\begin{array}{r} *****.11 = ** \\ \hline - ** \\ \hline 3* \\ \hline - *0 \\ \hline 0 \end{array}$$

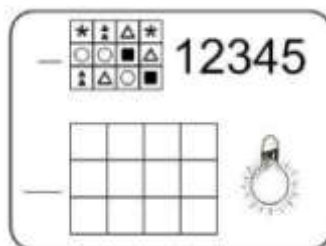
87. Дешифрирај го множењето:

$$\begin{array}{r} ***.*** \\ \hline **6* \\ \hline 24** \\ \hline ***01 \end{array}$$

88. Дешифрирај го множењето:

$$\begin{array}{r}
 **** \cdot * 2 * \\
 \hline
 *** 5 6 \\
 48 * 4 \\
 \hline
 * 6 2 8 \\
 \hline
 ** ** * 6 8
 \end{array}$$

89. Броевите од 1 до 5 распореди ги во таблицата прикажана на цртежот десно, на ист знак соодветствува ист број, а на различни знаци соодветствуваат различни броеви така да одземањето биде точно.



III.3. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНКИ

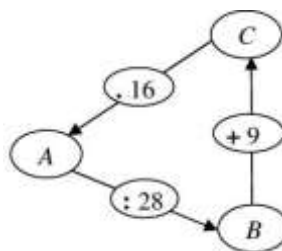
90. Реши ја равенката:

а) $(364 - 142)x + 333 = 444$,
 б) $3(2x - 15) + 2 = 233 - 114$,
 в) $3(2x - 57) + 1 = 2x + 2012 - 2 \cdot 911$,
 г) $3(2x + 1) - (3x + 1) = 12 \cdot 130 - 1555$.

91. Реши ја равенката:

а) $5 \cdot (3x + 1) - (3x + 1) = 6 \cdot 160 - 680$,
 б) $5 \cdot (3x + 2) - 2 \cdot (2x + 3) = 6 \cdot 125 - 559$,
 в) $3 \cdot (2x - 3) - 2 \cdot (2x + 3) = 3 \cdot 125 - 70$,
 г) $2 \cdot (3x - 4) - 4 \cdot (x + 3) = 5 \cdot 123 - 35$,
 д) $2 \cdot (5x - 2) - 7 \cdot (x + 3) = 5 \cdot 234 - 5$.

92. Определи го збирот $A + B + C$, ако A, B, C се броевите за кои операциите прикажани на дијаграмот десно се точни.



93. Дадена е равенката

$$\frac{9x+4}{6} : \frac{3}{4} = p : 3.$$

- а) Реши ја оваа равенка по непозната x .
 б) Определи ја вредноста на бројот p за која $x = \frac{2}{9}$.
 в) За кои целобројни вредности на p ќе важи $0 \leq x \leq 1$.

94. Реши ја равенката: $48 : 6 + x = 36 - 24 : 2$.
 95. Реши ја равенката: $\frac{1}{2} : (\frac{1}{2} + 1) + \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} + x = 3$.
 96. Реши ја равенката: $\{1 + [(2x - 3) \cdot 4 - 8] : 5\} \cdot 2 - 9 = 1$.
 97. Реши ја равенката: $3\{2 + [2(x + 1) + 4] : 3\} - 7 = 5$.
 98. Реши ја равенката: $100 : \{[(7x + 24) : 5] \cdot 4 + 36\} = 1$.
 99. Реши ја равенката: $\{3[2(x + \frac{1}{2}) - \frac{2}{3}] - \frac{2}{3}\} \cdot 3 - \frac{2}{3} = 9\frac{1}{3}$.
 100. Реши ја равенката: $[(1688 - 57x) \cdot 46 + 54] : 13 = 128$.
 101. Реши ја равенката: $3x - (-11 - (-4 + \frac{1}{3}x)) = 2007$.
 102. Реши ја равенката: $100 : \{[(4x + 7) : 3 + 1] \cdot 11 - 10\} = 1$.
 103. Реши ја равенката: $0,75 + \frac{1}{4}x = 1,5 : \frac{1}{2}$.
 104. Реши ја равенката: $0,24 : (\frac{0,5x - 1,8}{0,25} + 1,2) = 0,02$.

105. Реши ја равенката:
$$\frac{\frac{\frac{3}{4}x + 10}{5} + x - 38}{12} + x + 28 = 4$$

106. Реши ја равенката:
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}} = \frac{2}{5}$$

107. Во секое квадратче на цртежот десно истите знаци замени ги со исти броеви така што збирот во секој ред и секоја колона ќе биде еднаков на запишаните броеви.

*	*	*	*	◆	17
*	*	◇	◇	*	19
*	◇	*	◆	◇	21
◇	◇	◇	▽	◇	23
◇	◆	◆	◇	▽	25
17	19	21	23	25	

108. Определи ги сите непарни природни броеви x за кои е исполнето неравенството: $6162 : 26 + x < 7838 - 7539$.

109. Реши ја неравенката: $\frac{2}{3} < \frac{x}{9} < \frac{5}{6}$.

110. Определи го бројот на подредените парови природни броеви (a, b) за кои важи $a < 10$ и $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < 1$?

111. За кои природни броеви a и b важи $b = 2a$ и $\frac{3}{44} < \frac{1}{a+b} < \frac{3}{28}$?

112. Определи четири дробки a, b, c, d со едноцифрени именители и за кои важи: $\frac{7}{9} < a < b < c < d < \frac{8}{9}$,

III.4. МАГИЧНИ ФИГУРИ

113. Во празните полиња на табелата прикажана на цртежот десно Пабло запишал броеви така што збирот на броевите во секои три последователни полиња е 2015. Определи го збирот на сите запишани броеви?

2							5		
---	--	--	--	--	--	--	---	--	--

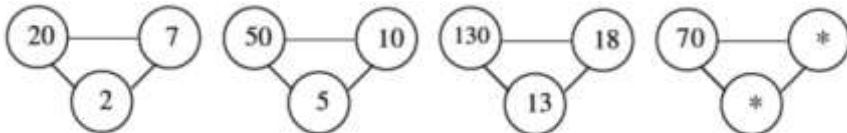
114. Определи ги непознатите броеви во табелата десно така што збирот на броевите во секој ред, секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков.

-10	a	-7
1	-2	b
c	d	e

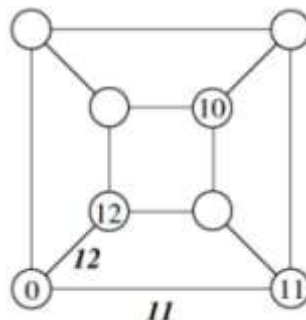
115. Во неколку правоаголници на цртежот десно се запишани нивните периметри, изразени во сантиметри. Определи го периметарот на големиот правоаголник.

	8		
			14
12			
		20	

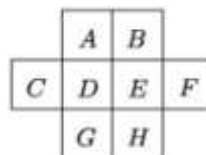
116. Откриј го правилот според кое се пополнети броевите во фигурите и определи го збирот на броевите кои недостасуваат.



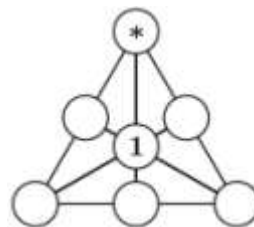
117. Во празните кругчиња запиши некои од броевите од 1 до 9 (без да се повторуваат), така што сите отсечки се означени со броевите од 1 до 12. Бројот на секоја отсечка е еднаков на разликата на двата броја запишани во кругчињата на краевите на отсечката. На цртежот две од отсечките се означени со 11 и 12.



118. За две квадратчиња на цртежот десно ќе велíme дека се соседни ако тие имаат заедничка страна или теме. Замени ги буквите A, B, C, D, E, F, G, H со броевите 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 така што ќе нема последователни броеви во соседни квадратчиња.



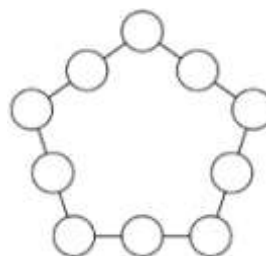
119. На цртежот десно има шест отсечки со по три кругчиња на секоја од нив. Во кругчињата запиши ги броевите 2, 3, 4, 5, 6, 7 така што зборовите на броевите на секоја од шесте отсечки е:



а) 8, 12 или 14. Кои броеви може да бидат запишани во кругчето со ѕвездичката?

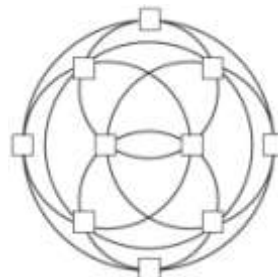
б) 8, 9, 11, 12, 13 или 14. Кои броеви може да бидат запишани во кругчето со ѕвездичката?

120. Во кругчињата на фигурата прикажана на цртежот десно запиши ги броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 така што збирот на броевите запишани во кругчињата кои се наоѓаат на секоја страна на петаголникот ќе биде еднаков на:

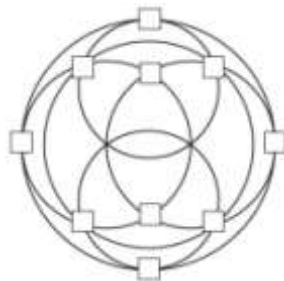


а) 14, б) 17.

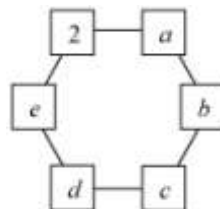
121. Дали во квадратчињата на фигурата прикажана на цртежот десно може да се запишат броевите од 1 до 10 така што збирот на броевите кои се наоѓаат на секоја од шесте кружници е еднаков?



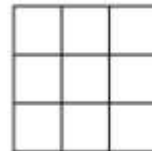
122. Дали во квадратчињата на фигурата прикажана на цртежот десно може да се запишат броевите од 1 до 10 така што збирот на броевите кои се наоѓаат на секоја од шесте кружници е еднаков?



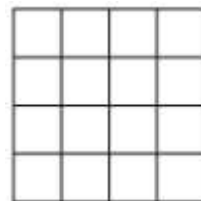
123. Секој од броевите содржани во фигурата прикажана на цртежот десно е еднаков на производот на неговите соседни броеви. Определи го производот на непознатите броеви.



124. Во квадратот прикажан на цртежот десно запиши ги по еднаш броевите од 1 до 9 така што да се еднакви и најголеми можни: збирот на броевите во првиот ред, збирот на броевите во третиот ред, збирот на броевите во првата колона и збирот на броевите во третата колона.



125. Во квадратот прикажан на цртежот десно запиши ги по еднаш броевите од 5 до 209 така што да се еднакви следниве четири производи: производот на броевите во првиот ред, производот на броевите во четвртиот ред, производот на броевите во првата колона и производот на броевите во четвртата колона.



126. Секој од броевите 1, 2, 3 и 4 е запишан по еднаш во секој ред и секоја колона на табелата прикажана на цртежот десно. Определи го производот на броевите x и y .

1		2	
x		y	
	3		
			4

II. ТЕОРИЈА НА БРОЕВИ

II.1. ДЕЛИВОСТ

127. Збирот на 100 непарни природни броеви е еднаков на 106. Определи го производот на овие броеви.

128. Определи на колку нули завршува производот на сте броеви од 1 до 49, без притоа истот да го пресметуваш.

129. Определи го остатокот од делењето на бројот

$$A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 59 \cdot 60 + 2666$$

со бројот 2006.

130. При делење на бројот $n + 200$ со бројот 37 се добива остаток 19. Определи го остатокот кој се добива при делење на бројот n со бројот 37.

131. Определи ги природните броеви x и y за кои важи

$$1000000 = 809x + y, 0 \leq y < 809.$$

132. Збирот на два броја е 450. Ако поголемиот собирок се подели со помалиот се добива количник 1 и остаток 20. Определи ги овие броеви.

133. Броевите 8746 и 1652 поделени со ист број даваат остатоци 16 и 14, соодветно. Определи го тој број.

134. Определи ги цифрите a и b така што бројот $\overline{64a4b}$ при делење со 3 дава остаток 1, при делење со 5 дава остаток 2, а при делење со 4 дава остаток 3.

135. Ако броевите 1199 и 1391 ги поделиме со ист број добиваме остаток 10, односно 28. Со кои броеви сме ги поделиле дадените броеви?

136. Кога броевите 701 и 592 ги делиме со ист број добиваме остатоци 8 и 7 соодветно. Со кој број сме ги делеле броевите?

137. Природен број дава остаток 215 како при делењето со 2015, така и при делењето со 2016. Определи го остатокот на овој природен број при делењето со бројот 91.

138. Определи го остатокот од делењето на:

а) бројот 200420042004 со бројот 9,

б) бројот $\underbrace{20042004\dots 2004}_{2004}$ со бројот 7.

139. Без да ја пресметуваш вредноста на изразот докажи дека тој е делив со 10:

$$18796 \cdot 123042 \cdot 2073 - 3287 \cdot 15747 \cdot 8994.$$

140. Павлина ги запишала броевите од 1 до 20, а потоа ги пречкртала броевите кои се деливи со 2 и со 3. Колкав дел од почетните броеви останал непречкртан?
141. Докажи дека збирот на пет последователни природни броја е сложен број.
142. Докажи дека збирот на секој двоцифрен број и бројот запишан со истите цифри, но во обратен редослед е делив со 11.
143. Определи ги сите трицифрени броеви кои се деливи со 3 и чија цифра на единиците е еднаква на производот на преостанатите две цифри.
144. На колку различни начини ѕвездичките може да се заменат со цифри така што бројот $\overline{2**5}$ ќе биде делив со 9?
145. Определи ги сите четирицифрени броеви од видот \overline{abab} кои се деливи со 16.
146. Определи ги сите четирицифрени броеви кои се деливи со 45 и кај кои цифрата на единиците е еднаква на цифрата на илјадитите.
147. Збирот на пет последователни природни броеви има цифра на десетките 7. Определи ги овие броеви ако најмалиот од нив е делив со 3. Најди ги сите решенија.
148. Определи ги цифрите a и b така што бројот $\overline{78a9b}$ биде делив со 18.
149. Определи ги сите четирицифрени броеви кои се деливи со 4 и со 9, кои при делење со 10 даваат остаток 4, а цифрата на илјадитите е три пати поголема од цифрата на стотките.
150. Определи ги сите четирицифрени броеви $\overline{a1b2}$ кои се деливи со 12, а цифрите им се различни.
151. Определи ги сите трицифрени броеви кои се деливи со 15 и кај кои цифрата на единиците е еднаква на цифрата на стотките.
152. Определи ги најмалиот и најголемиот шестцифрен број од видот $\overline{993abc}$ кои се деливи и со 6 и со 7.
153. Во шестцифрениот број $\overline{9x317y}$ определи ги цифрите x и y така што тој ќе биде делив и со 2 и со 9.

164. Определи го најмалиот природен број кој е делив со 132 и чиј збир на цифри е еднаков на 60.
165. Горазд нумерирал 100 картончиња со броевите од 1 до 100. Тој картончињата ги наредил на следниов начин:
- прво сите картончиња со броевите деливи со 2 ги наредил во растечки редослед (2, 4, 6, ...),
 - потоа од останатите картончиња во растечки редослед ги наредил сите картончиња со броеви деливи со 3,
 - потоа од останатите картончиња во растечки редослед ги наредил сите картончиња со броеви деливи со 5,
 - потоа од останатите картончиња во растечки редослед ги наредил сите картончиња со броеви деливи со 7
- итн. сите картончиња деливи со 11, 13, ... и останатите прости броеви до редење на сите карти. На кое место се наоѓа картата со број 91.
166. Бројот $A = \overline{5ab37c2}$ е делив со 792 и b е непарна цифра. Определи ја вредноста на изразот $a + b - c$.
167. Определи го збирот на цифрите на бројот x кој е меѓу 4000 и 5000 и е таков што бројот $x + 37$ е делив со 44, а бројот $x + 44$ е делив со 37.
168. Палиндром е број кој еднакво се чита и од лево на десно и од десно на лево. На пример, бројот 1221 е палиндром. Определи ги сите четирицифрени палиндромии кои се деливи со 6.

II.2. НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ И НАЈМАЛ ЗАЕДНИЧКИ СОДРЖАТЕЛ

169. Определи го најголемиот заеднички делител на броевите
а) 16 и 56, б) 2004 и 2338.
170. Производот на два броја е 1728, а нивниот најголем заеднички делител е 12. Кои се тие броеви?
171. Збирот на два природно броја е 512, а нивниот најголем заеднички делител е 64. Кои се тие броеви?
172. Павле има определен број топчиња, кој е помал од 100. Играјќи се со топчињата, почнал да ги брои по 2, при што му останало едно топче.

Потоа ги броел по 3 и му останало едно топче. По едно топче му останало и кога ги броел по 5 и по 6, но кога ги броел по 7 не му останало ниту едно топче. Колку топчиња имал Павле?

173. Определи ги најмалиот и најголемиот петцифрени броеви кои истовремено се деливи со 7, 8 и 9.
174. Определи го најмалиот природен број кој е делив со 7, но кој при делење со 2, 3, 4, 5 и 6 дава остаток 1.
175. Определи го најмалиот природен број кој при делење со 6, 7 и 8 дава остаток 1, 2 и 3, соодветно.
176. Определи го најмалиот природен број кој при делење со 5, 6, 7 и 8 дава остаток 3.
177. Правоаголна плоча со димензии 231 cm и 363 cm треба да се подели на најголеми меѓу себе складни квадрати. Определи ја должината на страната на тие квадрати. На колку такви квадрати ќе биде поделена плочата?
178. На неколку еднакви клупи треба да седнат неколку луѓе. Ако седнат по 6 луѓе на клупа, тогаш на последната клупа ќе седат само тројца. Ако седнат по 5 луѓе на клупа, тогаш за четворица нема да има место. Определи ги бројот на луѓето и бројот на клупите.
179. Ако од паралелката отсутствува еден ученив, останатите може да се поделат во групи по 5 ученици. Ако отсутствуваат двајца, останатите може да се распределат во групи по четворица. Кога сите ученици се присутни на настава, за да се поделат во групи по тројца се вклучува и учителката. Определи го бројот на групите од по три ученици кои притоа се формираат.
180. Природниот број N е делив со 49, 82 и 287, но не е делив со 1435. Определи го збирот на цифрите на N ако бројот 2511250 е делив со N .
181. Бројот a има 18 делители (вклучувајчи го бројот 1 и самиот број), а бројот b има 12 делители (вклучувајчи го бројот 1 и самиот број). Определи го најголемиот заеднички делител на броевите a и b ако нивниот најмал заеднички содржател е 4000.

182. Антон, Бојан и Васил набрале јаболка. Антон ги поделил јаболката кои ги набрал на купчиња по 5, а Бојан своите јаболка на купчиња по 3. Васил може да ги подели своите јаболка или ако на секое од купчињата на Антон додаде по 6 јаболка, или ако на секое од купчињата на Бојан додаде по 7 јаболка. Јаболката кои заедно сите тројца ги набрале ги собрале е ги поделиле на купчиња од по 15 јаболка. Кој е најмалиот број купчиња од по 15 јаболка кои можат да се добијат?
183. На кружница се означени 18 точки кои кружницата ја делат на 18 еднакви лаци. Точките се нумерирани во насока на стрелката на часовникот со броевите од 1 до 18. Три пријатели Киро, Горан и Рампо ја играат следнава игра. На почеток сите тројца се во точката 18. Тројцата започнуваат да ја обиколуваат кружницата скокајќи по означените точки, при што Киро се движи во насока на стрелките на часовникот, а Горан и Рампо се движат во спротивна насока. Во еден скок Киро прескокнува 7 лаци, Горан – 3 лаци, а Рампо – 5 лаци. Киро, Горан и Рампо скокаат истовремено. Кој е најмалиот број скокови кој треба да го направи секој од нив за да повторно тројцата застанат на еден ист број?

II.3. ПРОСТИ БРОЕВИ

184. Определи ја цифрата на единиците на производот на простите броеви помали од 10.
185. Бројот 2005 разложи го на прости множители, а потоа определи го збирот на сите негови делители?
186. Бројот 2008 разложи го на прости множители, а потоа пресметај го збирот на сите негови делители.
187. Бројот 2005 подели го со секој од простите броеви помали од 10 и собери ги добиените остатоци. Кој број го доби?
188. Колку од првите 20 природни броеви може да се запишат како збир на два прости броја?
189. Определи ги сите прости броеви од видот \overline{abc} каде $abc = 270$.

190. Определи го најголемиот трицифрен број кој треба да се собере со бројот 1992000 за да се добие број кој е делив со 2, 3 и 7.
191. За изградба на водовод долг 70 m може да се користат цевки долги 3 m и 5 m . Определи ги сите начини на кои може да се избераат цевките за да се изгради водоводот, без притоа цевките да се сечат.
192. Определи ги сите парови трицифрени броеви чиј производ е 51051.
193. Определи го најмалиот природен број a за кој производот $a \cdot a \cdot a$ е содржател на бројот 500.
194. Определи ги најмалите природни броеви x, y, z за кои важи $z = 2160x = y^2$.
195. Со кој најмал природен број треба да се помножи бројот 10800 за да се добие точен квадрат на природен број?
196. Со кој најмал природен број треба да се помножи бројот 21600 за да се добие точен квадрат на природен број?
197. Колку пати бројот 13 се јавува како множител во разложувањето на бројот кој е еднаков на производот на првите 1000 природни броеви?
198. Горјан го пресметал збирот:
- $$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}$$
- и добил $\frac{m}{720720}$. Се покажало дека бројот m е делив само на еден од броевите 17, 19, 23, 29 или 31. Кој е тој број?

II.4. ДИОФАНТОВИ РАВЕНКИ

199. Од продажбата на два вида торти 478 евра. Тортата од едниот вид чини 12 евра, а од другиот вид 17 евра. Определи го најголемиот можеен број на продадени поскапи торти.
200. Група момчиња и девојчиња била во ресторан и платила 2600 денари. Секое момче платило по 160 денари, а секое девјче платило по 140 денари. Колку деца имало во групата, ако момчињата се повеќе од девојчињата?

201. Во продавница донеле 214 kg праски во гајби од по 10 kg и 13 kg . Во колку гајби биле донесени праските?
202. Која година во минатиот век е родено лице кое во 1992 година наполнило онолку години колку што изнесувал збирот на цифрите на годината во која е родено?
203. Производот на три парни броеви е еднаков на 17472. Кои се тие броеви?
204. Производот на три последователни природни броја е 2208. Определи ги овие броеви.
205. Збирот на два цели броја е еднаков на нивниот производ. Определи го бројот на ваквите парови природни броеви.
206. Збирот на неколку последователни природни броеви е еднаков на 90. Кои се тие броеви?
207. Производот на два природни броја е 10 пати поголем од нивниот збир. Определи го бројот на ваквите парови природни броеви.
208. Определи го бројот на двоцифрените природни броеви кои се еднакви на трикратниот збир на нивните цифри.
209. Определи го множеството од сите природни броеви n за кои вредноста на дробката $\frac{48}{3n-5}$ е природен број.
210. Определи ги сите цели броеви n за кои вредноста на изразот $\frac{18}{2n+1}$ исто така е цел број.
211. Определи ги сите парови цели броеви a и b за кои важи $a = \frac{b+7}{b+3}$.
212. Определи ги сите цели броеви x за кои изразот $\frac{x+5}{x+3}$ исто така е цел број.
213. Определи ги сите цели броеви x за кои изразот $\frac{2x+35}{x}$ исто така е цел број.
214. Збирот на три едноцифрени броеви е 15, а нивниот производ е седум пати поголем од збирот. Кои се тие броеви?

215. Во множеството цели броеви реши ја равенката $\frac{4}{x} = \frac{y}{5}$.
216. Во училиштето на Горјан за празникот 8. март секој наставник на секоја наставничка и подарил по еден каранфил. Вкупно се подарени 77 каранфили. Определи го вкупниот број наставници во училиштето на Горјан?
217. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} = 1$.
218. Во множеството природни броеви реши ја равенката
- $$a^2 + b^2 = 16640.$$

III. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

III.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

219. Збирот на првите пет од десетпоследователни природни броја е 560. Определи го збирот на преостанатите пет броја.
220. Од бројот 20122013 со пречкртување на две соседни цифри се добиваат различни шестцифрени броеви. Определи го збирот на најголемиот и најмалиот од добиените броеви.
221. Секоја од цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 и 9 се користи во запишување на два петцифрени броја така што тие имаат најголем можен збир. Определи го збирот на овие петцифрени броеви?
222. За нумерирање на страниците на една книга се искористени 2019 цифри. Колку нумерирани страници има оваа книга?
223. За испишување на сите страници на една книга цифрата 9 е употребена 28 пати. Колку страници има таа книга, ако бројот на последната страница е делив со 9?
224. Дактолографот Петар еден по друг ги отчукал природните броеви на начин: 12345678910111213141516171819202122232425...
Тој отчукал вкупно 2019 цифри. Колку пат во така запишаниот број се среќава цифрата 9?

225. Определи го производот на разликата и збирот на најголемиот и најмалиот природен број кои може да се запишат со цифрите од множеството $\{4, 9, 7, 2\}$.
226. Збирот на 15 различни броја од 1 до 200 е 300. Определи ја најголемата можна вредност на најголемиот од овие броеви?
227. Збирот на два природни броја е 957. Цифрата на единиците на едниот број е 0. Ако таа нула се избрише се добива другиот број. Определи ги овие броеви.
228. Ако ја пречкртаме цифрата на единиците на еден природен број, тој број се намалува 12 пати. Кој е тој број?
229. Збирот на четири последователни парни броеви е еднаков на 156. Кои се тие броеви?
230. Разликата на два броја е 83. Ако поголемиот број го зголемиме четири пати, а помалиот остане ист, тогаш новата разлика ќе биде 674. Кои се тие броеви?
231. Во двоцифрен број цифрата на десетките е три пати поголема од цифрата на единиците. Кој е тој број, ако се знае дека со замена на местата на цифрите се добива број кој е за 54 помал од бараниот број?
232. Определи го бројот на трицифрените броеви кои се намалуваат 13 пати ако се пречкрта цифрата на десетките?
233. Пабло ја зголемил првата и третата цифра на трицифрен број за x , втората ја намалил за x и добил број кој е два пати поголем од почетниот. Определи го збирот на цифрите на почетниот број, ако тој е најголемиот можен број.
234. Определи ги сите трицифрени броеви \overline{abc} за чии цифри важи:
$$\frac{a+b}{2} = \frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{5}.$$
235. Колку пати збирот на броевите 270 и 243 е поголем од нивната разлика?
236. Колку пати разликата на броевите 8,125 и 3,25 е поголема од нивниот количник?

237. Збирот на два броја е 80. Ако првиот од нив се намали за 5, а вториот се зголеми за 5, тогаш вториот е три пати поголем од првиот. Определи ги овие броеви.
238. Збирот на три броја, од кои секој следен е три пати поголем од претходниот, е еднаков на 767. Кои се тие броеви?
239. Определи го збирот на цифрите на трицифрениот број запишан со различни цифри, кој кога ќе го помножимо со 3 и ќе додадеме 200 ќе добиеме пак трицифрен број запишан со истите цифри, но во обратен редослед?
240. Определи го производот на збирот и разликата на најголемиот парен трицифрен број запишан со различни цифри и најмалиот непарен трицифрен број запишан со различни цифри.
241. Определи го двоцифрениот број кој е шест пати поголем од збирот на своите цифри.
242. Определи го двоцифрениот број кој е два пати поголем од производот на своите цифри.
243. Збирот на два броја е 600, а нивната разлика е 140. Кои се тие броеви?
244. Производот на два двоцифрени броеви е 1568 при што во двата множителители и производот цифрите 5, 6 и 8 се повторуваат. Определи ги овие броеви.
245. Определи го збирот на трицифрените броеви кои се точни квадрати и за секој од нив постои уште еден трицифрен број запишна со истите цифри кој е точен квадрат.
246. Дропката $\frac{179}{140}$ запиши ја како збир на три дропки со едноцифрени именители.
247. Кој број треба да се одземе од збирот на броевите 3,25 и $\frac{5}{12}$ за да се добие број кој е за $\frac{3}{5}$ помал од бројот $1\frac{7}{20}$?
248. Кога некој број ќе се подели со 7, а потоа тој број ќе се собере со делителот и количникот, се добива бројот 63. Кој е тој број?

249. Иван на некој број му додал 5, па добиениот производ го поделил со 3, наместо од тој број да одземе 5 и добиената разлика да ја помножи со 2. И покрај тоа Иван добил ист резултат, како да работел правилно. Кој број го замислил Иван?
250. Кој број треба да се одземе од броителот и да се додаден на именителот на дропката $\frac{2015}{8}$ за да се добие бројот 0,4?
251. Ако од некој број одземеме $\frac{2}{3}$ од тој број, а потоа од добиениот остаток одземеме $\frac{4}{9}$ од добиениот остаток и 195, добиената разлика ќе биде за 124 поголема од $\frac{2}{17}$ од почетниот број. Определи го почетниот број.
252. Марко замислил двоцифрен број на кој му ги заменил местата на цифрите и додал 2. Добиеениот број го собрал со замислениот број и добил 101. Колку вакви броеви може да замисли Марко?
253. Александар замислил три броја. Ги собрал првиот и вториот и добил 32. Од првиот го одзел вториот и го додал третиот и добил 61. Од третиот два пати го одзел првиот и добил 9. Кои броеви ги замислил Александар?
254. За четири броја знаеме дека збирот на првиот и вториот број е 11, збирот на вториот и третиот број е 2,3, а збирот на третиот и четвртиот број е 8,4. Колку е половината од збирот на првиот и четвртиот број?
255. Збирот на два броја е еднаков на 957. Цифрата на единиците на поголемиот број е нула. Ако таа нула се изостави се добива помалиот број. Кои се тие броеви?
256. Горјан требало замислениот број да го подели со 2, па на добиениот количник да му додаде 6, но се збунил и замислениот број го помножил со 2 и од производот одзъл 6. Но, притоа го добил истиот резултат кој ќе го добиел ако не направел грешка. Кој број го замислил Горјан?
257. Определи ја дропката чија вредност станува три пати поголема ако именителот му се додаде на броителот.

258. Определи ги двоцифрениот број кој е еднаков на удвоениот производ на своите цифри.
259. Даден е трицифрен број чија цифра на стотките е 9. Ако цифрата на стотките се премести на местото на цифрата на единиците ќе се добие број кој е за 216 помал од дадениот. Определи го дадениот број.
260. Определи ја дробката која е еднаква на дробката $\frac{5}{7}$ и чиј збир на броителот и именителот е еднаков на 1800.
261. Половина од збирот на три броја е 1996, при што вториот број е три пати поголем од првиот број, а третиот број е за 1 поголем од третина на првиот број. Кои се тие броеви?
262. Збирот на три броја е 5280. Првиот број е за 340 поголем од вториот, а е три пати помла од збирот на вториот и третиот број. Определи ги овие броеви.
263. Определи ги сите двоцифрени броеви кои се за 10 поголеми од трикратниот збир на своите цифри.
264. Куќните броеви на едната страна на улицата се означуваат со последователни парни, а на другата со последователни непарни броеви. Збирот на куќните броеви меѓу две раскрсници е еднаков на 45. Кои се тие броеви? Определи ги сите решенија?
265. Од левата страна на улицата на Горјан има 12 куќи и тие се нумерирани со непарни броеви почнувајќи од 1. Куќите се бојадисани последователно со бела, зелена, црвена, плава и жолта боја, кои се повторуваат повторно во истиот редослед. Каква боја е куќата за која збирот на броевите на куќите пред неа е за еден поголем од збирот на броевите на куќите по неа?
266. Збирот на четири броја е 108. Ако на првиот број се додаден 3, од вториот се одземе 3, третиот се помножи со 3 и четвртиот се подели со 3, се добива ист број. Определи ги овие броеви.
267. Збирот на четири броја е 324. Ако на првиот број му се додаде 5, од вториот се одземе 5, третиот се помножи со 5, а четвртиот се подели со 5, ќе се добие ист број. Определи ги непознатите броеви.

268. Замислив еден број. Од него одзедов 1,05; добиената разлика ја помножив со 0,8; а потоа на добиениот производ му додадов 2,84 и добиениот збир го поделив со 0,01. На крајот го добив бројот 700. Кој број го замислив?
269. Еден број го помножив со 3, на добиениот производ му додадов 3, добиениот збир го поделив со 3 и од количникот одзедов 3. Така го добив бројот 33. Кој број го замислив?
270. Дадени се четири броја. Ако се соберат по три броја се добиваат збирите 41, 50, 48 и 47. Определи ги овие броеви.
271. Ако на некој број му допишеме од десно нула, па добиениот број го поделиме со 15, а потоа на добиениот количник од десно допишеме 3 и така добиениот број го поделиме со 13, ќе добиеме 11. Кој е тој број?
272. Ако некој број го поделиме со 20, па на добиениот количник му додадеме 3,75 и добиениот збир го помножиме со 0,4, ќе добиеме број кој е за 8,25 поголем од 20. Определи го непознатиот почетен број.
273. Томе требало да го помножи бројот 78 со двоцифрен број кај кој цифрата на десетките е три пати поголема од цифрата на единиците. Но, тој по грешка ги заменил цифрите во вториот множител и така добил производ помал за 2808 од точниот производ. Определи го точниот производ.
274. Ако ги собереш сите природни броеви кои се поголеми од 55 и се помали од 107 ќе го добиеш истиот резултат како кога на непознат број ќе му додадеш 2112. Определи го непознатиот број.
275. Збирот на педесет различни природни броеви е 8625. Вториот број е за 5 поголем од првиот, третиот е за 5 поголем од вториот итн. педесеттиот е за 5 поголем од четириесетидеветтиот број. Кој е најмалиот, а кој најголемиот број во овој збир?
276. Збирот на четири броја е 100. Збирот на првиот, третиот и четвртиот број е 65, а збирот на првиот, вториот и третиот број е 75. Определи ги овие броеви, ако првиот број е за 10 помал од вториот број.
277. При собирање на два децимални броја Павел по грешка на едниот собирок децималната запирка ја поместил за две места во лево и добил збир 0,802 наместо 1. Кои броеви требало да ги собере Павел?

278. Производот на два броја е 1800. Ако едниот множител го зголемиме за 6, а другиот остане непроменет, тогаш новиот производ ќе биде 2250. Кои се тие броеви?
279. При делењето на некој број со 105 Димитар во делењето згрешил и цифрата на илјадитите 6 ја зменил со 0, а цифрата на десетките 0 ја заменил со цифрата 6, па добил количник 389 и остаток 16. Определи ги точниот количник и остаток.
280. Дадени се шест броја такви што секој следен е два пати поголем од претходниот. Збирот на најмалиот и најголемиот број е за 6 поголем од збирот на преостанатите четири броја. Кои се тие броеви?
281. Дадени се пет броја такви што секој следен е два пати поголем од претходниот. Збирот на најмалиот и најголемиот број е за 9 поголем од збирот на преостанатите три броја. Кои се тие броеви?
282. Определи ги сите броеви кои се помали од 550 и чија прва цифра е еднаква на производот на другите две цифри.
283. Маја и Митко живеат во зграда во која на секој кат има по x станови. Становите се нумерирани последователно, почнувајќи од првиот кат со бројот 1. Бројот на катот на Митко е еднаков на бројот на станот на Маја, а збирот на броевите на станите им е еднаков на 233. Определи го збирот на цифрите на бројот на станот на Митко?
284. Најди трицифрен број таков што збирот на цифрите со кои е запишан е 8 и кога бројот три пати последователно се помножи со цифрата на стотките се добива четирицифрен број.
285. Дадени се 15 последователни природни броја такви што најголемиот меѓу нив е непарен и збирот на парните броеви е еднаков на 224. Определи го најмалиот од овие броеви.
286. Збирот на четири непарни природни броеви е 22. Која е најголемата можна вредност на нивниот производ?
287. Определи го збирот на единиците во 8 последователни четирицифрени броеви ако во нивните записи има 20 двојки.

288. Броителот и именителот на обичната дробка $\frac{a}{b}$ се природни броеви чиј збир е еднаков на 2013. Определи ја најмалата можна разлика меѓу броевите a и b ако оваа дробка е помала од $\frac{1}{3}$.
289. Ако два броја ги намалам за половина од помалиот број, остатоот од поголемиот број ќе биде три пати поголем од остатокот од помалиот број. Колку пати поголемиот број е поголем од помалиот број?
290. Четири природни броеви се собрани во парови на сите можни начини и се добиени зборовите: 8,9, 12, 15, 18 и 19. Определи го збирот на најмалиот и најголемиот од дадените броеви.

ЦЗ.2. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

291. Ангел купил 2 сендвича и 1 сок за 260 денари, а Борис купил 1 сендвич и 2 сока за 160 денари. Колку денари платил Валентин за 2 сока и 2 сендвичи?
292. Две тетратки, три пенкала и три моливи чинат 250 денари. Една тетратка, две пенкала и еден молив чинат 110 денари. Колку пари чинат две тетратки, пет пенкала и еден молив?
293. Марко во двата џеба има 700 денари. Ако од првиот џеб префрли во вториот џеб една шестина и уште 25 денари, тогаш во секој џеб ќе има еднаква сума пари. Колку пари има Марко во секој џеб?
294. Иван и Петар му кажале на Христо колку денари има секој од нив. Христо рекол: „Ако му дадам 90 денари на Иван, тогаш двајцата ќе имате еднакви суми пари, а ако му дадам 90 денари на Петар, тој ќе има 10 пати повеќе пари од Иван“. Колку пари заедно имаат Иван и Петар?
295. Ангел, Бранко и Цветко заработиле 600 денари. Ангел заработил два пати повеќе од Бранко, а Цветко заработил 18 денари повеќе од Ангел и Бранко заедно. Колку пари заработил секој од нив?
296. За една книга се платени 450 денари и уште четвртина од вредноста на книгата. Определи ја цената на оваа книга.

297. Пабло има 90 денари помалку од Горјан. Ако секој од нив потроши по 20 денари, тогаш Пабло ќе има четири пати помалку пари од Горјан. Колку пари имал Пабло, а колку Горјан?
298. Пријателите Иван, Марко и Павле треба да поделат 7777 денари така што две петтини од сумата на Иван е еднаква на сумата која ќе ја добие Марко, а седум деветтини од сумата на Марко се еднакви на сумата која ќе ја добие Павле. Колку пари ќе добие секој од нив?
299. Антон, Бранко и Цветко заедно имаат помалку од 100 евра. Антон зел една третина од еврат, Бранко зел една третина од преостанатите евра и на крајот Цветко зел една третина од преостанатите евра. Остатокот од еврата го поделиле на еднакви делови. Колку евра имало и колку зел секој од нив?
300. Ако патникот на патувањето остане 5 дена, тогаш ќе му останат 730 денари од износот на парите кои ги понел со себе. Но, ако остане 6 дена на патувањето, ќе му недостасуваат 240 денари. Колку пари понел патникот, ако се знае дека секој ден трошел ист износ?
301. Марко на пазар донел 258 kg јаболка од кои дента продал еден дел. Ако продадел уште 15 kg јаболка, ќе му останале една шестина од вкупното количество јаболка. Претпладнето продал $\frac{3}{8}$ од продадените јаболка и уште 5 kg по цена од 35 денари за килограм. Попладнето ја зголемил цената и за јаболката кои ги продал попладнето добил $1\frac{5}{7}$ пати повеќе за јаболката продадени попладне. По која цена Марко попладне ги продавал јаболката?
302. Пабло се вработил во фабрика за фудбалски топки. Тој ќе работи 60 дена и ќе добие 2160 евра и 12 топки. Откако работел 6 дена тој ги одработил топките. Колку пари чини една топка?
303. За извршената работа Томе, Јован, Анте и Иван заедно добиле 8240 денари. Колку пари добил секој од нив ако се знае дека Јован добил два пати повеќе Томе, Анте добил три пати помалку од Томе, а Иван добл колку тројцата заедно?
304. Во продавница за месингани букви секоја буква има определена цена. Ако зборот КАПА чини 360 денари, зборот напор чини 420 денари,

зборот КОНЧЕ чини 450 денари и зборот ПАПАРАК чини 630 денари, колку денари треба да се плати за зборот ЧЕК?

305. Едно семејство месечно за храна троши $\frac{3}{5}$ од вкупната заработувачка, за станарина $\frac{1}{4}$ од остатокот, а за останатите режий $\frac{1}{3}$ од преостанатите пари. Кога ќе ги подмири овие трошоци има преостануваат 7680 денари. Колкав е приходот на ова семејство?
306. Подели 60000 денари на три лица така што првото да добие двапати повеќе од второто, а третото да добие 1800 денари повеќе од првото и второто заедно.
307. Сумата од 11150 евра била исплатена во банкноти од по 5, 10, 20, 50 и 100 евра. Притоа имало 170 банкноти од 5 евра, 64 банкноти од 50 евраи 30 банкноти од 100 евра. Бројот на банкнотите од 10 евра бил за 20 поголем од бројот на банкнотите од 20 евра. Колку банкноти биле дадени за исплата на наведената сума?
308. Три ученици поделиле определена сума пари. Првиот добил $\frac{1}{3}$ од вкупната сума и 72 денари, вториот добил $\frac{1}{3}$ од остатокот и 72 денари, а третиот добил $\frac{1}{3}$ од новиот остаток и 72 денари. Колку пари добил секој ученик?
309. Три ученици поделиле определена сума пари. Првиот добил 300 денари и деветтина од остатокот, вториот добил 300 денари и петтина од новиот остаток, а третиот ги добил преостанатите 720 денари. Колку пари поделиле учениците и колку добил секој од нив?
310. На масата има 3000 денари во банкноти од 200, 100 и 50 денари. Вкупно има 24 банкноти, при што бројот на банкнотите од 100 и 200 денари е еднаков. По колку банкноти има од секој вид?
311. Иван и Станко купиле 5 чоколади, при што секоја чоколада имала иста цена. Иван платил 3 чоколади, а Станко платил 2 чоколади. Тогаш им се приклучила Ана и сите тројца заедно ги изеле сите пет чоколади, при што секој изел исто количество. Ана за својот дел дала 100 денарии заминала. Како праведно ги поделиле парите Иван и Станко?

312. Марко пред одење во кино добил од родителите пари за џепарлак. Цената на влезницата е еднаква на $\frac{1}{6}$ од целиот џепарлак. Прд почетокот на претставата во книжарата тој купил книга и го потрошил половината џепарлак и уште 50 денари, а по претставата купил сокови за кои платил $\frac{1}{12}$ од џепарлакот и чоколади за кои платил од џепарлакот. Дома се вратил со 40 денари. Колку пари добил Марко од родителите?
313. Во градскиот парк Марија има музички настап 10 последователни вечери. За секој настап таа добива по 3000 денари, а ако организаторот оцени дека настапот е одличен, таа добива 5000 денари. Марија за своите 10 настапи добила 36000 денари. За колку настапи организаторот проценил дека се одлични?
314. Марија потрошила $\frac{2}{7}$ од парите кои ги имала, потоа потрошила $\frac{7}{10}$ од остатокот и на крајот потрошила $\frac{7}{18}$ од новиот остаток, по што и преостанале 60500 денари. Колку пари имала Марија на почетокот?
315. Ангел еден ден купил три книги. За првата книга платил $\frac{1}{3}$ од сумата која ја понел, за втората $\frac{3}{7}$ од преостанатите пари, а за третата $\frac{3}{5}$ од парите кои му останале по купувањето на првите две книги. Дома се вратил со 1600 денари. Колку пари имал Ангел пред да ги купи книгите?
316. Марија во книжара потрошила $\frac{3}{5}$ од парите кои ги имала. Потоа со $\frac{5}{9}$ од остатокот купила овошје, а со $\frac{3}{8}$ од новиот остаток купила сладолед, по што и останале 80 денари. Колку пари имала Марија на почетокот?
317. Колку килограми бомбони по цена од 760 денари треба да се измешаат со 10 kg бомбони по цена од 560 денари за да се добие мешавина од бомбони која ќе се продава по цена од 680 денари за килограм?
318. Невена има за 25% повеќе пари од Ивана и за 20% помалку од Ленка. За колку проценти парите кои ги имаат Ивана и Ленка се повеќе од парите кои ги има Невена?

319. Во слаткарницата „Вкус“ сите колачи чинат 60 денари. Вчера имаше промоција: „Секој втор колач по половина цена“. Иван купил 5 колачи. Колку проценти добил попуст за купувањето на колачите?
320. Плоштината на градината на Јанко е 9 ари, а на Филип е 7 ари. Тое најмиле еден работник и сите тројца заедно ги обработиле двете градини. Потоа работникот за својата работа побарал 6240 денари. Колку платил Јанко, а колку Филип?
321. Литар бензин на една бензинска станица чини 1,80 евра, а на друга е 15% поскап. Колку евра повеќе ќе платите ако наточите 42 литри бензин на поскапата станица?
322. Цената на топката била намалена за 20% и сега таа чини 280 денари. Колку пари ќе чинела топката ако нејзината цена била намалена 30%?
323. Учениците од едно одделение сакаат да одат на екскурзија. Ако секој од нив уплати по 2500 денари, тогаш за трошоците на екскурзијата ќе недостасуваат 20000 денари, а ако секој плати по 3200 денари, тогаш ќе има 2400 денари повеќе. Определи ја сумата која треба да ја уплатат учениците и колку ученици ќе одат на екскурзија?
324. Четири момчиња купиле топка која чинела 6000 денари. Првото момче платило половина од парите кои ги дале останатите, второто платило една третина од парите кои ги дале останатите, а третото платило една четвртина од парите кои ги дале останатите. Колку денари платило секое момче?
325. Петнаесет еднакви моливи чинат помалку од 180 денари, а шеснаесет такви моливи чинат повеќе од 19 денари. Горјан има шест монети од по 10 денари, а Пабло има една монета од 50 денари, една монета од 5 денари и две монети од 2 денари. Дали Горјан може да купи 5 моливи? Дали Пабло може да купи 5 моливи?
326. Во редица ставил 20 монети од по 50 денари. Потоа секоја втора монета ја заменил со монета од 20 денари, а потоа секоја трета монета ја заменил со монета од 10 денари. На крајот ја отстранил првата монета. Колава е сумата на кои останала во редицата?

ЦЗ.3. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

327. Една група може сама да заврши определена работа за 10 дена, а друга група истата таа работа може да ја заврши за 15 дена. Ако заедно работи третина од првата група и дел од втората група, тогаш работата ќе биде завршена за 12 дена. Колкав е делот од втората екипа кој учествува во работата?
328. Брат и сестра одат во едно исто училиште. Братот оди од дома до училиштето за 20 минути, а сестрата за 30 минути. Братот тргнал на училиште 5 минути по сестрата. По колку минути тој ќе ја стигне сестрата?
329. Глигор тргнал од Прилеп за Битола во 8 часот. Го поминал половината пат за 20 минути, кога му се јавиле да се врати дома во Прилеп. Се вратил со истата брзина, бил дома 6 минути и потоа со два пати поголема брзина сигнал во Битола. Во колку часот тигнал Глигор во Битола?
330. Еден часовник оди „побрзо“ $\frac{5}{12}$ минути во текот на еден час. Колку минути ќе „побрза“ часовникот по 6 дена? Резултатот искажи го во секунди, минути и часови.
331. Иван патувал во Њујорк. Од Скопје за Њујорк не постои директен лет, па купил авионски карти за лет преку Истанбул. Од Скопје полетал во сабота во 21 часот. Летот од Скопје до Истанбул траел $1\frac{1}{12}$ часа. Во Истанбул чекал 7 часа. Летот од Истанбул до Њујорк траел $11\frac{5}{12}$ часа. Ао се знае дека Истанбул е источно од Скопје со временска разлика 2 часа, а Њујорк е западно од Скопје со временска разлика 8 часа, кој ден бил и колку часот било во Њујорк кога слетал авионот во кој летал Иван?
332. Рампо живее на првиот кат, а Павел на седмиот. На секој кат и меѓу секои два ката има починувалиште, а меѓу секои две починувалишта има по 7 стапала. Рампо тргнал од првиот кат кон Павел, при што на секое стапало престојувал по 4 секунди, а на секое починувалиште престојувал по 6 секунди. За колку секунди Рампо стигнал на починувалиштето на седмиот кат?

333. Стојан е 50 години постар од внуката Маја и има толку години колку што иамаше внуката кога тој беше 9 пати постар од неа. По колку години имаат дедо Стојан и неговата внука Маја?
334. Двајца браќа заедно имаат 26 години, а разликата на нивните години изнесува 4 години. Пред колку години постариот брат имал два пати повеќе години од помалиот?
335. Ива, Павел и Ана заедно имаат 53 години. Иван е 5 години постар од Павел, а Ана има 12 години. Колку години имаат Иван и Павел?
336. Внуката ја прашала бабата: „Колку години имаш?“ Бабата одговорила: „Секоја од двете цифри во бројот на моите години е еднаква на бројот на годините на еден од твоите двајца браќа. Ако ги собереш моите години и годините на твоите двајца браќа ќе добиеш 85.“ Колку години има бабата?
337. Мајката е постара од ќерката 21 година. По 10 години мајката ќе биде двапати постара од ќерката. Колку години ќе има мајката по 10 години?
338. Иван е 8 години постар од Петар и е 6 години помлад од Горазд. По 8 години Горазд ќе биде два пати постар од Петар. Колку години имал Иван пред 4 години?
339. Мајката, ќерката и синот заедно имаат 77 години. Колку години има секој од нив, ако мајката е 4 пати постара од синот и 2 пати постара од ќерката?
340. Таткото е постар од синот 24 години. Колку години има сега синот, а колку таткото ако пред 5 години синот бил 4 пати помлад од таткото?
341. Збирот на годините на членовите на семејството, кое се состои од татко, мајка, ќерка и син сега е 73. Таткото е постар од мајката 3 години, а ќерката е постара од синот 2 години. Пред 4 години збирот на годините на членовите на семејството бил 58. Определи ги годините на секој член од ова семејство?
342. Четири деца се на различна возраст. Збирот на нивните години е 20, а производот на нивните години е 21 пати поголем од збирот. Определи ги годините на овие деца.

343. Христо има 14, а Иван има 9 години. Колку години ќе има Христо, кога збирот на годините на двајцата ќе биде пет пати од годините кои сега ги има Иван?
344. Ангел е 2 години постар од Васил и е 2 години помлад од Крсте. Производот на нивните години е еднаков на 960. Колку години ќе имаат заедно тројцата по две години?
345. Николина и Ана имаат повозрасни познати Никола и Ангел. Годините на Николина и Никола се запишуваат со едни и исти две различни цифри и ако таа ситуација во иднина се случи по четврти пат, тогаш збирот на годините ќе им се удвои. Истото важи и за Ана и Ангел. Определи го збирот на годините на Никола и Ангел, ако тие не се на една иста возраст.
346. Кога се родил Иван годините на неговата сестра биле 25% од годините на неговата мајка. Сега годините на Иван се $\frac{1}{4}$ од годините на неговата мајка, а сестраму е три пати помлада од таткото. По 9 години Иван ќе биде три пати помлад од татко му. Колку години има денес сестрата на Иван?
347. Првата цевка го полни базенот за 20 часа, втората за 16 часа, а трета го празни за 8 часа. Три часа базенот го полнеле првата и втората цевка. Потоа втората цевка се расипала и првата продолжила уште два часа сама да го полни базенот, а за тоа време мајсторот ја поправил втората цевка. Мешутоа наместо да ја вклучи втората цевка, тој се збунил и ја вклучил третата цевка. По еден час тој забележал дека згрешил, па ја исклучил третата цевка и ја приклучил втората цевка. Колкав дел од базенот треба уште да се наполни и колку време е за тоа потребно. Колку време било потребно за полнење на базенот?
348. Еден работник може да заврши една работа за 12 дена, а друг работник истата работа може да ја заврши за 15 дена. Колкав дел од работата ќе биде завршен ако двајцата работници заедно работата 4 дена?
349. Три кокошки за три дена несат 9 јајца. Колку јајца ќе снесат 9 кокошки за 12 дена?
350. Марија денот во датата кога е родена го помножила со 120, а месецот го помножила со 310. Потоа ги собрала добиените производи и добила 1530. На која дата е родена Марија?

351. Градскиот часовник во Битола на секој цел час бие толку пати колку што е часот (во 1 и 13 часот бие еднаш, во 2 и 14 часот бие два пати, ..., во 11 и 23 часот бие 11 пати, во 0 и 12 часот бие 12 пати). Колку удари ќе направи часовникот од 20:10 часот на 09.10.2020 година до 9:10 часот на 20.10.2020 година?
352. Датумот 29.02.2020 година е во сабота. Која е следната година кога 29.02 за прв пат повторно ќе биде во сабота?
353. Определи го аголот кој го зафаќаат минутната и часовната стрелка на часовникот во 8 часот и 19 минути.
354. Ако сега е 9:00 часот, по колку минути големата стрелка ќе ја преклопи малата стрелка на часовникот?
355. Гоце е два пати постар од Мите. Цифрата на единиците на возраста на Мите е еднаква на збирот на цифрите на возраста на Гоце, а цифрата на десетките е соодветната разлика. По колку години имаат Гоце и Мите?

ПЗ.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

356. Во алеа во парк по права линија на растојание 10 m едно од друго се засадени 10 борчиња, а на прав булевар се засадени 100 борчиња на растојание 10 m едно од друго. Колку пати растојанието меѓу првото и последното борче во алеата е помало од растојанието меѓу првото и последното борче на булеварот?
357. Сашо има две летви. Едната ја расекува со четири расекувања на парчиња од 15 cm , а другата со дванаесет расекувања на парчиња од 5 cm . Колку сантиметри едната летва е подолга од другата?
358. Откако велосипедистот поминал 1 километар и половина од остатокот на патот, му останало да помине 1 километар и третина од патот. Колку е долг целиот пат?
359. Откако поминал $\frac{3}{8}$ од растојанието меѓу две ниви Марко пресметал дека за да стаса до втората нива му остануваат да помине уште кило-

метар и половина повеќе отколку што поминал. Колку километри се оддалечени нивите?

360. Двајца велосипедисти се движат еден кон друг од два града. Првиот изминува 30 km за 2 часа, а вториот изминува 35 km за 3 часа. Првиот тргнал 1 час покасно од вториот и кога се сретнале тој изминал 35 km повеќе од вториот. Определи ја должината на патот меѓу овие два града.
361. Марко го минал патот меѓу местата A и B за 3 часа. Во првиот час тој минал 36% од патот, во вториот час минал $\frac{8}{25}$ од патот, а во третиот час тој минал 4 km . Определи ја должината на патот меѓу местата A и B .
362. Работниците копале канал 4 дена. Првиот ден ископале $\frac{1}{17}$ од каналот, вториот ден ископале три пати повеќе отколку првиот ден, третиот ден ископале за 60 m повеќе отколку вториот ден, а четвртиот ден ископале колку што заедно ископале првиот и вториот ден. Колку бил долг каналот?
363. Кројачката од ткаенина со определена должина скроила кошула. За предната страна на кошулата употребила $\frac{3}{19}$ од должината на ткаенината. Потоа $\frac{2}{11}$ од остатокот го употребила за изработка на задниот дел од кошулата. За изработка на ракавите употребила $\frac{5}{16}$ од новиот остаток и потоа и останале 180 cm повеќе отколку што употребила за изработка на предната страна на кошулата. Колку била долга ткаенината пред почетокот на кроењето?
364. Три парчиња ткаенина заедно се долги $14,5\text{ m}$. Ако од првото парче ја отсечеме половината од неговата должина, од второто отсечеме третина од неговата должина и од третото отсечеме четвртина од неговата должина, тогаш преостанатите парчиња ткаенини ќе имаат еднаква должина. Определи ја должината на секое од парчињата пред сечењето.
365. Камионот за 3,5 часа поминал 10 километри повеќе отколку автомобилот за 2,5 часа. Определи ги брзините на камионот и автомобилот,

ако брзината на автомобилот е за 20 km/h поголема од брзината на камионот.

366. Пат долг 180 m нојот го помину за 12 секунди, коњот за 10 секунди и антилопата за 4 секунди. Ако сите заедно стигнале на целта во исто време, на кое растојание од целта бил секој од нив пред една минута?
367. Ако тргнам од Крива Паланка во 7 часот и се движам со брзина од 80 km/h без да запирам, тогаш во Охрид стигнувам во 10:15 часот. Колкаво е растојанието од Крива Паланка до Охрид?
368. Велосипедист оди на состанок во местото A . Ако се движи со брзина 10 km/h , во местото A ќе пристигне со задоцнување од 1 час, а ако се движи со брзина од 15 km/h , тој ќе пристигне 1 час порано од договореното време. Со која брзина треба да се движи велосипедистот за да стигне на состанокот точно во договореното време?
369. Велосипедист поминал две третини од патот меѓу два града за три часа. Потоа ја намалил брзината за 10 km/h и го поминал преостанатиот дел од патот за 2 часа. Определи ја должината на патот меѓу градовите A и B .
370. Велосипедист минал пат од 24 km со брзина од 16 km/h , а се вратил назад со брзина 24 km/h . Определи ја средната брзина на велосипедистот.
371. Велосипедист се движи по хоризонтален пат со брзина 15 km/h , на угорнина со брзина 12 km/h , а на удолнина со брзина 20 km/h . Патот од A и B и обратно тој го минал за 2 часа. Определи го растојанието меѓу A и B .
372. Два автомобили го минале патот од градот A до градот B , тргнувајќи истовремено од градот A . Во првата половина од времето за кое го минале целиот пат првиот автомобил се движел со брзина од 50 km/h , а во останатото време со брзина од 40 km/h . Вториот автомобил ја минал првата половина од патот со брзина 40 km/h , а втората со брзина од 50 km/h . Определи ја должината на патот ако едниот автомобил пристигнал во градот B 10 минути пред другиот автомобил.

373. Патот од Битола до Охрид има само угорнини и удолнини (нема рамни делови на патот). Велосипедист се движи на угорнина со брзина 20 km/h , а на удолнина со брзина 30 km/h . Од Битола до Охрид тој патувал 3 часа, а се враќал 20 минути повеќе. Определи ја должината на патот од Битола до Охрид?
374. Автобус се движи од Скопје до врвот Стража и од Стража до Кичево со брзина 92 km/h . Во колку часот автобусот ќе стигне во Кичево ако од Скопје тргнал во 9 часот, на Стража прави одмор од 15 минути, а патот од Скопје до Кичево е долг 115 km .
375. Од градот A и градот B тргнале еден кон друг, по ист пат, два автобуси. Едниот автобус се движи со брзина $42,7 \text{ km/h}$, а другиот со брзина $57,3 \text{ km/h}$. Определи ја должината на патот мешу градовите A и B , ако по 1 час и 9 минути од тргнувањето на автобусите растојанието мешу нив било $15\frac{2}{3} \text{ km}$.
376. Два пријатели треба да изминат 12 km со еден велосипед, но двајцата не може на велосипедот да се возат истовремено. Брзината на секој дод нив пешки е 5 km/h , а со велосипед е 20 km/h . Кое е најмалото време за кое тие можат да го поминат патот?
377. Чамец поминал 51 km по течението на реката за 3 часа и се вратил со брзина 24 km/h . Определи ја брзината на реката.
378. Борис и Симон тргнале заедно од Прилеп за Ресен. Кога изминале 44 километри, Борис со 4 пати поголема брзина се вратил во Прилеп и без да застанува тргнал за Ресен. Симон продолжил со истата брзина и кога стигнал во Ресен, Борис бил на местото каде што се разделиле. Колку километри е долг патот меѓу двата града?
379. Два полни сада заедно содржат 84 литри млеко. Ако од првиот сад се одлее $\frac{8}{9}$ од количеството, а од вториот сад се одлее $\frac{11}{12}$, тогаш во садовите ќе остане еднакво количество млеко.
- а) Колку млеко останало во секој сад по одлевањето на назначените количества млеко?
- б) Колку литри млеко содржел секој сад пред одлевањата?

380. Во три сада има 650 литри млеко. Првиот сад содржи пет пати повеќе млеко од вториот и седум пати помалку млеко од третиот сад. Колку млеко има во секој сад?
381. Пабло имал две бочви со вино и во секоја од нив имало по 50 l вино. Тој прелеал $\frac{1}{51}$ од содржината на првата бочва во втората бочва, потоа прелеа $\frac{1}{52}$ од содржината на втората бочва во првата бочва, потоа прелеал $\frac{1}{53}$ од содржината на првата бочва во втората бочва итн. Колку литри вино имало во првата бочва по педесет и првото прелевање?
382. Во секоја од четирите садови се наоѓа определено количество вода. Ако од првиот сад одлееме $\frac{1}{3}$ од водата, од вториот $\frac{1}{4}$, од третиот $\frac{2}{5}$ и од четвртиот $\frac{1}{6}$ од водата, тогаш во сите четири сада ќе остане еднакво количество вода. Колку вода имало во секој сад на почетокот, ако вкупно се одлеани 51 литар вода?
383. Иван и Петар заедно имаат маса 33 kg, Иван и Стојан заедно имаат маса 44 kg, а Петар и Стојан заедно имаат маса 55 kg. Колку килограми имаат тројцата заедно?
384. Слопот и носорогот вкупно тежат 877 kg, слопот и зебрата вкупно тежат 713 kg, а носорогот и зебрата заедно тежат 290 kg. Колку тежи секое од трите животни?
385. Гајба полна со праски и јаболка тежи 30 kg. Откако се продадени половината од јаболката, гајбата тежела 22 kg, а откако се продадени половината од праските гајбата тежела 16 kg. Колку тежи празната гајба?
386. Ана и Бојан тежат 105 kg, Бојан и Вики тежат 75 kg, Вики и Горјан тежат 85 kg, Горјан и Димитар тежат 70 kg, Димитар и Ана тежат 65 kg. Колку килограми тежи Ана?
387. Бојан и Јана купиле кутија сладолед. Ако Бојан сам јаде од сладоледот, преостанатиот сладолед ќе биде 200 g повеќе од изедениот, а ако

Јана сама јаде од сладоледот, преостанатиот сладолед ќе биде 300 g повеќе од изедениот. Колку сладолед ќе преостане ако двајцата јадат од сладоледот?

388. Две јаболка заедно имаат маса 100 g . Поголемото јаболко и тег од 20 g се во рамнотежа со помалото јаболко и тег од 50 g . Колкава е масата на секое јаболко?
389. Масата на една лубеница е 2 kg помала од масата на друга лубеница, а пет пати е помала од масата на трета лубеница. Вкупната маса на првата и третата лубеница е три пати поголема од масата на втората лубеница. Определи ја тежината на секоја од трите лубеници.
390. Во еден скалд има 50 тони јаболка, сливи кружи и дуњи. Јаболката се колку сливите, 36 тони не се круши или дуњи, 24 тони не се јаболка или дуњи. По колку тони има од секој вид овошје?
391. Една стока треба да се запакува во сандаци. Ако во секој сандак ставиме по 14 kg стока, ќе останат незапакувани 180 kg . Ако во секој сандак ставиме по 18 kg стока, ќе останат 10 празни сандаци. Колку килограми е робата?
392. Неколку еднакви виљушкари истовариле 300 тони роба. Ако биле три виљушкари повеќе, наведеното количество роба ќе било истоварено 6 часа порано. Колку виљушкари биле, ако еден виљушкар за еден час истоварува 15 тони роба?
393. Мазгата и магарето го носеле секој својот товар. Определи ги масите на товарите кои ги носат мазгата и магарето ако се знае дека: ако мазгата ја натовариме уште со 20 kg кои ќе ги симнеме од магарето, тогаш нејзиниот товар ќе има два пати поголема маса од масата која ја носи магарето, а ако магарето го оптеретиме со уште 20 kg кои ќе ги симнеме од маската, тогаш двете животни ќе носат товар со еднаква маса.
394. Три златни риби јадат 3 грама храна за три дена, пет црвени риби јадат 5 грама за 5 дена, седум сребрени риби јадат 7 грама за 7 дена и единаесет шарени риби јадат 11 грама за 11 дена. Кој вид риби јаде најмногу храна за еден ден?
395. Два еднакви базени полни со вода треба да се испразнат. Во исто време се отвара славина за истекување на секој од базените. Во текот на

првиот час од првиот базен истекле $184 m^3$ вода, а од вториот базен истекле $346 m^3$ вода. Потоа во вториот базен останало четири пати повеќе вода отколку во првиот базен. Колку вода собира секој од базените?

ЦЗ.5. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

396. Во две изложбени сали има 78 посетители. Ако од едната сала излезат 36, а од другата 30 посетители, тогаш во двете сали ќе има еднаков број посетители. Колку посетители има во секоја сала?
397. Во 5^b одделение во првото полугодие имало два пати повеќе момчиња од девојчиња, а во 5^a бројот на момчињата и девојчињата бил еднаков. Во второто полугодие две момчиња од 5^b преминале во 5^a , а 6 момчиња од 5^a во 5^b . Потоа во 5^a има двојно повеќе момчиња од девојчиња, а во 5^b момчиња има за едно повеќе од девојчиња. Колку девојчиња имало во првото полугодие во 5^a , а колку во 5^b одделение.
398. Триесет ученици од една паралелка отишле во дискотека. Секое девојче танцувало со неколку момчиња од паралелката, при што Марија танцувала со 7 момчиња, Петра со 8 момчиња и Валентина со 9 момчиња итн. се до Ирина, која танцувала со сите момчиња во паралелката. Колку момчиња од оваа паралелка биле во дискотеката?
399. Пред битката односот меѓу бројот на војниците на армиите на царот Самоил и царот Василие бил 5:6, а по битката бил 2:3. Во битката загинале 1400 војници на царот Самоил и 600 војници на царот Василие. Колку војници имала секоја армија пред битката?
400. Во училиштето на Горјан има 28 наставници и наставнички. На 8 март секој наставник подарил по една роза на три наставнички. Колку се наставнички, ако секоја добила по четири рози?
401. Фармерот Јован на пазар однел корпа со јајца. Првиот купувач купил половина од сите јајца и уште половина јајце, вториот купувач купил половина од преостанатите јајца и уште половина јајце. Тоа исто го

направиле и третиот, четвртиот и петтиот купувач, по што корпата била празна. Колку јајца имало во корпата? Дали Јован можел да продава само цели јајца, без кршење?

402. Во пет кутии вкупно има 200 топчиња. Во првата и втората кутија има 104 топчиња, во втората и третата има 86 топчиња, во третата и четвртата има 68 топчиња, а во четвртата и петтата има 60 топчиња. Колку топчиња има во секоја кутија?
403. Иван, Петар и Маја имале неколку јаболка. Маја зела половина од јаболката, а Петар зел една третина од преостанатите јаболка. Потоа Иван зел половина од преостанатите јаболка и останале четири јаболка. Колку јаболка имало на почетокот?
404. Иван, Ангел и Дарко имале по определен број сликички. Прво Иван од своите сликички му дал на другите двајца онолку сликички колку што имал секој од нив. Потоа Ангел на од сликичките кои ги имал во моментот му дал на другите двајца онолку сликички колку што во моментот имал секој од нив и на крајот истото тоа го направил и Дарко, т.е. му дал на другите двајца онолку сликички колку што во моментот имал секој од нив. Потоа секое дете имало по 80 сликички. Колку сликички имал секој од нив на почетокот?
405. Во кутија има 58 бели и црвени топки. Павле извадил неколку топки и забележал дека меѓу нив белите се шест пати повеќе од црвените. Меѓу топките кои останале во кутијата црвените биле пет пати повеќе од белите. Колку бели топки имало на почетокот во кутијата?
406. Иван и Петар изиграле неколку партии шах, при што ниту една партија не завршила нерешено (реми). Победникот во секоја партија добива 7 бомбони, а победениот добива 2 бомбони. По последната партија се покажало дека Иван има два пати повеќе победи од Петар, а Петар има 77 бомбони. Колку партии се одиграни?
407. Учителот по математика на општинскиот натпревар по математика довел 4 свои ученици. На прашањето на колку вкупно ученици тој предава, учителот одговорил: „На училишниот натпревар учествуваа една третина од учениците на кои им предавам, а на овој натпревар учествуваат само една петнаесеттина од моите ученици кои учествуваа на училишниот натпревар.“ На колку ученици овој учител им предава математика?

408. Христо и Цветко изиграле 10 игри дама, при што при секоја игра победникот добива 3 бода, а победениот 1 бод. Цветко освоил 22 бода. Колку игри загубил Христо?
409. Во игротека има столчиња со три и со четири ногалки. На секое столче седнало по едно дете, па така вкупниот број нозе и ногалки е еднаков на 51. Кој е најголемиот број деца кои седнале на столчињата?
410. Доротеј има 10 големи кутии. Во некои од нив има по десет помали кутии, а во некои од помалите кутии има уште по десет кутии. Бројот на кутиите кои содржат кутии е 17. Колку вкупно кутии има Доротеј?
411. Два зајаци за два дена јадат два моркови. Колку моркови ќе изедат 10 зајаци за десет дена?
412. Куче е оддалечено 30 свои скока од зајакот. Додека кучето направи 2 скока, зајакот прави 3 скока. Должината на 2 кучешки скока е еднаква на должината на 5 зајачки скока. Колку скокови треба да направи кучето за да го стигне зајакот?
413. Глувчето е оддалечено од својата дупка 20 негови скока. Мачката е оддалечена од глувчето за 6 нејзини скока. Додека мачката скокне еднаш, глувчето прави 3 скока. Еден скок на мачката е голем колку 10 скока на глувчето. Дали мачката ќе го фати глувчето. (Мачката, глувчето и дупката се наоѓаат во една линија.)
414. Мечето Ушко во зоолошката градина дневно јади 1 јаболко, 5 круши и 2 бомбони или 2 јаболка, 6 круши и 1 бомбона. За неколку дена Ушко изел 40 плодови, при што крушите биле 4 пати повеќе од јаболката. Колку бомбони изел Ушко?
415. Во бомбониерата има определен број бомбони. Иван зел петтина од бомбоните и уште 4 бомбони. Марија зела четвртина од преостанатите бомбони и уште 3 бомбони, а Ангел зел третина од преостанатите бомбони и уште 2 бомбони, по што пресотанале 8 бомбони. Колку бомбони имало на почетокот во бомбониерата?
416. Марко има 64 сликчиња помалку од Ненад. Кога секој од нив ќе купи уште по 7 нови сликчиња, тогаш Марко ќе има пет пати помалку сликчиња од Ненад. Колку сликчиња има Марко, а колку Ненад?
417. Во едно училиште учитеот подготвил неколку благодарници за учесниците на Математичката вечер. За учество се пријавиле $\frac{2}{13}$ повеќе

ученици отколку што бил бројот на подготвените благодарници, но на самиот настан не дојде $\frac{1}{15}$ од пријавените ученици. Колку ученици учествувале на Математичката вечер, ако учителот дополнително морал да направи уште 20 благодарници?

418. На еден математички натпревар трбало да се решат 30 задачи. За секоја точно решена задача ученикот добива 5 бода, за делумно решена задача добива 3 бода, а за нерешена или неточна задача тој губи 2 бода. Колку задачи решил точно, колку делумно, а колку не решил или нетоно решил ученик кој вкупно освоил 95 бода, при што за точно решените и нерешените или неточно решениете задачи заедно добил 65 бода?
419. Во две одделенија вкупно има 63 ученици. Три петтини од едното и три четвртини од другото одделение отишло на излет. Со нив не заминале една третина од сите ученици. Колку ученици има во секое одделение?
420. На една театарска претстава присуствувале повеќе од 50, а помалку од 100 ученици од шесто и седмо одделение. Третина од сите ученици биле девојчиња, при што половина од сите девојчиња се ученички од седмо одделение. Од присутните момчиња $\frac{5}{7}$ не се ученици од седмо одделение. Колку ученици од седмо одделение присуствувале на претставата?
421. Марко, Ненад и Павел береле круѓи. Вкупно набрале 57 круши. Колку круши набрал секој од нив, ако Марко набрал 2 круши повеќе од Ненад, а Ненад набрал 5 круши повеќе од Павел?
422. Од 400 еднакви златни шипки треба да се излеат златници. Познато е дека од секоја шипка може да се излеат по 10 златници, при што преостанува определено количество злато и тоа толку што од остатокот од 20 шипки може да се излее нова шипка еднаква на дадените. Колку златници може вкупно да се излеат од дадените 400 шипки?
423. Маја е за 20% пониска од Павел, а Марко е за 25% повисок од Маја. Колку проценти е Марко повисок од Павел?

424. Бројот на учениците во паралелката на Горјан и Елена е помал од 30. Колку ученици од оваа паралелка се членови на математичката секција, ако во неа учествуваат 60% од момчињата и 45% од девојчињата на паралелката?
425. Лифт на зграда со 21 кат има само две копчиња. Ако се притисне едното копче лифтот се качува 9 ката, а ако се притисне другото копче тој се спушта 16 ката. Ако некоја од командите не е можна, таа не се извршува. До колку катови не може да се стигне со овој лифт ако истиот на почетокот се наоѓа на првиот кат?
426. На тест по математика има 10 задачи. Павел, Пабло и Горјан решиле соодветно по 4, 6 и 7 задачи од тестот, при што секоја задача е решена најмалку од еден од тројцата. Ако една задача е решена од сите тројца, ќе велиме дека е лесна, а ако е решена само од еден ќе велиме дека е тешка. Определи ја најголемата разлика меѓу бројот на тешките и бројот на лесните задачи.
427. Коктел-мајсторот Доне решил да го смени рецептот на волшебниот коктел од јаболка, манго и таинствениот концентрат. Сокот од јаболка, манго и таинствениот концентрат тој ги чува одделно и во исти кутии. Пред промената од една кутија јаболков сок Доне подготвувал 6 коктели, една кутија сок од манго му стигнувала за 10 коктели, а 1 кутија таинствен концентрат – за 15 коктели. По промената на рецептот една кутија сок од јаболка била доволна за 5 коктели, а една кутија сок од манго за 12 коктели. За колку коктели во новата рецепта е доволна една кутија од таинствениот концентрат?

II.4. ГЕОМЕТРИЈА

II.4.1. ОТСЕЧКИ И АГЛИ

428. Дадена е отсечка AB , O е нејзината средина и M е произволна точка на отсечката AB . Докажи дека $\overline{MO} = \frac{1}{2}(\overline{MA} + \overline{MB})$.
429. Отсечката AB е поделена во однос 2:3:4 така што растојанието меѓу средините на крајните делови е 36. Определи ја должината на отсечката AB .

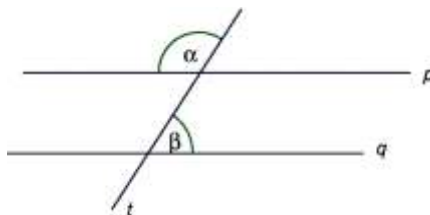
430. Дадена е отсечката AB со должина 20 cm . Точката C припаѓа на AB и од B е оддалечена $\frac{1}{5}$ од должината на AB . Точката S е средината на AC . Определи ја:
- должината на отсечката чии крајни точки се точката S и средината на отсечката AB ,
 - должината на секоја од отсечките од цртежот нацртан според текстот на задачата.

431. На отсечката PR редоследно распореди точки A, B, C, D така што $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$. Расотојанието меѓу средините на вториот и четвртиот дел на отсечката PR е еднакво на 28 cm , а растојанието меѓу средините на отсечките PA и DR е 51 cm . Определи ја должината на отсечката PR .

432. Остар агол α и правата p лежат во иста рамнина. Што може да биде нивниот пресек?

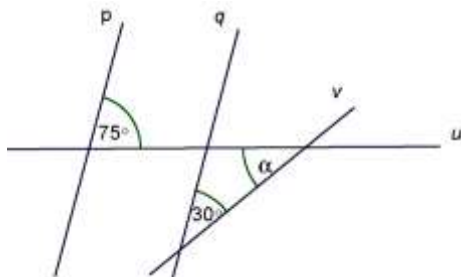
433. Две прави се сечат во точката T и зафаќаат четири агли. Збирот на острите агли е еднаков на половината од едниот тап агол. Определи ги овие агли.

434. Паралелните прави p и q се пресечени со права t , определи ги аглие α и β ако се знае дека $\alpha = 3\beta$.

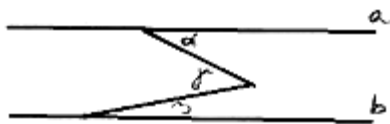


435. Низ темето V на $\sphericalangle Avb$ кој е еднаков на $\frac{8}{9}$ од правиот агол од надворешната страна на $\sphericalangle Avb$ е повлечена права која со кракот a формира агол еднаков на $\frac{1}{3}$ од правиот агол. Определи го аголот кој оваа права го формира со кракот b .

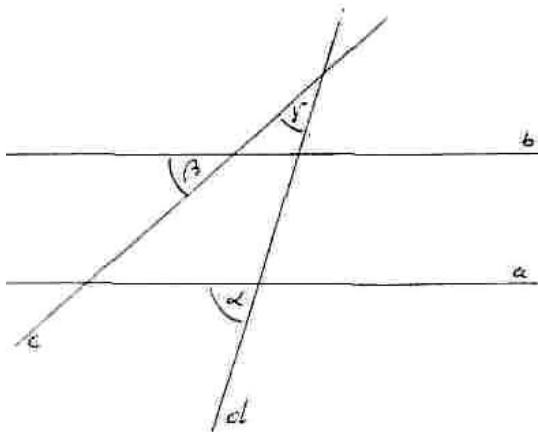
436. Дадени се правите p, q, u, v , такви што правите p и q се паралелни, а преостантите две прави ги сечат p и q (цртеж десно). Според податоците на цртежот определи го аголот α .



437. Дадени се паралелни прави a и b .
 Определи го аголот γ ако $\alpha = 45^\circ$ и
 $\beta = 30^\circ$.



438. На цртежот десно се прикажани четири прави a, b, c, d . Правите a и b се паралелни, а правите c и d се нивни трансферзали. Определи го аголот γ ако $\alpha = 83^\circ$ и $\beta = 47^\circ$

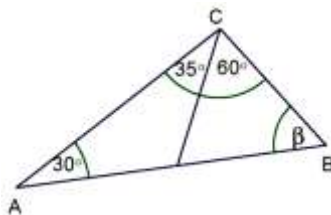


439. Паралелни прави a и b се пресечени со правите c и d така што аголот меѓу a и c е $\alpha = 32^\circ$, а аголот меѓу b и d е $\beta = 47^\circ$. Определи го аголот γ меѓу правите c и d .
440. Паралелните прави p и q се пресечени со правите t и s така што $\sphericalangle(p, s) = 44^\circ 52'$ и $\sphericalangle(q, t) = 30^\circ 7'$. Определи го аголот меѓу правите t и s .
441. Од точката T која е во внатрешноста на агол од 45° се повлечени (во насока на темето на аголот) две полуправи паралелни со краците и две полуправи нормални на краците на аголот. Определи ги големините на сите агли на кои T е теме.
442. Колку пати во текот на едно деноноќие стрелките на часовникот зафаќаат прав агол?

И4.2. ТРИАГОЛНИК

443. Ако збирот на два надворешни агли на триаголникот е еднаков на 270° , тогаш тој триаголник е правоаголен. Докажи!

444. Според податоците на цртежот десно определи го аголот β .

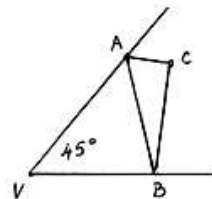


445. Во триаголник ABC аголот α е еднаков на $\frac{1}{3}$ од правиот агол, а аголот β е еднаков на $\frac{1}{3}$ од рамниот агол. Аглите α' и β' се надворешните агли соодветни на аглите α и β . Под кој агол се сечат симетралите на аглите α' и β' ?
446. Аглите на еден триаголник се такви што едниот е за 23° поголем од другиот и е за 23° помал од третиот агол. Определи ги аглите на овој триаголник.
447. Даден е триаголник ABC таков што $\angle CAB - \angle CBA = 30^\circ$. Определи го аголот што го зафаќаат висината повлечена од темето C на страната AB и симетралата на надворешниот агол при темето C .
448. Даден е триаголник ABC во кој еден внатрешен агол е 62° и еден надворешен агол е 134° . Определи го аголот кој го зафаќаат симетралите на овие два агли.
449. Симетралата на надворешниот агол на триаголникот ABC во темето C ја сече правата AB под агол од 45° . Определи ги аглите на триаголникот ABC ако $\angle ABC = 35^\circ$.
450. Во правоаголен триаголник ABC висната повлечена на хипотенузата AB е CD , а E и F се средини на катетите AC и BC . Докажи дека $\angle FDE = 90^\circ$.
451. Определи го аголот што го зафаќаат симетралите на два агли на еден триаголник, ако третиот агол е еднаков на 36° ?
452. Даден е рамнокрак триаголник ABC таков што $\overline{AC} = \overline{BC}$. На кракот AC се избрани точки M и N такви што $\angle ABM = \angle CBN$ и $\overline{MN} = \overline{MB}$, при што точката M е поблиску до точката A од точката N . Определи го $\angle ABN$.

453. Даден е рамнокрак триаголник ABC . Симетралата на надворешниот агол при основата AB и симетралата на на надворешниот агол наспроти основата се сечат под агол од 71° . Определи ги внатрешните агли на триаголникот ABC .

454. Аголот под кој се сечат симетралите на два внатрешни агли на некој триаголник е 111° . Едната од нив се сече со третата симетрала по агол од 122° . Определи ги внатрешните агли на овој триаголник?

455. На цртежот десно е даден $\angle AVB = 45^\circ$ и во него е нацртан триаголник ABC . Страните AB и AC зафаќаат со кракот VA еднакви агли, а страните AB и BC зафаќаат со кракот VB еднакви агли. Определи го $\angle ACB$.



456. Даден е рамнокрак остроаголен триаголник ABC . Од исто теме на основата се повлечени симетралата на аголот и висината, кои зафаќаат агол од 15° . Определи ги аглиите на овој триаголник.

457. Во триаголникот ABC точката P е средина на страната BC . Од темињата B и C се повлечени нормали на правата AP кои таа права ја сечат во точките D и E . Докажи дека $\overline{BE} = \overline{DC}$.

458. Дадени се две паралелни прави a и b и права c која ја сече правата a во точка A и ја сече правата b во точка B , при што правата c не е нормална на правата a . На правата b лево од точката B избрана е точка D , а десно од точката B точка E . Симетралата на $\angle ABD$ ја сече правата a во точката M , а симетралата на $\angle ABE$ ја сече правата a во точката N . Докажи дека:

- а) триаголникот MBN е правоаголен,
- б) $\overline{AM} = \overline{AN}$.

459. Нека $A = \frac{3}{10} + 0,02 + \frac{1}{1000}$ и $B = 0,1 + \frac{2}{100} + 0,003$. Определи ја должината на страната на рамностран триаголник со периметар $L = (A - b) \text{ cm}$.

460. Даден е рамностран триаголник ABC . На правата AC преку темето C е избрана точка D . Периметарот на триаголникот ABD е 67 cm , а

периметарот на триаголникот BCD е 53 cm . Определи го периметарот на триаголникот ABC .

461. Даден е рамнокрак триаголник ABC со периметар 50 cm . Ако темето A на основата AB го поврземе со средината P на кракот BC , добиваме два триаголника. Определи ги должините на страните на триаголникот ABC , ако периметарот на триаголникот APC е за 4 cm поголем од периметарот на триаголникот ABP .
462. Дали постои триаголник со должини на страни a, b, c за кои важи $a + b = 12, b + c = 26, a + c = 32$.
463. Должините на страните на еден триаголник се природни броеви, а неговиот периметар е прост број, помал од 19. Определи го бројот на сите триаголници со ова својство.
464. Периметарот на рамнокрак триаголник ABC е еднаков на 50 cm . Ако го поврземе темето A и средината P на страната BC добиваме два триаголника. Определи ги должините на страните на триаголникот ABC , ако периметарот на триаголникот APC е за 4 cm поголем од периметарот на триаголникот ABP .
465. Даден е триаголник ABC . Нека E е подножната точка на висината повлечена од темето C кон страната AB . Страната BC е продолжена преку темето C и нека s е симетралата на надворешниот агол во темето C . Симетралата s ја сече правата AB во точката D и важи $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$. Определи ја разликата $\alpha - \beta$.
466. Периметарот на рамнокракиот триаголник е 19 cm , а разликата на должината на кракот и должината на основата е 2 cm . Определи ги должините на кракот и основата на овој триаголник.
467. Во рамнокрак триаголник ABC со основа AB и остар агол $\sphericalangle ACB$ висината од темето B го сече кракот AC во точката E . Нека D е точка на правата AB таква што триаголникот BED е рамнокрак со основа DB . Докажи дека $DE \perp BC$.
468. Должините на страните на еден триаголник се три последователни непарни природни броеви. Најдолгата терна на овој триаголник е

помала од збирот на должините на другите две страни за 15 cm .
Определи го периметарот на овој триаголник.

469. Триаголник со периметар 55 mm е поделен со отсечка на два триаголника. Определ ја должината на делбената отсечка ако периметрите надобиените триаголници се 41 mm и 25 mm .
470. Должините на страните на еден триаголник се три последователни непарни природни броеви. Најдолгата страна на овој триаголник е помала од збирот на должините на другите две страни за 37 cm . Определ го периметарот на овој триаголник.
471. Должините на страните на еден триаголник се три последователни непарни природни броеви, при што збирот на должините на двете подолги страни е за 5 cm помал од трикратната должина на најкратката страна. Определ го периметарот на овој триаголник?
472. Даден е триаголник ABC . Правите m и n се симетрала на надворешните агли при темињата A и B , соодветно. Од темето C се повлечени прави p и q такви што $p \perp m$ и $q \perp n$. Правите p и q ја сечат правата AB во точките D и E . Докажи дека должината на отсечката DE е еднаква на периметарот на триаголникот ABC .
473. Низ средината D на кракот AC на рамнокракиот триаголник ABC е повлечена права права нормална на AC и оваа нормала го сече кракот BC во точката E . Ако $\overline{AC} = 18\text{ cm}$ и ако периметарот на триаголникот ABE е еднаков на 27 cm , определ го периметарот на триаголникот ABC .
474. Во рамнокрак триаголник ABC со основа AB , точката D го дели кракот BC на два еднакви дела. Периметарот на триаголникот ADC е поголем од периметарот на триаголникот ABD за 4 cm . Определ ги должините на страните на триаголникот ABC , ако неговиот периметар е 50 cm .
475. Сенката на дрвото е 8 m , а сенката на столб со височина 4 m е еднаква на 3 m . Колку метри е високо дрвото?

И4.3. ЧЕТИРИАГОЛНИК

476. За правење на 3×3 квадратна решетка се потребни 9 дрвца. Колку дрвца се потребни за правење на 9×9 квадратна решетка?
477. Точките E и F се средини на страните BC и AD на правоаголникот $ABCD$. Периметарот на правоаголникот $ABCD$ е 70 cm , а периметарот на правоаголникот $ABEF$ е 58 cm . Определи ја должината на отсечката EF .
478. Во правоаголник $MNPQ$ е повлечена нормала на NE на дијагоналата MP , $E \in MP$. Ако $\angle PMN = 34^\circ$, определи го $\angle QNE$.
479. Низ темето на тапиот агол на паралелограмот повлечена е права p која тој паралелограм не го сече во друга точка. Од секое од преостанатите три темиња се повлечени прави нормални на правата p . Докажи дека должината на нормалата повлечена од тапиот агол е еднаква на збирот на должините на нормалите повлечени од темињата на двата прави али.
480. Од темето B на правоаголникот $ABCD$ е повлечена нормала BE на дијагоналата AC . Ако $\angle DBE = 20^\circ 54'$, определи го $\angle BAC$.
481. Периметарот на надворешниот раб на правоаголна рамка е 350 cm . Определи го периметарот на внатрешниот раб ако рамката е широка 11 cm .
482. Квадратно парче хартија е превиткано на половина и добиеното парче хартија повторно е превиткано на половина. Добиениот правоаголник не е квадрат и има периметар 50. Определи го периметарот на квадратот?
483. Од темето A на правоаголникот $ABCD$ е повлечена нормала на дијагоналата BD и е продолжена за иста должина до точката F . Докажи дека триаголниците AFD и AFB се рамнокраки. Определи го аголот DFB ?
484. Околу базен со правоаголен облик со периметар 150 m е бетонирана патека со еднаква ширина чиј надворешен периметар има 190 m . Определи ја ширината на патеката.

485. Во продавница се продавале 5 различни правоаголни сложувалки, секоја од кои се составува од 180 еднакви квадратни делови со должина на страна 2 cm . Ширината на сложувалките е поголема од 5 cm , а е помала од 20 cm . Самоил ја купил за синот Горјан сложувалката која има средна по големина периметар. Горјан решил прво да ги нареди парчињата на сложувалката на нејзините рабови. Колку парчиња прво требало да нареди Горјан?
486. Квадрат со должина на страна 1 cm е расечен на четири правоаголници така што збирот на периметрите на тие правоаголници е најголем можен број. Определи го овој збир?

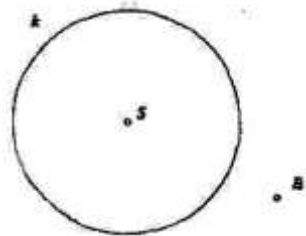
II.4.4. КОНСТРУКТИВНИ ЗАДАЧИ

487. Дадени се две паралелни отсечки AB и CD . Определи точка E за која важи $\overline{EA} = \overline{EB}$ и $\overline{EC} = \overline{ED}$.
488. Даден е агол од 54° . Само со помош на шестар и линијар подели го овој агол на три еднакви дела?
489. Дадени се три прави a, b, c како на цртежот десно. Конструирај точки $A \in a$ и $B \in b$ такви што A и B се осносиметрични во однос на правата c .
490. Дадени се точките A, B и C кои не лежат на иста права. Конструирај точка која е еднакво оддалечена од точките A, B и C .



491. Конструирај триаголник ABC за кој се дадени $a = 5\text{ cm}$, $t_a = 4,5\text{ cm}$ и $h_a = 4\text{ cm}$.

492. Конструирај триаголник ABC ако должината на висината повлечена од темето C кон страната AB е еднаква на 3 cm , $\overline{AB} = 7\text{ cm}$ и $\overline{AC} = 6\text{ cm}$.



493. Дадени се кружница k и точки A и B (цртеж десно). Конструирај рамнокрак три-



аголник ABC за кој AB е основа, а врвот C припаѓа на кружницата k .

494. Дадена се права p , точка $B \in p$ и точка $A \notin p$. Конструирај кружница k која минува низ точките A и B , а чија тангента е правата p .
495. Дадена е права p и точка A која од правата е оддалечена 3 cm . Конструирај кружница која минува низ точката A , ја допира правата p има радиус 2 cm .
496. Конструирај правоаголник $ABCD$ за кој се дадени темето A , пресекот на дијагоналите S и точка E која припаѓа на страната BC и која е различна од темињата B и C .
497. Во рамнината се дадени права p и точка A која не лежи на p . Конструирај квадрат $ABCD$ таков што точката A е едно негово теме, а правата p е негова оска на симетрија. Колку решенија има задачата?

498. Дадени се точките S, A, B и правата p како на цртежот десно. Конструирај кружница k со радиус 2 cm и центар во S . Транслатирај ја кружницата k за векторот \overrightarrow{AB} , а потоа најди симетрија на добиената слика во однос на правата p .



499. Даден е кружен лак AB , кој припаѓа на кружница k . Определи го центарот на кружницата k .

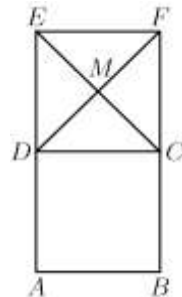


II.4.5. ПЛОШТИНА НА ТРИАГОЛНИК И ЧЕТИРИАГОЛНИК

500. Во внатрешноста на правоаголник дадена е точка E . Докажи дека збирот на плоштините на триаголниците ABE и CDE е еднаков на збирот на плоштините на триаголниците BCE и AED .
501. Точките M и N припаѓаат соодветно на краците BC и AC на рамнокракиот триаголник ABC и се такви што $\overline{AN} = \overline{BM} = \frac{1}{3}\overline{AC}$. Отсечките AM и BN се сечат во точката P и плоштината на четириагол-

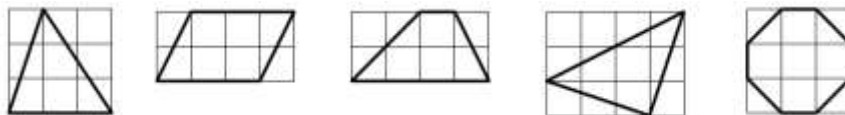
никот $PMCN$ е 64 cm^2 . Определи ја плоштината на триаголникот ABC .

502. На цртежот десно четириаголниците $ABCD$ и $CDEF$ се квадрати. Колкав дел претставува плоштината на триаголникот CDM од плоштината на петаголникот $ABCMD$?

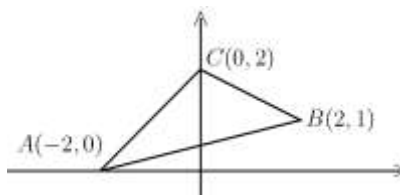


503. Даден е триаголник $A_1A_2A_3$. Точките $A_4, A_5, A_6, \dots, A_{2007}$ се средини на отсечките $A_1A_3, A_2A_4, A_3A_5, \dots, A_{2004}A_{2006}$, соодветно. Плоштината на триаголникот $A_{2005}A_{2006}A_{2007}$ е 1 cm^2 . Определи ја плоштината на триаголникот $A_1A_2A_3$.

504. Која од фигурите прикажани на долните цртежи има најголема плоштина?



505. За $\triangle ABC$ имаме $A(-2,0)$, $B(2,1)$ и $C(0,2)$ (цртеж десно). Пресметај ја неговата плоштина.

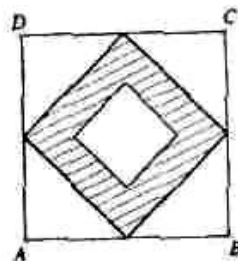


506. Во квадрат $ABCD$ е впишан квадрат $A_1B_1C_1D_1$ така што неговите темиња се средини на страните на квадратот $ABCD$. Во квадратот $A_1B_1C_1D_1$ е впишан квадрат $A_2B_2C_2D_2$ чии страни се паралелни со страните на квадратот $A_1B_1C_1D_1$ и од нив се на растојание $1,5 \text{ cm}$. Определи ја плоштината на најголемиот квадрат, ако должината на страната на најмалиот квадрат е еднаква на 5 cm .

507. Даден е правоаголник со плоштина 50 cm^2 кој со една права може да се подели на два складни квадрати. Определи го периметарот на овој правоаголник.

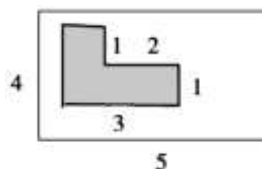
508. Периметарот на правоаголникот е 26 cm , а должината на едната негова страна е 5 cm подолга од должината на соседната страна. Определи го периметарот на квадратот кој има еднаква плоштина како и дадениот правоаголник.
509. Отсечката AB е поделена на четири дела така што вториот дел е два пати подолг од првиот дел, третиот дел е три пати подолг од првиот дел, а четвртиот дел е два пати подолг од вториот дел. Растојанието меѓу средините на првиот и вториот дел е 3 cm . Определи ја плоштината на квадратот чиј периметар е еднаков на должината на отсечката AB .
510. Ако секоја страна на квадратот $ABCD$ ја зголемиме за ист број сантиметри, ќе добиеме нов квадрат чиј периметар е за 12 cm поголем од квадратот $ABCD$, а плоштината му е поголема за 63 cm^2 од плоштината на квадратот $ABCD$. Определи ги периметарот и плоштината на квадратот $ABCD$.
511. Ако должината на едната страна на правоаголникот ја намалиме за 3 cm , а должината на другата страна ја намалиме за 2 cm , тогаш правоаголникот станува квадрат чија плоштина е за 46 cm^2 помала од плоштината на правоаголникот. Определи го периметарот на правоаголникот.

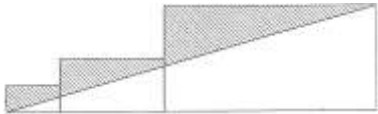
512. Дадени се три квадрати како на цртежот десно. Темињата на средниот квадрат се наоѓаат во средините на страните на квадратот $ABCD$. Збирот на периметрите на најмалиот и најголемиот квадрат е еднаков на 60 cm , при што периметарот на најмалиот квадрат е четири пати помал од периметарот на најголемиот квадрат. Определи ја плоштината на штрафираниот дел на цртежот, т.е. плоштината меѓу средниот и најмалиот квадрат.



513. Шеснаесет квадратни плочки со должина на страна 1 cm се наредени во форма на правоаголник. Определи ги периметраите и плоштините на можните правоаголници. (Квадратот е правоаголник.)

514. Колку проценти се промени плоштината на правоаголникот ако едната страна му се зголеми за 20%, а другата му се намали за 20%?
515. Должината на секоја од две спротивни страни на правоаголникот е зголемена за 60%. За колку проценти треба да се намали должината на секоја од другите две страни за да се добие правоаголник кој ќе има иста плоштина како и почетниот правоаголник?
516. Правоаголна нива е долга 230 m, а е широка 185 m.
- Определи ја плоштината на нивата и истата изрази ја во хектари.
 - Колку столбови се потребни за заградување на нивата ако оградата треба да се постави само по подолгите страни на нивата и ако на секои пет метри се поставува по еден столб?
517. Игралништето за ракомет е долго 60 m, а е широко 30 m.
- Определи ја плоштината на игралиштето.
 - Целото игралиште е заградено со пластична ограда висока 1,2 m. Колку квадратни метри пластични табли се потребни за да се направи оградата?
518. Овоштарник во форма на правоаголник има должини на страни 66 m и 34 m. Во него се засадени овошки во редови меѓу кои растојанието е 4 метри. Растојанието меѓу овошките во еден ред исто така е 4 метри, а од работ на овоштарникот до овошката растојанието е 3 m. Колку овошки се засадени во овој овоштарник?
519. Должината на правоаголникот е пет пати поголема од ширината. Ако ја намалиме за 16, правоаголникот ќе стане квадрат. Определете ги периметарот и плоштината на овој правоаголник.
520. Даден правоаголник со периметар 112 cm е поделен на два правоаголника. Периметарот на едниот од нив е за 72 cm помал од периметарот на дадениот, а периметарот на другиот е за 34 cm помал од периметарот на зададениот правоаголник. Определете ја плоштината на дадениот правоаголник.
521. Определете го односот на плоштините на белиот и сивиот дел на фигурата прикажана на цртежот десно.



522. На цртежот се прикажани три правоаголници. Должините на страните на најмалиот се 1 cm и 2 cm , на средниот се 2 cm и 4 cm , а на најголемиот се 4 cm и 8 cm . Определи ја плоштината на штрафираниот дел од дадена фигура.
- 
523. Должините на страните на правоаголник се разликуваат за $4,2\text{ cm}$, а неговиот периметар е $23,2\text{ cm}$. Над неговата подолга страна како над основа, од надворешната страна на правоаголникот е нацртан рамнокрак триаголник чиј периметар е еднаков на периметарот на правоаголникот. Определи ги должините на страните на триаголникот.
524. Определи ги сите правоаголници чии должини на страни се природни броеви, а кај кои мерните броеви на периметарот и плоштината се еднакви.
525. Определи го бројот на различните правоаголници кои имаат плоштина 36 cm^2 и чии должини на страни изразени во сантиметри се природни броеви.
526. Правоаголна површина со димензии 2 m и 1 m треба да се попличи така што се користат квадратни плочки со должина на страна 15 cm . Које најмалиот број плочки кои што треба да се расечат?
527. Основата на пластеникот е правоаголник со должини на страни 4 m и 2 m . На тлото на пластеникот треба да се сместат два вида вазни во облик на коцка чии рабови се со должини 10 cm и 20 cm . Помалите вазни треба да се три пати повеќе од поголемите. Колку мали и колку големи вазни може да се сместат во пластеникот?
528. Стаklar има на располагање стакло со правоаголен облик со должина $2,4\text{ m}$ и ширина $1,8\text{ m}$, од кое треба да исече две стакла, секое со димензии $1,6\text{ m}$ и $0,95\text{ m}$. Колку парчиња стакла со димензии $0,6\text{ m}$ и $0,4\text{ m}$ може стакларот да исече од преостанатото стакло. Колкав дел по сечењето од почетното стакло останал неискористен?

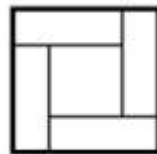
529. Правоаголник и квадрат имаат еднакви плоштини. Должината на страната на квадратот е 1,6 пати поголема од ширината на правоаголникот, а должината на правоаголникот е $12,6\text{ cm}$. Определи ги периметрите на квадратот и правоаголникот.

530. Периметарот на правоаголникот е еднаков на 100 cm . Едната негова страна е за 4 cm подолга од другата страна. Определи ја плоштината на квадратот со должина на страна еднаква на должината на пократката страна на правоаголникот.

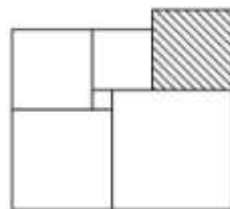
531. Периметарот на правоаголникот е 9 cm . Определи ја плоштината на правоаголникот ако должината на едната страна е еднаква на $0,8$ должини на другата страна.

532. Должината на правоаголникот е 42 cm , а неговата ширина е $\frac{3}{7}$ од должината, Определи ја плоштината на квадратот кој има еднаков периметар со правоаголникот:

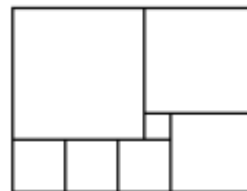
533. Квадрат е поделен на четири еднакви правоаголници и еден мал квадрат како што е прикажано на цртежот десно. Определи ја плоштината на големиот квадрат ако периметарот на малиот квадрат и на секој правоаголник е 20 cm .



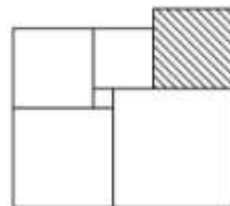
534. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од шест квадрати. Определи ја плоштината на штрафираниот квадрат, ако плоштината на најмалиот квадрат е $2,25\text{ cm}^2$.



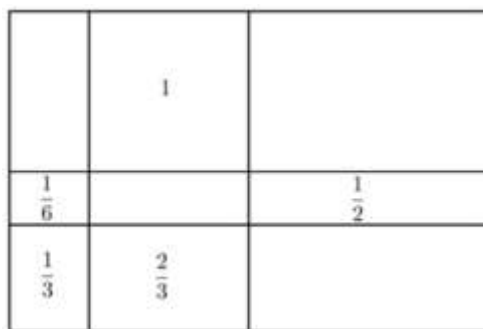
535. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од седум квадрати. Определи ја плоштината на правоаголникот ако должината на страната на најголемиот квадрат е 5 cm .



536. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од шест квадрати. Определи ја плоштината на штрафираниот квадрат, ако плоштината на најмалиот квадрат е $2,25\text{ cm}^2$.

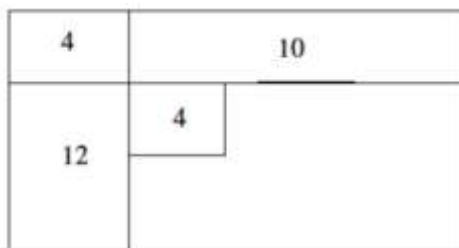


537. Правоаголник е поделен на девет правоаголници на начинот прикажан на цртежот десно. Плоштините на пет од нив се $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ и 1 сантиметар квадратен. Определи ја плоштината на целиот правоаголник.

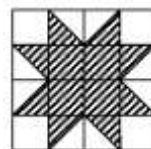


538. Дадени се два правоаголници со димензии $a \times b$ и $b \times c$, каде a, b, c се природни броеви за кои важи $a > b > c$. Ако збирот на плоштините на двата правоаголници е 84 cm^2 , која е најмалата можна разлика меѓу плоштините на двата правоаголника?

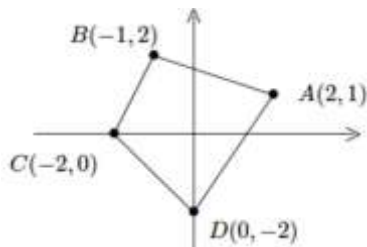
539. Правоаголна градина е разделена на делови на начин како што е прикажано на цртежот десно. Во полињата се прикажани плоштините на четири делбени делови изразени во метри квадратни. Определи ја плоштината на петтиот дел.



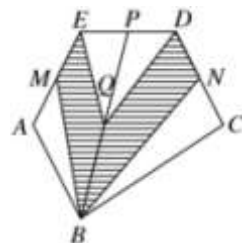
540. Определи го односот меѓу плоштината на штрафираниот и плоштината на белиот дел од големиот квадрат.



541. За четриаголникот $ABCD$ е дадено $A(2,1), B(-1,2), C(-2,0)$ и $D(0,-2)$, цртеж десно. Определи ја плоштината на овој четриаголник.

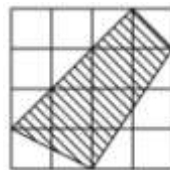


542. На цртежот десно точките M, N, P, Q се средини на отсечките AE, CD, DE, BP , соодветно. Плоштината на петаголникот $ABCDE$ е еднаква

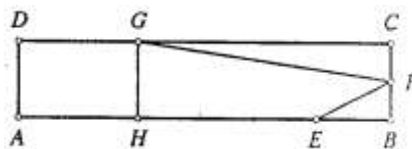


на 8 cm^2 . Определи ја плоштината на штрафираниот дел на петаголниот $ABCDE$.

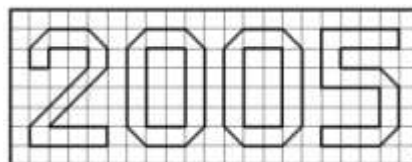
543. Квадрат со должина на страна 4 cm е поделен на квадратчиња со должина на страна 1 cm (цртеж десно). Определи ја плоштината на штрафираниот четириаголник.



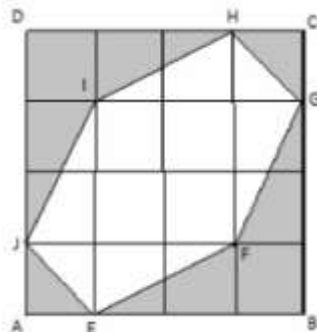
544. Даден е правоаголник $ABCD$ со периметар 72 cm , а должината на едната страна е пет пати поголема од должината на другата страна. Определи ја плоштината на четириаголникот $EFGH$ (цртеж десно), ако должината на отсечката EB е еднаква на $\frac{1}{5}$ од должината на отсечката AB , должината на отсечката DG е еднаква на $\frac{1}{3}$ од должината на отсечката CD , точката F е средина на страната BC , а четириаголникот $AHGD$ е правоаголник?



545. Колкав дел од плоштината на правоаголникот зафаќа плоштината покриена со цифрите?



546. Во квадратот $ABCD$ со плоштина 16 cm^2 , е означен шестаголник $EFGHIJ$ (цртеж десно). Определи ја плоштината на сивиот дел од квадратот.

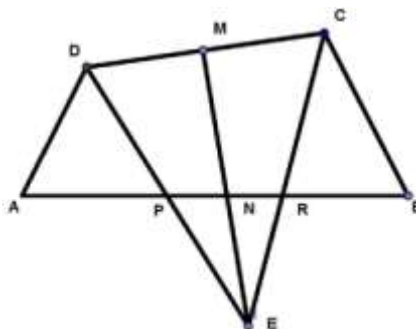


547. Ширината на правоаголникот чиј периметар е 78 m е еднаква на пет осмини од неговата должина. Определи ја плоштината на овој правоаголник.

548. Плоштината на секое квадратче во мрежата прикажана на цртежот десно е еднаква на 1 cm^2 . Определи ја плоштината на сивата фигура.

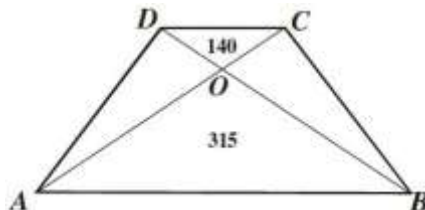


549. Точките M и N се средини на страните AB и CD на конвексниот четириаголник $ABCD$. Точката E припаѓа на правата MN (цртеж десно). Колку од паровите триаголници: DME и CME , ANE и BNE , DNE и CNE , DMN и CMN , PNE и RNE , прикажани на цртежот имаат еднакви плоштини.

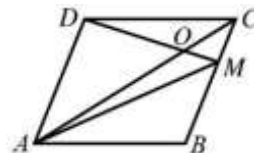


550. Во квадратна мрежа со должина 1 cm на страните на единичните квадрати е конструиран квадрат со должина на страни 10 cm кои се на хоризонталите и вертикалите на мрежата. Понатаму, конструиран е втор квадрат чии темиња се во јазлите на мрежата на страните на првиот квадрат. Определи ја најголемата можна плоштина на вториот квадрат.

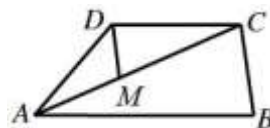
551. Во трапезот $ABCD$ со основи AB и CD дијагоналите AC и BD се сечат во точка O . Плоштините на триаголниците AO и CDO се 315 cm^2 и 140 cm^2 . Определи ја плоштината на триаголникот BOC .



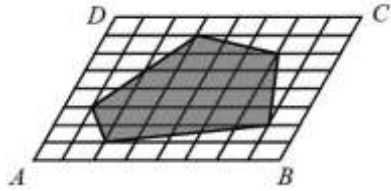
552. Даден е паралелограм $ABCD$ (цртеж десно). Нека M е точка од страната BC , правата DM ја сече дијагоналата AC во точката O и плоштините на триаголниците ABM и COM се 8 cm^2 и 1 cm^2 . Определи ја плоштината на паралелограмот $ABCD$.



553. Даден е трапез $ABCD$ ($AB \parallel CD$) и точка $M \in AC$ таква што $DM \parallel AC$. Плоштините на триаголниците AMD и MCD се 12 cm^2 и 16 cm^2 . Определи ја плоштината на трапезот $ABCD$.



554. Секоја од страните на паралелограмот $ABCD$ е поделена на осум еднакви делови и низ делбените точки се повлечени отсечки, паралелни со страните, така што е добиена мрежа од еднакви мали паралелограми.



Плоштината на обоениот дел од фигурата е еднаква на 48 cm^2 .
Опреди ја плоштината на паралелограмот $ABCD$.

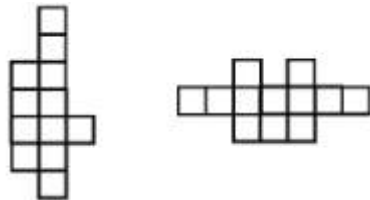
555. Точките P и Q припаѓаат соодветно на страните BC и AC на триаголникот ABC , така што $\overline{AQ} = \frac{1}{4}\overline{QC}$ и $\overline{BP} = \frac{1}{4}\overline{PC}$. Отсечките AP и BQ се сечат во точка O и важи $P_{QOPC} = \frac{m}{n}P_{ABC}$, каде $\frac{m}{n}$ е нескратлива дробка. Опреди го збирот $m+n$.

556. Даден е правоаголник $ABCD$ со должини на страни $\overline{AB} = 2\text{ cm}$ и $\overline{AD} = 1\text{ cm}$. Точките M и N припаѓаат на страните AB и AD и важи $\overline{AM} = m\text{ cm}$ и $\overline{AN} = n\text{ cm}$. Ако BN и DM се сечат во точката O и $P_{OBCD} - P_{AMON} = \frac{1}{2}$, опреди ја вредноста на изразот $m+2n$.

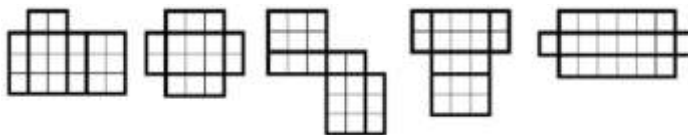
557. Во правоаголникот $ABCD$ точката G е од страната DC и важи $\overline{DG} = \frac{1}{3}\overline{DC}$, а DH е нормалата од точката D кон правата BG , при што H припаѓа на правата BG . Ако $\overline{BG} = 9\text{ cm}$ и $\overline{DH} = 2\text{ cm}$, опреди ја плоштината на правоаголникот $ABCD$.

П4.6. КОЦКА И КВАДАР

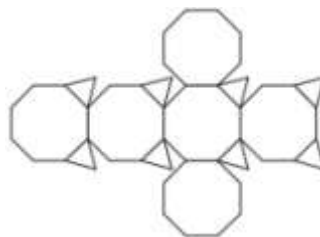
558. Дали секоја од дадените фигури може да се подели на два дела така што секој од добиените четири дела е мрежа на коцка?



559. Од колку од дадените мрежи може да се состави кутија без капак чиј волумен е еднаков на 6 cm^3



560. На цртежот десно е прикажана обвивката на телот пресечена коцка. Колку рабови има ова тело?



561. Во еден базен, по дожд, нивото на водата се зголемило за 4 cm . Колку литри вода притоа паднале на рамен кров со димензии $9,5\text{ m}$ и $8\frac{1}{4}\text{ m}$?

562. Волуменот на квадратот е 336 cm^3 , а должините на трите раба кои излегуваат од едно теме се три последователни природни броеви. Определи ја плоштината на овој квадрат.

563. Висината на училницата во облик на квадрат е 4 m , а ширината е $6,2\text{ m}$. Во училницата учат 32 ученика. Определи ја должината на училницата, ако за секои три ученика е обезбеден простор од $18,6\text{ m}^3$.

564. Коцка е расечена на два правоаголни паралелопипеди чии плоштини се однесуваат како 2:1. Определи го односот на волумените на двата паралелопипеди.

565. Коцка е поделена на два паралелопипеди така што волуменот на едниот е два пати поголем од волуменот на другиот. Определи го односот на плоштините на овие паралелопипеди?

566. Даден е квадрат со должини на рабовите a, b, c . Како ќе се промени волуменот на квадратот ако:

- висината се зголеми 10 пати,
- должината, ширината и висината се намалат по 10 пати,
- должината се зголеми за 4 пати, ширината се зголеми за 3 пати, а висината се намали за 6 пати,
- висината се намали за 3 единици должина?

567. Дрвена коцка со должина на раб $a\text{ cm}$ е поделена на два паралелопипеди со должини на рабови $b\text{ cm}$ и $c\text{ cm}$. Познато е дека a, b, c се три

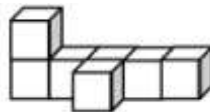
последователни прости броеви. Определи ја разликата на плоштините на двата паралелопипеди.

568. Со една кутија боја може да се бојадисаат $3 m^2$. Колку кутии боја се потребни за да се бојадиса соба со височина $3 m$, ширина $3,32 m$ и должина $4 m$, во која има прозорец со височина $1 m$ и ширина $2 m$ и врата со височина $1,9 m$ и ширина $1 m$.

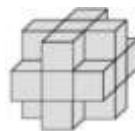
569. Определи го бројот на различните правоаголни паралелопипеди кои може да се состават од 2006 коцки со должина на раб $1 cm$.

570. Млекара произведува кашкавал во форма на паралелопипед кој има маса $800 g$. Менаџерот одлучил кашкавалот да го произведува и во паралелопипеди кои два пати помали димензии. Колкава ќе биде масата на овие пакувања кашкавал?

571. Телото прикажано на цртежот десно е формирано од коцки со должина на раб $1 cm$. Определи ја плоштината на ова тело.



572. Од секое теме на коцка со должина на раб $3 cm$ е отсечена коцка со должина на раб $1 cm$. Определи ја плоштината на добиеното тело.

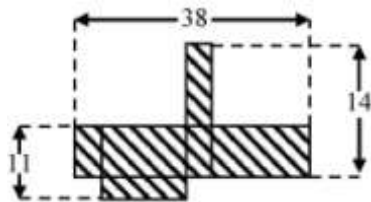


573. Гордан од картон треба да изразботи и да обои коцка со волумен $64 cm^3$. За колку време ќе ја заврши целата работа, ако за цртање и сечење на обвивката на коцката се потребни 20 минути, за составување на коцката се потребни 5 минути, а за бојење на $1 cm^2$ се потребни 10 секунди?

574. Правоаголен паралелопипед има волумен $180 cm^3$. Определи ја неговата плоштина ако се знае дека должините на рабовите се природни броеви поголеми од 1 и секои два од нив се заемно прости.

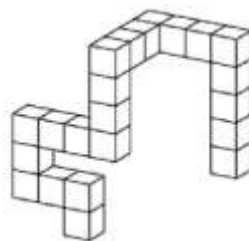
575. Стаклен сад без капак има форма на правоаголен паралелопипед со димензии изразени во дециметри прости броеви и најмалиот меѓу нив е висината на садот. Садот собира 2015 литри вода. Определи ја внатрешната плоштина на садот.

576. На цртежот е прикажана мрежа на правоаголен паралелопипед кај кој означените должини 11, 14 и 38 се во сантиметри. Определи ги волуменот и плоштината на овој паралелопипед.



577. Илија сака да направи базен со длабочина $1,5\text{ m}$ и волумен 24 m^3 . За обложување на базенот тој користи квадратни плочки со димензии $25 \times 25\text{ cm}$. Илија сака базенот да има такви димензии што при неговото обложување ќе се искористат најмалку плочки. Кој е минималниот број плочки кои се потребни за обложување на базенот?
578. Еднакви тули со димензии $25\text{ cm} \times 25\text{ cm} \times 14\text{ cm}$ се наредени на следниов начин: најдолу се поставуваат 36 тули во форма на правоаголен паралелопипед со квадратна основа и висина 14 cm , над него се поставуваат 25 тули во форма на правоаголен паралелопипед со квадратна основа и висина 14 cm , потоа 16 тули на сличен начин итн. на крајот се поставува 1 тула. Определи ја плоштината на добиеното тело.
579. Колку квадратни плочки со должина на страна 25 cm се потребни за поплочување на дното и страните на базен со должина 25 m , ширина 13 m и длабочина $1,25\text{ m}$?

580. Митко изработува фигура која ја прави од еднакви коцки при што секоја коцка со сидовите е залепена со две од останатите коцки. Залепените сидови исцело се поклопуваат. Определи го најмалиот број коцки кои му се потребни на Митко за да ја доврши фигурата прикажана на цртежот десно.



II5. ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

II5.1. МНОЖЕСТВА

581. Дадени се множествата

$$A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\} \text{ и } B = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbb{N}\}.$$

Со помош на симболи означи каков однос постои меѓу множествата

а) A и \mathbb{N} , б) B и \mathbb{N} , в) A и B , г) $A \cup B$ и \mathbb{N} .

582. Елементите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 се единствени кои ги формираат множествата A, B и C . Определи множества A, B и C такви што се исполнети следниве услови:

- а) ниту еден од елементите не припаѓа на сите три множества,
- б) елементите 3 и 8 припаѓаат само на множеството B ,
- в) секој од елементите 1, 4 и 7 припаѓа само на едно од множествата A, B и C ,
- г) множеството A содржи само два елемента,
- д) елементот 2 припаѓа на две од множествата A, B и C ,
- е) $1 \notin B, 2 \notin A, 4 \in A, 6 \in A, 6 \in B, 7 \notin B$.

583. Определи ги множествата A и B за кои се исполнети условите:

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \quad A \cap B = \{3, 4, 5, 6\}, \quad 7 \notin A \setminus B \text{ и } 2 \notin B \setminus A.$$

584. Определи ги множествата A, B и C за кои важи:

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\},$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\},$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\},$$

$$A \cap B = \{1, 2\}, \quad A \cap C = \{3, 7\}.$$

585. Дадено е множеството $S = \{x \mid x = 3a + 5, x < 20\}$.

- а) За кои вредности на бројот a од множеството \mathbb{N}_0 множеството S нема да биде празно?
- б) За кои вредности на бројот a од множеството \mathbb{N} множеството S ќе биде празно?

586. Спортско друштво има 60 членови. Од нив 39 играат фудбал, 28 играат ракомет, а 16 играат и фудбал и ракомет. Дали постојат членови на друштвото кои не играат ниту фудбал ниту ракомет?

587. Во едно одделение има 31 ученик од кои секој знае или да плива или да вози велосипед, а 11 ученици и пливаат и возат велосипед. Колку ученици знаат да пливаат, а колку знаат да возат велосипед, ако има два пати повеќе ученици кои знаат да пливаат од оние кои знаат да возат велосипед?
588. Во едно одделение има 33 ученици. Ако 21 ученик игра кошарка, 18 ученици играат фудбал и 6 ученици не играат ниту кошарка ниту фудбал, колку ученици играат и фудбал и кошарка?
589. Во шесто одделение во училиштето на Горјан учениците учат три странски јазици и тоа: 2 учат француски, англиски и руски, 9 учат само француски и англиски, 13 учат француски и англиски, 12 учат руски и англиски, 29 учат англиски, 6 учат само француски и 7 учат само руски.
- а) Колку ученици има вкупно во шесто одделение?
 б) Колку ученици учат руски јазик?
 в) Колку ученици учат француски јазик?
590. Во една паралелка од 26 ученици 14 знаат англиски јазик. Колку ученици знаат германски јазик, ако бројот на учениците кои знаат и англиски и германски е еднаков на бројот на учениците кои не знаат ниту еден од двата јазици?
591. Определи го бројот на природните броеви кои се помали од 1000 и кои не се деливи ниту со 5, ниту со 7.

592. Со помош на знаците за операциите со множества изрази ги осенчените делови на Веновите дијаграми:



593. Дадено е множеството $S = \{b, k, o, n\}$. Определи ги сите подмножества на множеството S . Колку подмножества доби?
594. Дали постојат две конечни множества A и B кои имаат еднаков број елементи, а се такви што нивниот пресек има 57 елементи и нивната унија има 134 елементи.

595. За два природни броја ќе велиме дека се пријатели ако нивната разлика е 4 или 13. Нека M е множеството од сите природни броеви од 1 до 17.

а) Најди осум броја од множеството M такви што секои два од нив не се пријатели.

б) Докажи дека при секој избор на девет броја од M меѓу нив секогаш има два броја кои се пријатели.

в) Ако A е множеството од сите природни броеви од 1 до 2006, кој е најголемиот број броеви кои може да се изберат така што секои два од нив да не се пријатели?

596. Го разгледуваме множеството од следниве градови: Загреб, Карловац, Осиек, Риека, Белград, Ниш, Ваљево, Чачак, Смедерево, Травник, Сараево, Мостар, Бања Лука, Приедор и релација „се наоѓа во иста држава како“. Покажи дека оваа релација е релација на еквиваленција и испиши ги класите на еквиваленција.

597. Даден е множеството $S = \{2, 3, 5, 7\}$. Во множеството S запиши ја релацијата „е помал од“ и истата прикажи ја графички.

598. Дадена е функцијата $f = (\frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{3}{10} \frac{4}{17})$. Определи го правилото со кое оваа функција е дефинирана.

599. Пресликувањето $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^-$ е дадено со формулата $f(x) = -x^2 - 1$. Дали ова пресликување е сурјекција, инјекција или биекција?

600. Дадени се множествата

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ и } C = \{4, 5, 6, 7, 8, \dots, 14, 15, 16, 17\}.$$

Функциите $f: A \rightarrow B$ и $g: B \rightarrow C$ се зададени со: $f(x) = x + 3$ и $g(x) = 2x - 1$. Со h да ја означиме композицијата на функциите f и g , т.е. $h: A \rightarrow C$ е зададена со $h(x) = g(f(x))$. Пополни ја табелата:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$									
$g(x)$									
$h(x)$									

II.5.2. ЛОГИЧКИ ЗАГАТКИ

601. Ако пет дена по вчера е понеделник, тогаш кој ден од седмицата е утре.
602. Во едно семејство секое од децата има барем двајца браќа и барем две сестри. Определи го најмалиот можен број деца во ова семејство.
603. Во средината на езерото има површина со алги. За еден ден алгите ја зголемуваат плоштината за 3 пати, а за 27 дена тие го покриваат целото езеро. За колку дена алгите покриваат третина од езерото?
604. Во иста зграда во 4 стана живеат лицата A, B, C и D . Лицата B, C и D се браќа на лицето A и освен нив лицето A нема други браќа. Во станот на лицето A има две врати и 3 прозорци. Во станот на лицето B има толку врати колку што има прозорци во станот на лицето C и толку прозорци колку таму што има врат. Во становите на браќата на лицето D има еднаков број врати и прозорци. Дали во истата зграда живеат бацанакот на лицето A ?
605. Тројца алпинисти вкупно се качиле на 20 планински врвови, така што секој од нив се качил на 12 врвови. За еден врв ќе велиме дека е леснодостапен ако на него се качиле сите тројца, а ако на врвот се качил само еден од алпинистите ќе велиме дека е тешкодостапен. Од овие 20 врвови леснодостапни се 7. Колку врвови се тешкодостапни?
606. Од три моливи, да ги означиме со A, B, C , еден е црвен, друг е жолт и трет е зелен. Која боја е кој молив ако само еден од неведените искази е точен:
- 1) A е црвен.
 - 2) B не е црвен.
 - 3) C не е зелен.
607. Во книжарницата се продаваат моливи кои се запакувани во кутии од по 9, 14 или 20 моливи. Само едно од следниве тврдења е точно. Кое е тоа?
- а) Иван купил 30 моливи.
 - б) Иван купил 31 моливи.
 - в) Иван купил 39 моливи.
 - г) Иван купил 53 моливи.
 - д) Иван купил 66 моливи.

608. На училипниот кроз учениците A, B, C, D, E ги освоиле првите пет места. На прашањето кој кое место го завзел, од пет гледачи се добиени следниве одговори:

- 1) C е втор, B е трет.
- 2) E е трет, D е петти.
- 3) E е втор, D е прв.
- 4) C е втор, A е четврт.
- 5) B е прв, A е четврт.

Во секој одговор еден дел е точен, а другиот не е точен. Определи го редоследот на учениците A, B, C, D, E .

609. На натпреварот по математика се запознале четири девојчиња: Марија, Елена, Лидија и Васка. Тие доаѓаат од четири различни града: Прилеп, Штип, Битола и Тетово. Васка и Марија не се од Прилеп, Елена и Лидија ќе ја посетат пријателката во Битола, Лидија и Васка редовно зимуваат во Тетово, а Марија уште не била ниту во Штип, ниту во Тетово. Која ученичка од кој град доаѓа?

610. Од пет луѓе Петар Гоцев Донов, Иван Стефанов Донов, Петар Стефанов Боев, Иван Гоцев Боев и Петар Стефанов Донов треба да составиш делегација од четворица. Секои двајца во делегацијата треба да имаат или само исто име или само исто татково име или само исто презиме. Кои четворица ќе ја составуваат делегацијата?

611. Во државата Бинарија има 16 градови:

AAAA, AAAX, AAXA, AAXX, AXAA, AXAX, AXXA, AXXX,
XAAA, XAAX, XAXA, XAXX, XXAA, XXAX, XXXA, XXXX.

Патиштата во Бинарија се еднонасочни и од еден град може да се оди во друг град само ако последните две букви на првиот град се совпаѓаат со првите две букви на вториот град. На пример, од AAAA може да се отиде само во AAAX, AAXA, AAXX, а од AAAX може да се отиде само во AXAA, AXAX, AXXA, AXXX. Направи маршрута во кој ќе тргнеш од градот AAAA, секој од преостанатите градови ќе го посетиш точно еднаш и повотрно ќе се вратиш во градот AAAA.

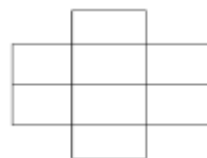
612. Седумте цуциња секое утро трчаат во колона едно по друго во некој редослед. За да се рамноправни тие сакаат секое цуце најмногу еднаш да е на прво и најмногу еднаш да е на последно место во колоната. Освен тоа, за секои две цуциња X и Y важи дека во колоната цуцето

X најмногу енаш да е непосредно пред цуцето Y . За колку денови може да се задоволат поставените услови?

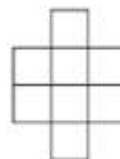
613. Околу тркалезна маса на еднакви растојанија едно од друго седат неколку деца. Тие се нумерирани со броевите 77, 78, 79, 80, ... Детето со број 101 е точно наспроти детето со број 79. Колку деца седат околу масата?
614. Нервозно дете се смирува ако добие барем три различни играчки. Кој е најголемиот број нервозни деца кои што може да се смират ако имаме 8 топки, 10 автомобилчиња, 26 коцки и 16 работи?
615. Во кутија има бели, зелени и црвени топки со запишани броеви од 1 до 9. Две од белите топки се со бројот 1, три со бројот 2, една со бројот 4 и шест со бројот 5. Зелените се три со бројот 3, три со бројот 5, седум со бројот 6 и девет со бројот 7. Црвените се: седум со бројот 6, пет со бројот 7, четири со бројот 8 и шест со бројот 9. Од кутијата вадиме топки без да гледаме. Кој е најмалиот број топки што треба да го извадиме за да сме сигурни дека имаме барем четири топки со иста боја и со ист број?
616. Педесет деца играат оро во круг. Притоа 24 деца држат за рака момче, а 40 држат за рака девојче. Колку момчиња има во оротото?

III.3. НУМЕРИЧКИ ЗАГАТКИ

617. Броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 распореди ги во квадратчињта на цртежот десно, но така што соседни броеви да не се наоѓаат во полиња кои имаат заедничка страна.



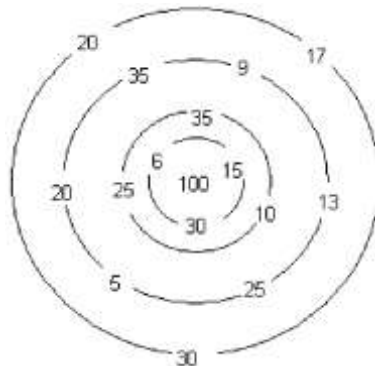
618. На колку начини во квадратчињтата на цртежот десно може да се запишат броевите од 1 до 8 така што во секој ред и во секоја колона броевите да се во растечки редослед (од лево кон десно и од горе кон долу).



619. Малиот Пабло дошол во продавница да купи чоколадо. Продавачот му кажал дека има 10 кутии со по 20 чоколади во секоја кутија. Во 9 кутии секоја чоколада има маса од по 100 g, а само една кутија содржи чоколади со маса од по 110 g. Продавачот му ветил на Пабло

дека ако само со едно мерење на вага со тегови определи во која кутија се чоколадата од по 110 g, тогаш ќе му ја поклониме целата таа кутија. Помогни му на Пабло да ги добие чоколадите.

620. На цртежот десно се дадени четири кружници со „врати“, т.е. отвори на кои се наоѓаат определени броеви. Определи низ кои „врати“ треба да се помине за да се дојде до центрите на кружниците и притоа да се добие збир 100.



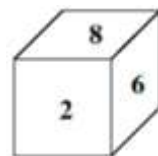
621. Распредели ги броевите 20, 30, 40, 50, 22, 32, 43 и 65 во две групи така што разликата на збирите на броевите во двете групи да е најмала.
622. Горјан има по еден тег од 1 до 8 грама. На колку различни начини теговите може да се поделат во две групи со еднакви вкупни маси?
623. На колку начини бројот 9 може да се запише како збир на барем два природни броја?
624. Јанко секој ден оди на риболов и кога ќе се врати на синот му вели: „Денес уловив повеќе риби отколку пред три дена, но помалку отколку пред осум дена“.
- а) Дади пример за бројот на уловените риби во 15 последователни дена така што реченицата искажана од Јанко за последните седум дена да е точен исказ.
- б) Докажи дека во осум последователни денови исказот на Јанко не може да е точен.
625. На тениски турнир учествуваат 128 тенисери. Турнирот се реализира по систем на елиминација: победениот во секој меч отпаѓа од натпреварувањето, а победникот продолжува во следниот круг. Сите тенисери учествуваат во првиот круг. Тенисерите кои се пласирани во вториот круг повторно се делат на парови, играат меѓу себе итн. На крајот остануваат два тенисери. Сите имаат број и најсилен е бројот 1, потоа следува бројот 2 итн. Познато е дека ако броевите на два тенисери од еден пар се раликуваат за повеќе од две единици, тогаш секога

победува тенисерот со помал број. Кој е најголемиот број што може да го има победникот на турнирот?

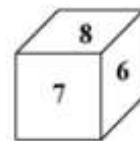
626. На одбојкарски турнир учествуваат три тима. При победа од 3:0 или 3:1 победникот добива 3 бода, а поразениот добива 0 бодови. При победа од 3:2 победникот добива 2 бода, а поразениот 1 бод. Секој тим игра со секој од преостанатите два тима по еден натпревар. Во зависност од освоените бодови a, b, c ($a \geq b \geq c$) се оформува крајната табела. Определи го бројот на начините на распределба на бодовите a, b и c .

627. На конкурс учествуваат шест музичари чии изведби ги оценува тричлено жири. Секој член на журито го подредува музичарите во редослед: најдобриот е прв и добива 1 поен, следниот е втор и добива 2 поени итн. Така се добиваат три списоци. Рангирањето се врши според збирот на освоените поени на секој музичар во трите списоци. Музичарот кој има најмалку поени се наградува. На пример, ако списоците се: 4,3,6,2,5,1; 2,6,4,3,5,1 и 2,4,1,3,6,5 тогаш зборовите на освоените поени се: 8,13,11,8,16,7 и награден е шестиот музичар. Определи го најголемиот можен збир кој може да го имаат наградените на конкурсот?

628. На страните на коцка се запишани шест различни броја. Три од нив се 2, 6 и 8. Останатите три броја се такви што секој од дадените броевисобран со удвоениот спротивен на него број дава едн ист збор. Определи го најмалиот можен збир на шесте броја.



629. На секоја страна на коцката е запишан по еден број. Две страни на коцката се соседни ако имаат заеднички раб. Сите можни зборови запишани на две соседни страни на коцката се 10, 11, 12, 13, 14 и 15. Три од запишаните броја на коцката се прикажани на цртежот десно.



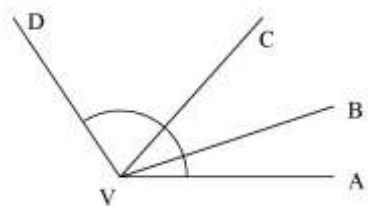
Определи го производот на броевите кои не се гледаат, ако нивниот збир е најмал можен.

630. Секој од броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6 е запишан на една од страните на коцка. Пабло ја фрла коцката два пати. По првото фрлање збирот на броевите запишани на горната и долната страна е 8, а по второто тој збир е 9. Кој број е запишан наспроти бројот 3?

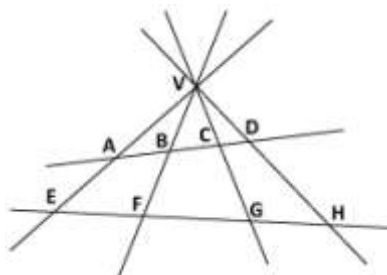
631. Шест деца изеле вкупно 20 бомбони, при што секое дете изело барем една бомбона. Пабло пресметал дека има 12 различни начини за подредување на децата во редица такви што ако детето X изело повеќе бомбони од детето Y , тогаш X ќе биде во редицата пред Y . Определи ја најголемата можна разлика на бројот на бомбоните кои ги изело првото дете во редицата и бројот на бомбоните кои ги изело последното дете во редицата.
632. На таблата се запишани броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Еден од броевите се бриши така што производот на два од останатите броеви е еднаков на збирот на другите три. Определи го збирот на броеите кои може да се избришат.
633. Марко на таблата запишал пет природни броја. Валерија успеала да запише природен број под секој од броевите така што збирот на броевите на Митко бил еднаков на збирот на броевите на Валерија и збирот на секои два броја запишани еден под друг е еднаков. Сите броеви кои биле запишани на таблата се различни. Ако првите четири броја кои ги запишал Митко се 16, 13, 19 и 7, најди го најмалиот петти број кој може да го запише Митко. (Бројот 0 не е природен број.)
634. Иван напишал шестцифрен број во кој ги искористил сите цифри 1, 2, 3, 4, 5 и 6. По него Максим започнувајќи од лево на десно на местото на секоја цифра од бројот на Иван го запишал бројот на цифрите по неа кои се помали од неа. Бројот кој го добил Максим е 340210. Определи ја цифрата на единиците на бројот на Иван?

II.4. ГЕОМЕТРИСКИ ЗАГАТКИ

635. Нацртај ги сите можности на пет прави со различен број пресечни точки. Колку можности постојат?
636. Запиши ги аглиите кои се прикажани на цртежот десно. Колку агли запиша?
637. Низ три различни точки во рамнината се повлечени сите прави. На колку делови е поделена рамнината со овие прави?



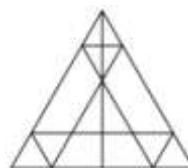
638. Колку отсечки и колку триаголници се прикажани на цртежот десно?



639. Колку отсечки и колку триаголници се прикажани на цртежот десно?



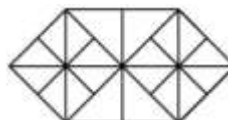
640. Определи го бројот на триаголниците на цртежот десно?



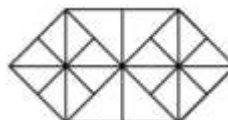
641. Нацртај три паралелни прави и четири прави кои се нормални на нив. Определи го бројот на правоаголниците кои се формирани од овие прави.



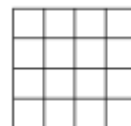
642. Определи го бројот на квадратите чии темиња се наоѓаат во точките прикажани на цртежот десно.



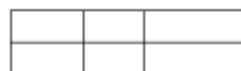
643. Колку квадрати содржи фигурата прикажана на цртежот десно?



644. Сидовите на коцка со должина на раб 5 cm се бојадисани, а потоа коцката е расечена на помали коцки со должини на раб 1 cm . Колку мали коцки имаат бојадисано непарен број сидови?



645. Колку квадрати се прикажани на цртежот десно?



646. Колку правоаголници се прикажани на цртежот десно?

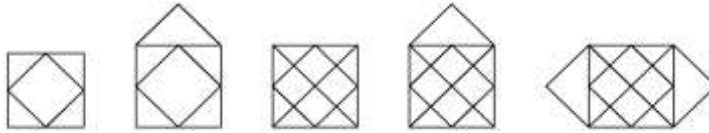


647. Дадени се две еднакви кружници. Првата е неподвижна, а втората се тркала околу првата и прави две обиколки околу неа. Колку пати втората кружница се завртува околу својот центар?

648. Десет исти топчиња може да се наредат во облик на рамностран триаголник, но не и во облик на квадрат. Колку најмалку топчиња може да наредиме и во форма на рамностран триаголник и во форма на квадрат?



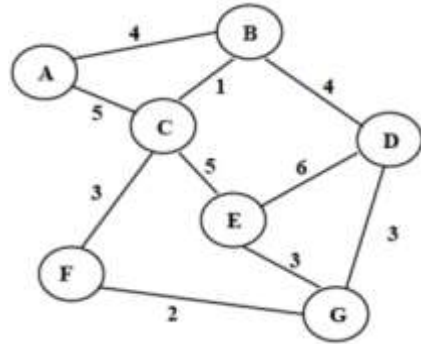
649. Која од дадени фигури не може да се нацрта без да се подигне моливот и без притоа преку некоја линија да се помине повеќе од еднаш?



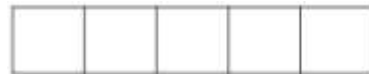
650. Без да го подигаш моливот од листот и минувајќи по секоја линија само еднаш нацртај ја дадената фигура се најмал може број отсечки, т.е. со најмалку вртења.



651. На цртежот десно се дадени градови и растојанија во километри мешу нив. Еден автомобил тргнал од градот А и по најкраткиот можеш пат се упатил кон градот G. Оттаму по најкраткиот можеш пат се упатил кон градот B. Колку километри вкупно поминал автомобилот?



652. Хартиена лента составена од пет квадрати треба да се расечи на делови од кои треба да се состави квадрат. Кој е најмалиот број сечења со кои тоа може да се направи?



II.5. КОМБИНАТОРИКА

653. Определи го бројот на двоцифрените броеви кај кои разликата на цифрите им е делива со 3.
654. Катерина запишала трицифрен парен број и забележала дека збирот на стотките и десетките е два пати поголем од единиците. Колку вакви броеви може да запише Катерина?

655. Определи го бројот на броевите кои се поголеми од 500 и се помали од 550 и во чиј запис има две цифри чија разлика е 1.
656. Испиши ги сите четирицифрени природни броеви чиј збир на цифри е еднаков на 6.
657. Определи го бројот на природните броеви кои се помали од 1000 и кои не се деливи ниту со 5 ниту со 7.
658. Кои петцифрени броеви се повеќе: оние кои не се деливи со 5 или оние кај кои цифрата на илјадитите и цифрата на десетилјадитите се различни од 5?
659. Определи го бројот на петцифрените природни броеви такви што:
- бројот е делив со 4, а при делење со 5 дава остаток 2,
 - збирот на цифрите на стотките и десетилјадитите е 8,
 - цифрата на илјадитите е непарна?
660. Определи го бројот на трицифрените броеви деливи со 5 чиј збир на цифрите на десетките и стотките е еднаков на 12.
661. Определи го бројот на трицифрените броеви во чиј запис најмалку една цифра е 7.
662. Определи го бројот на броевите кои се поголеми од 2000, а се помали од 5000, кои може да се запишат со цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ако:
- а) цифрите може да се повторуваат,
цифрите не може да се повторуваат?
663. Определи го бројот на сите седумцифрени броеви кои се запишуваат само со цифрите 1 и 2 и кои се деливи со 36.
664. Определи го бројот на трицифрените броеви кои подеднакво се читаат од лево на десно и од десно на лево.
665. Определи го бројот на трицифрените броеви кои се деливи со 4, но не се деливи со 3.
666. Определи ги сите трицифрени броеви чиј производ на цифри е еднаков на 36. Која е најголемата можна разлика меѓу збирите на цифрите на најдените броеви?
667. Определи го бројот на броевите кои се помали од 3000 и чиј производ на цифри е помал од 210?

668. Определи го бројот на различните петцифрени броеви кај кои барем една цифра е 0.
669. Определи го бројот на четирицифрените броеви чија цифра на илјадитите е парен број, цифрата на стотките е прост број, цифрата на десетките е непарен број, а цифрата на единиците сложен број.
670. Определи го бројот на шестцифрените броеви кои се запишани со помош на цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6 и кај кои цифрите не се повторуваат.
671. Определи го бројот на шестцифрените броеви чиј збир на цифри е 3.
672. Определи го бројот на природните броеви кои се помали од 1000 и кои не се деливи ниту со 4 ниту со 6.
673. Определи го бројот на сите трицифрени броеви чија цифра на единиците е 5, а секоја од останатите две цифри може да биде било која од цифрите 1, 3, 5, 7 или 9. Пресметај го збирот на овие броеви.
674. Цифрите од 0 до 9 се запишани на десет картончиња. Со помош на 6 од овие картончиња е формиран шестцифрен број, кој е делив со 7, со 8 и со 9. Првите три цифри на бројот се 7, 8 и 9. Колку различни можности имаме за последните три цифри?
675. Определи го бројот на различните тројки цифри такви што збирот на шесте различни трицифрени броја формирани од трите цифри е еднаков на 2442.
676. Определи го бројот на природните броеви кои се 100 пати поголеми од збирот на нивните цифри.
677. Определи го бројот на трицифрените броеви во чиј запис соседните цифри се различни.
678. Определи го бројот на нескратливите правилни дробки со именител 2012.
679. Определи го бројот на природните броеви кои се помали од 2014 и кои при делење со 4, 5 и 6 даваат остатоци 1, 3 и 3, соодветно?

680. Определи го бројот на трицифрените броеви кои се деливи со 11 и кај кои цифрата на стотките е помала од цифрата на десетките, а цифрата на десетките е помала од цифрата на единиците.
681. Управата на кошаркарскиот клуб Илинден решила броевите на дресовите да се едноцифрени или двоцифрени, да се запишани со различни цифри и притоа да се користат само цифрите 1, 2, 3, 4 и 5. Колку дресови може да имаат играчите на овој клуб?
682. Определи го бројот на различните гердани кои може да се направат од 2 црвени, 2 плави и 1 жолто монистро.
683. Имаме 16 рози, 20 каранфили, 26 хризантини и 33 божури. Определи го најголемиот број букети кои можеме да ги направиме со по 3 различни цвета.
684. На колку начини 10 исти топчиња може да се поделат на 4 деца така што секое дете да добие најмалку 2 топчиња?
685. На турнир во фудбал учествувале 16 тимови кои биле поделени во две групи со еднаков број тимови. Турнирот е организиран на следниов начин: прво во секоја група секој тим игра по еден натпревар со секој друг тим од својата група. Двета најдобри тимови од секоја група се пласираат во вториот круг на натпреварување, каде секој тим игра со секој тим по еден натпревар. На крајот двата најдобри тима меѓусебно играат за прво и второ место, а преостанатите два тима играат за трето и четврто место. Колку натпревари се одиграни на овој турнир?
686. На турнир во кошарка секој тим игра со секој од преостанатите тимови по еден натпревар. На крајот на турнирот се покажало дека 75% од тимовите победиле во барем еден натпревар. Во кошарката секој натпревар завршува со победник. Колку тимови учествувале на турнирот?
687. При почнување на учебната година учениците од една паралелка се поздравиле така што секој од нив се ракувал со 6 девојчиња и 8 момчиња. Ракувањата меѓу момче и девојче биле за 6 помалку од останатите ракувања. Колку ученици учат во таа паралелка?
688. Девет шахисти секој со секој одиграле по една партија шах. Нерешено завршиле три пати помалку партии од преостанатите. Колку партии завршиле со победа на еден од шахистите?

689. За наставата по физичко образование треба да се купат 5 топки. Во продавницата има жолти, зелени и црвени топки. На колку различни начини може да бидат купени петте топки?

690. Павле има 648 топчиња. Тој ги групира во девет еднакви купчиња. Секоја група ја разделува на различен начин во парен број кутии со еднаков број топчиња во секоја кутија. Потоа одделува девет кутии – по една од секој вид на поделба. На колку начини Павле може да избере неколку од деветте кутии така што вкупниот број топчиња во нив е 23?

691. На колку различни начини може да се стигне од полето со број 1 до полето со број 9, ако од секое поле може да се премине само на соседно поле во кое е запишан поголем број? Соседни се полињата кои имаат заедничка страна.



692. Еден по друг се запишани сите датуми од месец јануари:

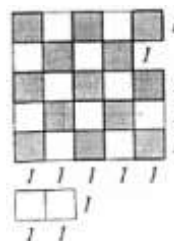
12345678910111213...3031.

Иван сака да обои три од датумите така што никои два од нив да не се последователни и сите необоени сегменти да содржат еднаков број цифри.

693. Броевите од 1 до 20 се запишани на картончиња, на секое картонче по еден број. Кој е најголем број картончиња кои може да се изберат така што меѓу запишаните броеви на нив нема број кој е два пати поголем од друг број?

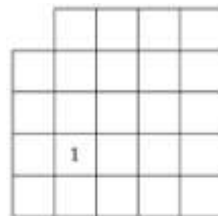
694. Дали може во квадратна мрежа да се постават 2017 правоаголници, составени од по 2017 квадратчиња на мрежата, така што секој правоаголник да има точно по една заедничка точка со други два правоаголника и да нема заеднички точки со преостанатите правоаголници?

695. Дадена е шаховска табла со димензии 5×5 од која е отстрането едно поле цртеж десно). Дали може таблата да се покрие со домино плочки (2×1), но така што секоја плочка ќе покрива точно две по-

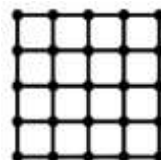


лиња од таблата и плочките нема да се преклопуваат.

696. Илија застанал во квадратчето нумерирано со единица. Со последователно нумерирање на чекорите, докажи како може да го обиколи сите квадратчиња ако се движи само хоризонтално или вертикално, прескокнува најмалку едно квадратче и не застанува повеќе од еднаш во ниту едно квадратче. Кога се движи хоризонтално тоа оди само напред и нема право да се враќа. При преминување од вертикала во хоризонтала или обратно задолжително завртува десно. (Во почетното квадратче може да се заврти каде сака.)

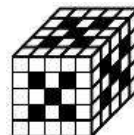


697. Квадратна мрежа од 4×4 квадратчиња има 25 темиња на малите квадратчиња. Мравка тргнува од теме на квадратче, се движи по страните на квадратчињата така што во секое следно теме врти десно или лево. Определи го најголемиот број темиња на квадратчиња на мрежата (вклучувајќи го и почетното теме) кои може да ги обиколи мравката, ако при обиколката во едно теме може да помине само еднаш.



698. Коцка со раб 5 cm е составена од 125 единечни коцки.

Секоја обоена коцка е почеток на колона која се состои од 5 коцки. Колку коцки ќе останат по отстранувањето на колоните кои започнуваат со обоена коцка?



699. Правоаголен паралелопипед е обоен и потоа е расечен на 30 коцки еднакви коцки. Шеснаесет од добиените коцки имаат по две обоени страни. Колку коцки имаат само по една обоена страна?
700. Сидовите на коцка со должина на раб 10 cm се бојадисани, а потоа коцката е расечена на коцки со должина на раб 1 cm . Колку од малите коцки имаат барем една бојадисан сид?
701. Правоаголен паралелопипед има димензии 216 cm , 324 cm , 360 cm . На колку различни начини овој паралелопипед може да се расече на еднакви коцки чии должини на рабови изразени во сантиметри се природни броеви?

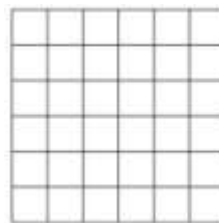
702. Павел треба да расече коцка на 64 еднакви коцки. Кој е најмалиот број сечења со кои тоа може да го направи, ако по секое сечење добиените делови може да се преместуваат?

703. Во Музејот на современа уметност изложена е коцка со волумен $27 m^3$, која е направена од 8000 мали коцки со должина на раб $15 cm$. Во секоја точка од сидовите на големата коцка од која излегуваат рабови на 4 мали коцки се наоѓа по еден златник. Колку златници се употребени при изработка на овој експонат?

704. На цртежот десно две полиња од таблата се обоени во црно, а другите се бели. Пабло избира едно од белите полиња кое има заедничка страна со црно поле и го бои црно. Потоа избира уште едно бело поле кое има заедничка страна со некое од трите црни полиња и го бои црно. Колку различни боења на таблата може да добие Пабло?



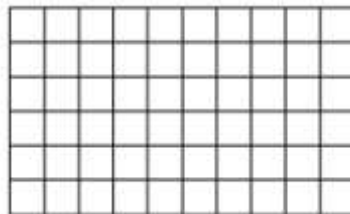
705. Квадрат со должина на страна $6 cm$ е поделен на 36 квадратчиња со должини на страна $1 cm$. За две квадратчиња ќе велíme дека се соседни ако имаат заедничка страна.



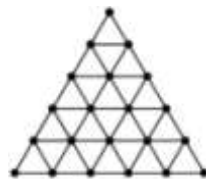
а) Обој ги квадратчињата во црна и бела боја така што секое црно квадратче да има соседно точно едно бело квадратче, а секое бело квадратче да има соседни точно 2 црни квадратчиња.

б) Обој ги квадратчињата во црна и бела боја така што секое црно квадратче да има соседни точно 2 бели квадратчиња и секое бело квадратче да има соседни точно 2 црни квадратчиња.

706. Бел правоаголник со должини на страни $10 cm$ и $6 cm$ е поделен на 60 еднакви бели квадратчиња со страна $1 cm$. Кој е најмалиот број квадратчиња кои треба да се обојат во црно така што од големиот правоаголник да не може да се изече правоаголник со должини на страни $1 cm$ и $4 cm$, кој е составен од 4 бели квадратчиња.

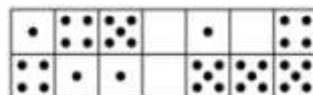


707. Рамностран триаголник со должина на страна 5 cm е поделен на рамнострани триаголници со должини на страни 1 cm (цртеж десно). Определи го најмалиот број триаголници со страна 1 cm кои треба да се обојат така што секоја од означените точки да е теме на обоен триаголник.



708. Квадратна табла е поделена на 49 квадратчиња и во секое квадратче има по еден скакулец. Секој скакулец пресекокна во соседно по дијагонала квадратче. Определи го најмалиот број квадратчиња кои може да останат празни.

709. На колку начини од правоаголникот прикажан на цртежот десно може да се исечат седум различни домино плочки?



710. Самоил го учел синот Горјан да игра шах. Малиот Горјан сака да ги обиколи сите полиња на таблата со последователни потези на коњот, без притоа да стапне на поле во кое веќе бил. Горјан нашол три решенија за табла со димензии 3×4 :

1	4	7	10
8	11	2	5
3	6	9	12

1	4	7	10
12	9	2	5
3	6	11	8

10	7	2	5
1	4	9	12
8	11	6	3

Најди решение за табла со димензии 4×5 .

711. На фудбалски турнир учествуваат 5 тима и секој тим со секој друг тим игра по еден натпревар. За победа се добиваат 3 бода, за пораз нула бодови, а за нерешен резултат секој од двата тима добива по еден бод. На крајот од турнирот првиот тим има 10 бода, вториот – 7 бода, третиот – 5 бода, четвртиот – 4 бода и последниот – 1 бод. Колку натпревари завршиле нерешено?
712. На тениски турнир учествувале шест тенисери и секој изиграл точно по еден меч со секој од останатите тенисери. За победа се добива 1 бод, а за пораз 0 бодови (во тенисот нема нерешен резултат). На крајот од турнирот се покажало дека ако тенисерот А има повеќе победи од тенисерот Б, тогаш А е победник во меѓусебниот меч со Б.
- а) Определи ја распределбата ба бодовите и бројот на можните рангирања во кои секој тенисер освоил различен број бодови.

б) Определи ја распределбата на бодовите и бројот на можните рангирања во кои само три тенисери имаат еднаков број победи.

в) Докажи дека на крајот на турнирот не може да има четири тенисери со еднаков број победи.

713. Горазд учествува на натпревар кој се одржува по следново правило: Натпреварувачот А кажува дата од годината и натпреварувачот В кажува следна дата од истата година во која се запазува или денот или месецот (на пример ако А каже 16 јуни, тогаш В мора да го запази денот 16 или месецот јуни). Двајцата натпреварувачи наизменично кажуваат дати и победува оној натпреварувач кој ќе каже 31 декември. При подготовка за натпреварот Горазд ги открил добитните дати за една календарска година. Која дата е добитна во месец мај?

714. Ана, Бане и Ване играат игра во која се добиваат или губат топчиња. Во првиот круг Ана ги доби половината од топчињата на Бане и третина од топчињата на Ване, при што бројот на неговите топчиња се зголеми два пати. По неколку круга Ана и Бане останале без топчиња, а Ване имал 50 топчиња.

Колку топчиња имал Ване на почетокот, ако тој играта ја почнал со помалку топчиња како од Ана, така и од Бане?

715. Робот е програмиран така што по задавање на некој број тој го удвојува бројот или неговите цифри ги разместува на произволен начин, а потоа продолжува да ја извршува една од двете операции со добиениот резултат. Ако на почетокот на роботот му е зададен бројот 1 и добиение резултати се испишуваат на монитор, кои од броевите 2008, 2009, 2010, 2011 и 2012 не може да се појават на мониторот?

III ОСМО И ДЕВЕТТО ОДДЕЛЕНИЕ

III.1. АРИТМЕТИКА И АЛГЕБРА

III.1.1. ПРЕСМЕТУВАЊА

1. Ако цифрата на единиците на бројот $n^2 + 2n, n \in \mathbb{N}$ е еднаква на 4, тогаш цифрата на десетките на тој број е 2. Докажи!
2. Определи го најмалиот цел број што може да се добие со поставување загради во изразот $1:2:3:4:5:6:7:8:9$.
3. Запиши ги редоследно броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 и меѓу секои два од нив стави знак + или - така што ќе добиеш израз чија вредност е еднаква на 21. Дали може со замена на некои од знаците со спротивни знаци да се добие израз чија вредност ќе биде 20?
4. Определи го збирот на цифрите на природниот број x ако бројот $2x$ е запишан со 2012 двојки и 2012 единици.
5. Пресметај го збирот

$$1+2+3-4-5-6+7+8+9-10-11-12+13+14+15-\dots,$$
 кој содржи 2015 собирци запишани според определеното правило.
6. Броевите од 1900 до 2013 се запишани во низа последователно еден по друг и меѓу секои две цифри се менуваат знаците + и - на следниот начин:

$$1+9-0+0-1+9-0+1-1+9-0+2-\dots-2+0-1+3.$$
 Определи ја вредноста на добиениот збир.
7. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$11-(18-6:0,3)+4+3\cdot(4-8):2.$$
8. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$1+2-3-4+5+6-7-8+9+10-11-\dots+1993+1994.$$
9. Нека $a=1+3+5+\dots+97+99$ и $b=2+4+6+\dots+98+100$. Пресметај ab .
10. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1-\frac{1}{12}\right)\dots\left(1-\frac{1}{2019}\right)\left(1-\frac{1}{2020}\right).$$

11. Нека $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{1991}, x_{1992}$ се последователни цели броеви и нека

$$-x_0 + x_1 - x_2 + \dots + x_{1991} - x_{1992} = 1993.$$

Опреди го бројот x_{1992} .

12. Пресметај ја вредноста на изразот $\frac{2^2 \cdot (-3)^5}{2^3 \cdot (-3)^3}$.

13. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = (0,3^{-3} \cdot 0,3^2)^{-1}$, б) $B = (\frac{1}{2})^{-3} - \frac{1}{2^{-3}}$.

14. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$201520152013^2 - 2 \cdot 201520142010^2 + 201520142007^2.$$

15. Пресметај ја вредноста на изразот: $\frac{2^5 \cdot 5^2 \cdot 3^4 \cdot 4^3 \cdot 15 \cdot 51}{4 \cdot 45^2 \cdot (3+5^3)}$.

16. Пресметај ја вредноста на изразот: $\frac{6 \cdot 27^{12} + 2 \cdot 81^9}{8000^2} : 9^{18}$.

17. Упрости го изразот:

а) $[\frac{(-5)^2 \cdot 3^{-3} \cdot (-1)^4 \cdot (-2)}{5^4 \cdot (-5)^{-1} \cdot 3^{-2} \cdot (-3)^{-1}}]^{-1}$, б) $(a^{3^n})^{-3} \cdot (\frac{a^{2^n}}{a^2})^4$

18. Кој израз е поголем и за колку:

$$A = (-4 \cdot 0,5^{2y-7}) \cdot 12 \cdot (\frac{1}{2})^{10-27} \quad \text{и} \quad B = [27 \cdot (\frac{1}{3})^{5x-1}] : [\frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{3})^{5x-3}].$$

19. За кој природен број n равенството $\frac{1}{(ab)^4} = a^{n-17} b^{9-n}$ е точно за секои природни броеви a и b ?

20. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{-(-\frac{1}{2})^2 - (-\frac{1}{3})^3 - (-\frac{1}{4})^4}{-(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{4})^4}.$$

21. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{(5,127 + 1\frac{7}{12} + 4,873 + 3\frac{5}{12}) : 0,5}{48,12 : 1\frac{1}{5} - 0,2^2 \cdot 2,51 \cdot 250}.$$

22. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$1,7 : \frac{(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 3,75) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - (0,5 + \frac{1}{3} - \frac{5}{12}).$$

23. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\{[(40\frac{7}{30} - 38\frac{5}{12}) : 10,8 + (\frac{7}{8} - \frac{7}{30}) \cdot 1\frac{9}{11}] \cdot 4,8\} : 9,003.$$

24. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$[\frac{1,4 \cdot 0,15}{0,75 - 0,003 \cdot \frac{1}{20}} + (3,2 + 0,25) : 1,15] : 0,85 + 471\frac{7}{17}.$$

25. Пресметај ја вредноста на изразот: $\frac{3\frac{2}{6} - 0,09 \cdot (0,15 : 2\frac{1}{2})}{0,32 \cdot 6 + 0,08 - (5,3 \cdot 3,86) + 0,67}$

26. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$[\frac{(6 - 4\frac{1}{2}) \cdot 0,003}{(3\frac{1}{20} - 2,65) \cdot 4 : \frac{1}{5}} - \frac{(0,3 - \frac{3}{20}) \cdot 1\frac{1}{2}}{(1,88 + 2\frac{2}{25}) \cdot \frac{1}{8}}] : 62\frac{1}{20} + 1984$$

27. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$(41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}) \cdot \{[4 - 3\frac{1}{2}(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5})] : 0,16\}.$$

28. Пресметај ја вредноста на изразот: $\frac{62+8k^3}{1-4k+4k^2}$, ако

- а) k е најголемиот негативен четирицифрен број,
 б) $k = 0,5$.

29. Упрости го изразот:

а) $(-a)^2(-a)^4$, б) $2^k + 2^k$, в) $\frac{(-2)^9}{(-2)^5}$.

30. Упрости го изразот: $A = [\frac{a^{-5}a^6}{(a^2)^3}]^{-2}$.

31. Ако $a:b:c = 1:2:3$ и $a+b+c = 12$, пресметај го производот abc .

32. Ако $a:b:c = 7:5:1$, пресметај $(a+b):(b-c):(a-c)$.

33. Определи ја 2020 децимала во децималниот запис на дробката $\frac{71}{70}$.

34. Определи ја 2019 децимала во децималниот запис на дробката $\frac{21}{26}$.

35. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\sqrt{20+2\sqrt{19}} + \sqrt{20-2\sqrt{19}} .$$

36. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} .$$

37. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$\frac{199419941992:199419941994:199419941996}{100010001:(199419941994^2-4)} .$$

38. Определи ја вредноста на изразот

$$N = (5A + 4B) - [(3A + b) - (c - A - 4B)]$$

ако

$$A = 3x^2 - 11xy + 5y^2, B = 5y^2 - 8xy - 2y^2, C = 11x^2 + 3xy - 6y^2,$$

за $x=0,2$ и $y=0,8$.

39. Определи ги сите рационални броеви r за кои изразот $r + \frac{1}{r}$ е цел број.

40. Вредноста на изразот

$$\frac{3+4,2:0,1}{(1:0,3-\frac{7}{3}):0,3125}$$

е еднаква на 3,6% од некој број x . Определи го бројот x .

41. Нека a, b, c се различни броеви за кои важи

$$2a = ab + c, 2b = bc + a, 2c = ac + b .$$

Определи го збирот $a + b + c$.

42. Збирот на трите ненулни броја x, y и z е еднаков на нула. Определи ја вредноста на изразот: $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x}$.

43. Определи го условот при кој збирот на дропките $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ ќе биде еднаков на нивниот производ.

44. Ако збирот на два цели броја е поголем од нивниот производ и е помал од нивната разлика, тогаш тие два броја се со различни знаци. Докажи!

45. Определи го 2017 член на низата 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...
46. Дадена е низата 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 33, ... во која секој следен член се добива ако на претходниот член му додадеме бројот еднаков на цифрата на десетките на претходниот број. Определи го најголемиот член на оваа низа.
47. Нека $a_1 = 4, a_2 = 6$ и a_n е најмалиот цел број кој е поголем од $2a_{n-1} - a_{n-2}$, за секој $n > 2$. Определи го a_{100} .
48. Првот член на една низа е 1, вториот е x , а секој следен е еднаков на збирот на претходните два члена. Определи го збирот на сите природни броеви x за кои бројот 463 е член на оваа низа.
49. На почетокот на таблата е запишан бројот 23. Секоја следна минута се брише запишаниот број и на негово место се запишува производот на неговите цифри зголемен за 12. Кој број ќе биде запишан на таблата по 78 минути?
50. Определи ги првите четири члена на низата природни броеви кои можат да се запишат како точен куб и како удвоен точен квадрат.
51. Во низа се запишани броеви секој од кои, освен првиот, е еднаков на збирот на цифрите на претходниот број. Првиот број е 2^{2012} , а последниот број е едноцифрен. Определи го бројот со кој завршува низата.
52. Во низа се запишани неколку броеви (не задолжително различни) така што збирот на секои 7 последователни запишани броеви е негативен, а збирот на секој 11 последователни запишани броеви е позитивен. Определи го најголемиот број броеви кои можат да бидат запишани на овој начин.
53. За еден трицифрен број \overline{abc} ќе велиме дека е *растечки* ако $a < b < c$. Сите растечки трицифрени броеви се запишани во низа по големина: 123, ..., 789. На кои место во оваа низа се наоѓа бројот 579?
54. Ако $a \otimes b = \frac{ab}{a-b}, a \neq b$. Пресметај ја вредноста на изразот: $2 \otimes (6 \otimes 3)$.
55. За секоја тројка природни броеви дефинираме операција \diamond со равенствата:

$$x \diamond (y \diamond z) = (x \diamond y) + z, \quad x \diamond (x \diamond y) = y.$$

Пресметај, 201401449.

III.2. БРОЈНИ РЕБУСИ

56. Реши го бројниот ребус

$$\overline{1abc} + \overline{cba1} = \overline{bbdd},$$

во кој на исти букви соодветствуваат исти цифри, а на различни букви соодветствуваат различни цифри.

57. Реши го бројниот ребус

$$\overline{abcde} + \overline{abcd} = 31587,$$

во кој на исти букви соодветствуваат исти цифри, а на различни букви соодветствуваат различни цифри.

58. Реши го бројниот ребус

$$3 \cdot \overline{DENCAS} = 4 \cdot \overline{CASDEN}$$

во кој на исти букви соодветствуваат исти цифри, а на различни букви соодветствуваат различни цифри.

59. За различните цифри a, b, c важи $\overline{ab} \cdot \overline{ca} = 2016$. Определи го збирот $a + b + c$.

60. Во бројниот ребус $\overline{cm} \cdot \overline{cn} = \overline{abcd}$ на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри. Определи го збирот $a + b + c + d + m + n$ ако $d \neq 0$ и \overline{cn} е непарен број.

61. еши го бројниот ребус $\overline{ab} \cdot \overline{ab} = \overline{bac}$, каде на различните букви соодветствуваат различни цифри, а на исти букви соодветствуваат исти цифри.

62. Определи ги сите четирицифрени броеви \overline{abcd} такви што

$$\overline{abcd} = (\overline{ab} + \overline{cd})^2.$$

Цифрите на бројот \overline{abcd} не мора да се различни.

63. Определи ги сите четирицифрени броеви \overline{abcd} такви што

$$\overline{abcd} = (\overline{ba} + \overline{dc})^2.$$

Цифрите на бројот \overline{abcd} не мора да се различни.

III.3. РАВЕНКИ И НЕРАВЕНКИ

64. Реши ја равенката:

а) $1 - 31 : (1 + 11 : (1 - 71x)) = 2016$,

б) $6 : ((0,6x + 8) : 20 + 9) = 0,6$,

в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(\frac{1}{2}x - 1) = 2\frac{2}{3}$.

65. Реши ја равенката: $[30 - 14 : (2\frac{3}{4} - \frac{3}{5}x)] : \frac{23}{55} = 55$.

66. Реши ја равенката: $\frac{x+2}{4} - \frac{x-2}{2} = 0,125$.

67. Реши ја равенката: $(2\frac{3}{4} + -3\frac{2}{3}) : x = (\frac{11}{4} - \frac{11}{3}) : \frac{3}{2}$.

68. Реши ја равенката: $0,25y + \frac{\frac{1}{2}y+3,5}{\frac{1,3-7}{2 \cdot 4 \cdot 6}} = -7\frac{3}{4}$.

69. Реши ја равенката: $\frac{3}{4}x - \frac{2,5x-\frac{1}{4}}{0,5-1} = 2\frac{3}{8}$.

70. Реши ја равенката: $\frac{(2,7-0,8) \cdot 2\frac{1}{3}}{(5,2-1,4) \cdot \frac{3}{7}} + x - \frac{(1,6+154,66:70,3) \cdot 1,9}{(2\frac{2}{5}-1,3) \cdot 2,2} = 1,5$.

71. Реши ја равенката: $\frac{0,73 \cdot 3\frac{1}{3}}{1,46:0,3} - \frac{(0,12+0,8) \cdot 0,43}{1,1:4,3} + x + \frac{97}{11} = 2,625$

72. На таблата е запишана равенката

$$5(\dots + 3x) \cdot (x+1) - 4(1+2x)^2 = 80,$$

каде случајно бил избришат првиот константен собирок во првата заграда. Како гласи равенката, ако се знае дека нејзиното решение е $x = 2$.

73. Реши ја равенката:

$$x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 44 = 1993 + 1995 + 1997.$$

74. Реши ја равенката:

$$\left\{ \left[\left(4,635 - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26} \right) : x + (2,5 : 1,25) : 6,25 \right] : 1 \frac{53}{68} \right\} : \left\{ \left(\frac{1}{2} - 0,375 \right) : 0,125 + 6 \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12} \right) : (0,358 - 1,4796 : 13,7) \right\} = \frac{17}{27}.$$

75. За која вредност на параметарот m решението на равенката

$$3(m-x) + 5 - 2(m+2) = 5(x+2)$$

е еднакво на нула.

76. Дадени се равенствата $\frac{z}{x+y} = 2$ и $\frac{z}{y-x} = 3$, каде $x, y, z > 0$. Што е поголемо x или z .

77. Определи го параметарот a така што решението на равенката

$$5 - \frac{x}{10} = \frac{1}{5} \left(\frac{7x}{4} + 6a \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{3a+6}{5} - \frac{3x-2}{10} \right)$$

е позитивен број.

78. Реши ја равенката: $\left| \frac{-1}{2017}x + 1 \right| = 1$.

79. Реши ја равенката $\left| |x-2| - 3 \right| = 4$.

80. Реши ја равенката

$$\text{а) } |2x-3| - |x+1| = 5x-10, \quad \text{б) } |x-2| = 5.$$

81. Бројот 3 е решение на равенката $|x-5| = a$. Определи го второто нејзино решение.

82. Едното решение на равенката $|7-x| = b$ е еднакво на 10. Определи го другото решение на оваа равенка.

83. Реши ја равенката:

$$\text{а) } \frac{6x+5}{4x+3} - \frac{7-3x}{3-4x} = \frac{12x^2+30x-21}{16x^2-9}, \quad \text{б) } \frac{1-2x}{6x^2+3x} - \frac{2x}{x-2x^2} + \frac{1+8x}{3-12x^2} = 0.$$

84. Реши ја равенката:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{3}{4x} - \frac{1}{x} &= \frac{1}{2x} - 3, & \text{б) } \frac{3}{8-2x} - \frac{14}{3x-12} &= \frac{5}{6} - \frac{2+x}{x-4}, \\ \text{в) } \frac{1}{8x-16} + \frac{5-x}{4(2x-x^2)} &= \frac{6x^2-20x}{8(2x^3-4x^2)}, & \text{г) } \frac{x+3}{3x-9} + \frac{3-7x}{6-2x} &= 2. \end{aligned}$$

85. За која вредност на параметарот a равенката

$$ax - 2a = 3x - 8$$

има позитивно решение.

86. За кои вредности на параметарот a равенката $a^2(x-1) = x-a$ нема решение?

87. Реши ја равенката: $\frac{25-a^2-2ab-b^2}{a^2+ab+5b-25} = \frac{5+a+b}{x}$.

88. Реши ја равенката:

а) $\frac{x}{2a+x} - \frac{2a+x}{x-2a} = \frac{16a^2}{4a^2-x^2}$,

б) $\frac{x+a}{2} + \frac{2}{x+a} = \frac{x-a}{2}$,

в) $\frac{ax+2}{ax} = \frac{3-x}{x} + 4$,

г) $a(a + \frac{1}{x}) - a = \frac{1+ax}{ax} + \frac{1}{x}$.

89. Реши ја равенката $\frac{3ax-5}{ax-3-x+3a} + \frac{3a-11}{a-1} = \frac{2x+7}{x+3}$ и определи ги вредностите на параметарот a за кои решенијата на равенката се позитивни:

90. Реши ја равенката:

а) $\frac{1+x}{a^2} + \frac{2x}{ab} = \frac{1-x}{b^2}$,

б) $\frac{b}{x-a+1} = \frac{ab-b}{x^2+2a-a^2-1} + \frac{1}{x+a-1}$.

91. Реши ја равенката:

а) $\frac{a}{ac+bc} + \frac{a-b}{2bx} = \frac{a+b}{2bc} - \frac{b}{ax+bx}$,

б) $a - \frac{c+d}{x} = b - \frac{c-d}{x}$.

92. За кои вредности на параметарот a равенката

а) $(2x+a)(1-x) - a(2x-a)(a+2x) = 0$,

б) $(x-a)^2 - ax(x+1) = a(x+1)(x-1)$,

в) $(x+a)(x^2 - ax + a^2) = (x-a)^3 - (x-1)^2$

е линеарна равенка во однос на непозната x .

93. За кои вредности на параметарот a равенката $ax+9 = a^2 + 3x$ има:

а) единствено решение,

б) нема решение,

в) има бесконечно многу решенија.

94. За кои вредности на параметарот a равенката

$$5 - \frac{x}{10} = \frac{1}{5} \left(\frac{7x}{4} + 6a \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{3a+6}{5} - \frac{3x-2}{10} \right)$$

а) има позитивно решение,

б) има решение правилна позитивна дробка.

95. Реши ја равенката

а) $(a^2 - 4)x = a - 2$,

б) $a^2x - 3a - 1 = 2a^2 + x$.

96. Реши ја равенката: $a - x = ab - bx$.

97. Реши ја равенката:

а) $(2x - 1)^2 + 4(1 - x)(1 + x) = 25$,

б) $(x - 4)^3 - x(x - 6)^2 = 8$,

в) $(y + 2)(y^2 - 2y + 4) - 2y(y + \frac{3}{2})^2 + (y + 2)^3 - 1 = 0$.

98. Реши ја равенката:

а) $(x + 1)^3 = (x + 3)(x^2 - 2) - 3$,

б) $(-x - 3)^2 - \frac{5x + 2x^2}{2} = 9 + 3,5x$,

в) $(x - 1)(2x + 3) - 2(x - 3)^2 = 12 - \frac{4 - 5x}{5}$.

99. Реши ја равенката: $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$.

100. Реши ја равенката: $x^3 + 2x^2 + 3(x + 1) = (x - 1)^3 + 5x^2 + 4$.

101. Реши ја равенката: $3(x + 4)(x + 3) - (x - 6)(x + 1) = 24x + 54$.

102. Реши ја равенката: $(x - 0,1)^2 - (0,2x + 1)^2 = 0$.

103. Реши ја равенката: $(\frac{x-2}{2})^2 - (\frac{x-4}{2})^2 = 3$.

104. Реши ја равенката: $\frac{x^2}{x^2-9} = \frac{12-x}{x^2-9}$.

105. Ако x е решение на равенката $(x + 1)^2 - (x + 3)(x - 1) = 5x$, определи ја вредноста на бројот a за кој важи $4a - 3,32 = x$.

106. Реши ја равенката:

а) $((7 + 0,004x) : 0,1) : 10,7 - 12,3 = 77,7$,

б) $(2x - 3)^3 - 26(2x - 1) = 2x(2x - 1)^2 - 7(2x - 5)(2x + 5)$,

в) $(x - 1)^3 + 5x^2 + 4 = x^3 + 2x^2 + 3(x + 1)$,

$$\text{г) } x + \frac{3x+11}{5} = \frac{10x+3}{3},$$

$$\text{д) } x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0.$$

107. Реши ја равенката $x^2 - |x| - 6 = 0$.

108. Реши ја равенката $n + \frac{1}{n} = \frac{26}{5}$.

109. Определи ги природните броеви x, y, z за кои важи:

$$\frac{37}{13} = 2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}.$$

110. Во множеството реални броеви реши ја равенката: $x^2 + 6x + 9 + |x| = 0$.

111. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

112. Реши го системот равенки:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 6x - 4y = 12 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x - 5y = 1 \\ 2x - 10y = -3. \end{cases}$$

113. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} x - y - z = 6 \\ 2x - 2y + 2z = 3 \\ 3x + 3y - 3z = 2. \end{cases}$$

114. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} x - \frac{-2x+y-1}{3} + \frac{0,2x+1}{7} = -2\frac{2}{3} + \frac{1+0,2x}{7}, \\ \frac{x-3y+1}{2} - \frac{x-2y}{3} - \frac{0,7-y}{5} = 1 - \frac{0,7-y}{5}. \end{cases}$$

115. Реши го системот равенки:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) - \frac{7x+2-9y}{6} = 5 \\ 2y - \frac{1}{4} - \frac{5y-1-9x}{8} = x \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4x + 7y = -18 \\ (x + y)^2 - (2x - y)^2 = 6xy - 3x^2 + 5x - 3y - 1. \end{cases}$$

116. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} |x - 2| + |y - 1| = 1 \\ |x - 2| - y = -4. \end{cases}$$

117. Реши го системот равенки:

$$а) \begin{cases} \frac{1+3x}{3x-1} - \frac{3x-1}{1+3x} = \frac{12}{1-9x^2} \\ \frac{5x-3y}{3} - \frac{2y-3x}{5} = x - 5\frac{7}{15} \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 12 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad в) \begin{cases} \frac{2}{x} - y = 8 \\ \frac{3}{x} + 2y = 5. \end{cases}$$

118. Реши го системот равенки:

$$а) \begin{cases} \frac{3}{2x-3} + \frac{5}{y-1} = 2 \\ \frac{7}{2x-3} + \frac{8}{y-1} = 1 \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{1}{1-x+y} - \frac{1}{x+y-1} = \frac{2}{3} \\ 1: \left(\frac{1}{1-x+y} - \frac{1}{1-x-y} \right) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{6}{2x+y-1} + 5(x+y+1) = 31 \\ \frac{12}{2x+y-1} + 3(x+y+1) = 20. \end{cases}$$

119. Реши го системот равенки:

$$а) \begin{cases} x + y = a \\ a - ax = 1 + y \end{cases} \quad б) \begin{cases} ax + by = a^2 + b^2 \\ x + y = 2a. \end{cases}$$

120. Реши го системот равенки:

$$а) \begin{cases} \frac{x}{a-b} + \frac{y}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \\ \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 1 \end{cases} \quad б) \begin{cases} (a^2 + a - 1)x + ay = a^2 + a \\ y = a + a|x-1|. \end{cases}$$

121. Реши го системот равенки:

$$а) \begin{cases} ax + y = a - 1 \\ 6x + (a - 1)y = 4 \end{cases} \quad б) \begin{cases} ax + 2y = 2 \\ 8x - (8 + a)y = -4. \end{cases}$$

122. Определи ги целобројните вредности на параметарот a за кои системот

$$\begin{cases} ax - 2y = 3 \\ 3x + ay = 4 \end{cases}$$

има решение $x > 0$ и $y < 0$.

123. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} \frac{2a}{x+ay} - \frac{1}{x-ay} = 1 \\ \frac{10a}{x+ay} - \frac{3}{ay-x} = 1. \end{cases}$$

124. Реши го системот равенки:

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = a \\ \frac{xz}{x+z} = b, \quad a, b, c \neq 0 \\ \frac{yz}{y+z} = c. \end{cases}$$

125. Определи го петцифрениот број \overline{abcde} за чии цифри се исполнети равенствата:

$$\begin{aligned} b+c+d+e &= 23, & c+d+e+a &= 18, & d+e+a+b &= 25, \\ e+a+b+c &= 21, & a+b+c+d &= 17. \end{aligned}$$

126. Определи ги сите природни броеви a и b за кои важи $\frac{a+3b}{a-b} > ab$.

127. Реши ја неравенката:

$$(2x+1)(4x^2-2x+1) - 12(x-1)(x+2) + 2008 \geq (2x-1)^3.$$

128. Реши ја неравенката: $x^3 - x + 12 > (x^2 + 2x + 4)(x - 2)$.

129. Дадена е дропката $\frac{x-1}{4-x}$. За кои вредности на непозната x дропката ќе биде

а) позитивна, б) еднаква на нула, в) негативна.

130. Реши ја неравенката: $\frac{x-3}{2x-5} > 0$.

131. Реши ја неравенката $\frac{3-x}{4} - \frac{x+2}{3} < 0$.

132. Определи ја вредноста на параметарот a за која решението на неравенката $(a+1)x - 2a < a(2+x) + 1$ е интервалот $(-\infty, 5)$.

133. Реши ја неравенката:

а) $(2x-3)(4x^2+6x+9) > 8x^3+2x-59$,

б) $(x-2)(x^2+2x+4) < x^3-x+12$,

в) $3-(x-2)^2 > 5x-4-x^2$.

134. Реши ги неравенките:

а) $(2x-1)^2+5x < (1+2x)(1-2x)$,

б) $(x-1)^2-(1-x)(1+x) < 2(1-x)^2$,

135. Реши ги неравенките:

а) $2x-\frac{x}{2}+4 > 0$,

б) $\frac{x-3}{2} < \frac{5-x}{3}$,

в) $\frac{2x-1}{3}-\frac{x+2}{4} > \frac{1-x}{6}$,

г) $\frac{3x-8-4x}{4} > \frac{2-2x+27}{3}$.

136. Реши ја неравенката: $(2x+3)(4-x) < 0$.

137. Реши ги неравенките:

а) $x^2+5x+4 > 0$,

б) $-x^2+x+2 < 0$.

138. Реши ги неравенките:

а) $|x-1| < 3$,

б) $|3x-2| \leq 5$,

в) $|5x-1| > -2$.

139. Реши ја неравенката: $|2x+1|-|x-2| > 5x-1$.

III.4. ПОЛИНОМИ, АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ

140. Сведи го во нормален вид мономот: $2ax^{-3}\frac{1}{4}ax(-6)x^3$.

141. Помножи ги мономите: $2\frac{8}{11}x^2y^n$, $-1\frac{5}{6}ax^{2n}$ и $2\frac{2}{3}y^{n-1}$.

142. Упрости го изразот:

а) $[(\frac{2}{5}x^n y^2)(-2,5x^5 y^3)]^3$, б) $\frac{(3a^5 x^4)^3 \cdot (-ax^3 y)}{(2ax)^5}$, в) $\frac{(-x^2)^n \cdot (ax)^3}{(-ax)^n}$.

143. Упрости го изразот: $\frac{ax^3}{3}-0,7ax^3-0,3ax^3+\frac{3}{4}ax^3$.

144. Кој од дадените парови полиноми се еднакви:

а) $3,5x^3 - x + 2,25x^2 - 1\frac{1}{4}x^3 - 2x - \frac{1}{2}$ и

$$x + 1\frac{1}{2}x^2 + 0,75x^3 + 0,75x^2 + 1\frac{1}{2}x^3 - 4x - \frac{1}{2},$$

б) $3ax^2 + 1,5x - 3 + 1,5ax^2 - 1,5x + 15$ и $12 + 1,5ax^2 - 3,75x - 1,5x + 5,25$,

в) $4x^3 - ax$ и $3xyz$ и

$$3,5x^3 - 5,75xyz - \frac{1}{3}ax^2y - 7\frac{1}{2}x^3 - 1\frac{1}{3}ax^2y + 2,75xyz.$$

145. Полиномот $\frac{b^3}{3} + \frac{3a}{0,4} - \frac{5b^3}{4} + \frac{b^3}{2} - 0,3a + \frac{b^3}{1\frac{3}{5}} - \frac{b^3}{4,8}$ сведи го во нормален вид.

146. Пресметај ја разликата на полиномите $p - q$ ако:

а) $p = 13\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{4}a^2x$ и $q = ax^2 + 0,25a^2x$

б) $p = 3x^3 - 3a^2y + \frac{1}{4}ay^2 - 1$ и $q = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}a^2y - 2ay^2 - \frac{2}{3}$.

147. Пресметај го изразот $u + v - w$ ако

$$u = 0,25px^3 - \frac{2}{5}x^2y + b^4, \quad v = -\frac{1}{2}px^3 - 0,1x^2y - \frac{1}{5}b^4 \text{ и}$$

$$w = -\frac{1}{2}px^3 - \frac{3}{10}x^2y$$

148. Изврши го множењето:

а) $[0,5a^2x^2 - 2 \cdot (2\frac{3}{4}ax^2 + 11ax^3)](-2\frac{3}{5})$,

б) $(0,4x^{10} + x^2)(2,4x^2 + 5,1)(x - 2)$,

в) $(3x + y)^2(x - 2y)$.

149. Сведи го нормален вид полиномот:

а) $1\frac{4}{9}ax(-18a^5 + \frac{9}{16}ax) - \frac{1}{3}a^2(2\frac{7}{16}x^2 - 0,9ax)$,

б) $15x^{n-1}(0,4x^{n+1} - \frac{1}{15}x^n) - 4x^{n-2} \cdot \frac{2,3}{x^{-(n+1)}}$,

в) $4x^n(1 - x^n) + (2 + x^n)(2 - x^n)$,

г) $2c^2(3c^2 - \frac{3}{4}a^3b^4) - [(-\frac{2}{3}ab^4)(-\frac{3}{2}a^5b^4) - (0,5a^3b^4 + c^2)(2a^3b^4 - c^2)]$,

150. Сведи го нормален вид полиномот:

$$[5(a + 2b^2)(a - 2b^2) - \frac{2}{5}(5a - 4b^2)(a + 12,5b^2) + \frac{3}{5}a(\frac{1}{2}a - 1,2b^2)]: (-0,3a)$$

151. Упрости го изразот: $\frac{0,1^{n+1}x^3y-3\cdot 0,1^nxy^2}{2\cdot 0,1^nxy}$.

152. а) Полиномот $p(x) = 2x^2 - x - 1$ подели го со полиномот $q(x) = x - 1$.

б) Полиномот $p(x) = -x^3 + 3x + 2$ подели го со полиномот $q(x) = x + 1$.

в) Полиномот $u = 2x^3 - 3x^2 - x - 2$ подели го со полиномот $q(x) = x - 2$.

г) Полиномот $p(x) = x^2 - 9$ подели го со полиномот $q(x) = x - 3$.

153. Полиномот $p(x)$ подели го со полиномот $q(x)$:

а) $p(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 + 3x - 2$ и $q(x) = x - 2$,

б) $p(x) = 6x^5 + 11x^4 + 6x^3 - x^2 + 2x - 2$ и $q(x) = 2x^2 + x$.

154. Нека a, b, c, d се ненулти рационални броеви за кои изразите

$$A = |8x + a| + |bx + 8| \text{ и } B = |cx + d| - |x - 8|$$

примаат една иста вредност за секој x . Определи ја разликата $b - a$.

155. Пресметај ја вредноста на изразот $3x^{n-1} - 5x^n + 15x^{n+1}$, за $x = -1$ и n непарен природен број.

156. Пресметај ја вредноста на изразот $81a^9b^7c^3 + 36a^7b^8c^4 - 135a^8b^6c^5$ за $a = -2, b = -\frac{1}{2}$ и $c = -\frac{1}{3}$,

157. Определи ја вредноста на изразот $(x+1)^2 - (x-2)(x+2) - 2x$ за $x = 2020$.

158. Изразот $A = \frac{1}{2}x^3 - \frac{k+2}{3}x^2 + \frac{9-k}{4}x + 55$ има вредност -1 за $x = -4$.

Определи ја вредноста на изразот за $x = -\frac{2}{3}$.

159. Определи ја бројната вредност на изразот:

а) $A = 4ab + 2a^2b - [5ab - (3ab^2 - 2a^2b)]$ за $a = -0,1$ и $b = \frac{2}{3}$,

б) $A = -\frac{1}{6}a^2(-\frac{1}{5})bc^2ab^2c$ за $a = -(\frac{1}{5} \cdot 15)^{-2}, b = (-5 \cdot \frac{1}{10})^4, c = (-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})^{-3}$.

160. Определи ја бројната вредност на изразот

$$A = (x^p - 1)(x^p + 9) - x^{p+1}(x^{p-1} + 1) - \frac{2x^{2p-1}}{x^{p-1}},$$

ако $p = -3$ и x е решението на равенката

$$\frac{3x-5}{2} - \frac{x-3}{5} - 5 \cdot \frac{1-x}{6} = -7.$$

161. Пресметај ја бројната вредност на полиномот:

а) $A = (x+1)(x-1)^3 + (x-1)(x+1) - (x^2-1)^2$ за $x = 0,5$,

б) $B = [(\frac{a}{3} - \frac{1}{2})a^2 - a^{2n+1} : 3a^{2n-2}] \cdot (3a-1)$ за $a = -2$,

в) $C = (2x-1)^2 - (4-x^2)^2$ каде $x = (-2)^2 - (-\frac{1}{2})^{-2}$.

162. Полиномот разложи го на множители, а потоа определи ја бројната вредност:

а) $A = 9a(2a-b)^3 - 3a(b-2a)^2$ за $a = \frac{1}{2}$ и $b = -\frac{2}{3}$,

б) $C = [(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) + 4abxy]^2 - 4[ab(x^2 + y^2 + xy(a^2 + b^2))]^2$ ако $a = -1$, $b = -3$, $x = \frac{1}{2}$ и y е решението на равенката $|y-2| + y = 6$.

163. Пресметај ја бројната вредност на полиномот:

а) $N = A + B$, каде $A = (x+1)(x^2 - x + 1) - (x-1)(x^2 + x + 1) + x^3 + 10$ и $B = x(2-x) + (4-x^2)$ за $x = [\frac{(-2)^{-2} + 4^{-1} + 0,5}{(-\frac{1}{3})^2(-3)}]^{-1}$,

б) $P = Ax^2 - By^2$, каде $A = 4a^2 + 4a + 1$ и $B = 9a^2 - 6a + 1$ за $x = 2$, $y = 3$ и a е решението на равенката $10x^2 - (5x+1)(2x-3) = 0$.

164. Полиномот $B = \frac{a-9}{4}x + \frac{a+2}{3}x^2 - x^3$ е еднаков на 16 за $x = -2$. Опре-

дели ја вредноста на полиномот за $x = \frac{(2^3)^2 \cdot 2^{-3}}{(2^{-2})^3 (2^3)^5 \cdot 2}$.

165. определи ја вредноста на изразот $B = \frac{1}{2x-4x^2} - \frac{1+2x}{4x^2-4x+1} + \frac{a}{2x}$ за $x = \frac{1}{4}$

и a е $\frac{1}{8}$ од коренот на равенката $\frac{9y-8}{8} - \frac{2-y}{3} = \frac{3y-4}{5} + \frac{5y-4}{6}$.

166. Полиномот $C = 2x - \frac{a-2x^2}{2} - \frac{2x-10}{2}$ е еднаков на -1 за $x = 2$. определи ја вредноста на полиномот ако x е решение на равенката

$$(3x^{-2})^2 - 3x^4 \cdot x^{-3} + \frac{2-2x^0}{x^5 \cdot x^{-2}} - 9\left(\frac{1}{x}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}, \text{ за } x \neq 0.$$

167. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \frac{2x-1}{2x^2} - \frac{4x}{4x^2-2x^2} - \frac{1}{2x^3-4x^2}$, каде x е решението на равенката

$$y(2(y+1) - (y-5)) = 3y - 7,$$

б) $A = \frac{1}{x} - \frac{x-1}{x(x^2-4)} \cdot (2x+4) - \frac{x}{x-2} : (2-x)$, каде x е решението на равен-

ката $\frac{y-1}{7} - \frac{y+1}{5} = \frac{y-1}{84}$.

168. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \frac{4a^2-1}{a^3-a^2-a+1} : \left(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{1}{1-a} - \frac{2}{a+1}\right)$ за $a = -2,5$,

б) $C = \frac{x^6-3x^4+3x^2-1}{x^2+1} : \frac{(x-1)^2(x^2+2x+1)}{x^4+2x^2+1}$ ако x е спротивната вредност на

равенката $\frac{5y-6}{3} - \frac{5y+6}{12} = 1$,

в) $A = \frac{3}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x}$ ако $4x^3 - 3x = 2$.

169. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \frac{x^2y-xy+y-x^2+x-1}{y-1}$, за $x = -(-2)^{-2}$,

б) $C = \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2-2ac}$, за $a = 5$, $b = -3,75$ и $c = -1,25$.

170. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \frac{x^2y-xy^2}{x-y} + \frac{x^2-y}{y}$ за $x = -2$ и $y = 3$,

б) $A = \frac{a}{b^2-1} + \left(\frac{b-a}{b^2+a^2} - \frac{2ab}{a^3-a^2b+b^2a-b^3}\right)\left(1 - \frac{a+b}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right)$ за $a = -81$ и b е це-

лиот дел од коренот на равенката $\frac{2(x-4)}{3} + \frac{3x+12}{8} = \frac{3(2x-3)}{3} - 7$.

171. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \left(\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} - \frac{1}{a+b}\right) \cdot \frac{a^2-b^2}{4a^2b+4ab^2}$ за $a = \frac{1}{4}$ и $b = -\frac{3}{4}$,

б) $A = \left(a - 3b + \frac{3b^2}{a} - \frac{b^3}{a^2}\right) : \left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{b}\right)$ за $a = 1,2$ и $b = 0,6$.

172. Пресметај ја вредноста на изразот:

а) $A = \frac{a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2}{a^4 - 2a^3 + 2a^2}$ за $a = -\frac{1}{2}$,

б) $A = \frac{m^4 + m^3 - m - 1}{(m-2)^2 + 4m - 5}$, каде m е решението на равенката

$$3(x+2)^2 + (2x-1) - 7(3+x)(x-3) = 28.$$

в) $A = \frac{(x+3)(2x-1)}{5(x-x^2)}$, каде x е решение на равенката

$$3(y+1)^2 + (y-4)^3 = 101 + (y-3)^2.$$

173. Пресметај ја вредноста на изразот $A = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$, ако $xyz = 1$.

174. Упрости го изразот:

$$(0,2x - 0,3y)^2 - (0,4x + 0,1y)^2 - (0,5x - y)(0,6x + 2y) - 1,08y^2.$$

175. Изврши го степенувањето:

а) $(\frac{1}{2}xy^2 + 2x^4y^3)^2$, б) $(ab^4 - 0,2a^3c)^2$.

176. Изврши го степенувањето:

а) $(a + 2b - 3c^3)^2$, б) $(a - 2a^2b + 4bc)^2$,

в) $(-a + 3b^2 - 2c^4 - d^5)^2$.

177. Во секое од равенствата на местата на ѕвездичките стави соодветни знаци и мономи така што ќе бидат точни формулите за скратено множење:

а) $(a * *)^2 = * + 3ab * *$, б) $(* * n^5)^2 = * - 5m^2n^5 * *$.

178. Изврши го степенувањето:

а) $(-a^4b + 2ab^2)^3$, б) $(b^2 + b - 1)^3$.

179. Изврши го степенувањето:

а) $(x - y)^4$, б) $(x + 2)^4$,

в) $(x + y^2)^5$, г) $(x - 2y)^5$

180. Пресметај го производот:

а) $(2xy^5 + 3z)(3z - 2xy^5)$, б) $(a + b + 3c)(a - b - 3c)$,

$$\text{в) } (0,2xy + ab^2)(0,2xy + a^2b), \quad \text{г) } (x^2 - 6a)(x^2 - \frac{b^3}{2}).$$

181. а) Упрости го изразот:

$$2a^4 + (a^4 + b^2c^3)^2 - [(a^4 + b^2c^3)^3 - (a^6 - a^2b^2c^3)^2]:b^2c^3,$$

б) Упрости го изразот:

$$(x^3 + 3xy^2 - y^3)^2 + 9x^2y^2(x+y)^2 - 3xy(x+y)(x^3 + xy^2 - y^2) - (x^2 + xy + y^2)^3.$$

182. Упрости го изразот:

$$(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b).$$

183. Разложи го на множители полиномот: $4x^2 - 12x + 9$.

184. Разложи го на множители полиномот:

$$a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc.$$

185. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } p(x, y) = (2x - y)(4x + 3y) + (2x - 4y)(x + 2y),$$

$$\text{б) } p(x, y) = 3x^n y^{2n} - 6x^{2n} y^n.$$

186. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } p(x) = ax^2 + bx^2 + ax - cx^2 + bx - cx,$$

$$\text{б) } p(x, y) = 10a^2 + 21xy - 14ax - 15ay.$$

187. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } 7x^2 - 7x - 42,$$

$$\text{б) } x^3 + 2x^2 + 10x + 9,$$

$$\text{в) } x^3 + 6x^2 + 11x + 6,$$

$$\text{г) } x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 2.$$

188. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } p(a, b, c) = ab(a-b) - ac(a+c) + bc(3a+c-b),$$

$$\text{б) } p(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) + 12.$$

189. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } p(x) = 27x^2 - 12,$$

$$\text{б) } p(x) = 6x^{2p+1} - 6x^{2p-1},$$

$$\text{в) } p(x, y) = x^2 - 10x + 25 - 9y^2.$$

190. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } x^3 - 8y^3,$$

$$\text{б) } 1 - (x+2)^3,$$

$$\text{в) } x^3 + 27,$$

$$\text{г) } 27 + 125a^3, \quad \text{д) } (x+1)^3 + (x-1)^3.$$

191. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } x^3 + x^2 - 2, \quad \text{б) } a^3 + a - 10, \quad \text{в) } 27x^3 + 9x^2 - 2.$$

192. Разложи го на множители полиномот:

$$\begin{aligned} \text{а) } a^5 - a^4 - a + 1, \quad \text{б) } y^4 + 5y^3 + 15y - 9, \quad \text{в) } a^5 - a^3 + a^2 - 1, \\ \text{г) } z^3 - 5z^2 - 5z + 1, \quad \text{д) } x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1. \end{aligned}$$

193. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } m^5 - 5m^3 + m, \quad \text{б) } (x^2 + x - 12)(x^2 - 16), \quad \text{в) } a^5 + a + 1.$$

194. Разложи ги на множители полиномите:

$$\begin{aligned} \text{а) } p(a, b, c) &= a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2 + 2abc, \\ \text{б) } p(a, b, c) &= a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b). \end{aligned}$$

195. Разложи ги на множители полиномите:

$$p(x, y) = 2x^2y^2 + 12xy - x^2y^2 + 9x + 18.$$

196. Разложи го на множители полиномот:

$$\begin{aligned} \text{а) } (b-c)(b+c)^2 + (c-a)(c+a)^2 + (a-b)(a+b)^2, \\ \text{б) } [(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) + 4abcd]^2 - 4[ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2)]^2. \end{aligned}$$

197. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } x^2 + 6x + 5, \quad \text{б) } 4x^2 + 7x - 2, \quad \text{в) } 2x^2 - 5x + 2.$$

198. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } (x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12, \quad \text{б) } 2x^2 - 25(x-3) + 9(x-5).$$

199. Разложи го на множители полиномот:

$$\text{а) } 4a^4 - 4a^2b^2 - 3b^4, \quad \text{б) } a^4 + a^2b^2 + b^4.$$

200. Разложи го на множители полиномот: $b^6 - 729$.

201. Даден е полиномот $P(x) = x^2 - 2$. Определи го полиномот $P(P(x))$, потоа разложи го полиномот $Q(x) = P(P(x)) - x$ на множители.

202. Даден е полиномот $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$. Определи ги коефициентите a и b на полиномот $Q(x) = ax^2 + bx + 11$ така што полиномот $R(x) = P(x)Q(x)$ не ги содржи членовите x^4 и x^3 .

203. Разложи го на множители изразот: $x^4 + 4$.

204. Докажи дека полиномот $P(x) = x^2 + x + 1$ е делител на полиномот $R(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

205. Упрости ја дробката:

а) $\frac{6a+15b}{4a^2+10ab}$, б) $\frac{5a^3+a^2b+5ab^2+b^3}{5ab+b^2}$,

в) $\frac{(2a+1)^3+3(2a+1)^2-(2a+1)-3}{24a^2+88a+80}$, г) $\frac{x^{12}-128x^6+4096}{(x^3-4x^2+8x-8)^2}$.

206. Упрости ја дробката:

а) $\frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}$, б) $\frac{a^4+4}{a^3+a^2-2}$,

в) $\frac{a^8+a^4+1}{a^2+a+1}$, г) $\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$.

207. Докажи дека дробката $\frac{a^3+3}{a^4+7a^2+11}$ е нескратлива за секој цел број a .

208. Докажи дека полужбирот на квадратите на два парни броја е еднаков на збирот на квадратите на некои два цели броја.

209. Нека $\frac{a}{d+b+c} = \frac{4}{3}$ и $\frac{a}{b+c} = \frac{3}{5}$. Определи го количникот $\frac{d}{a}$.

210. За ненултите броеви x и y важи $x + \frac{1}{y} = 13$ и $y + \frac{1}{x} = 26$. Определи ја вредноста на количникот $\frac{x}{y}$.

211. За позитивните броеви a, b, c важи $\frac{a}{b} = \frac{2a}{6b-3c} = \frac{3b}{7a+3c}$. Пресметај ја вредноста на изразот $\frac{a}{b}$.

212. Ако за позитивните броеви a, b, c важи равенството

$$ab\left(\frac{a+b}{2} - c\right) + bc\left(\frac{b+c}{2} - a\right) + ca\left(\frac{c+a}{2} - b\right) = 0,$$

тогаш $a = b = c$. Докажи!

213. Докажи дека:

а) $(a - b)^2 + 4ab - 1 = (a + b + 1)(a + b - 1)$,

б) $(2x + y)^2(x - 2y)^2 - (2x - y)^2(x + 2y)^2 = 24xy(y - x)(x + y)$,

в) $x(x^3 + a^3) + ax(x^2 - a^2) + a^3(x + a) = (x + a)^2(x^2 - ax + a^2)$.

214. Ако $a + b + c = 0$, тогаш $2(a^4 + b^4 + c^4) = (a^2 + b^2 + c^2)^2$. Докажи!

215. Ако $10a^2 = 10b^2 + c^2$, тогаш $(7a - 3b + 2c)(7a - 3b - 2c) = (3a - 7b)^2$.

Докажи!

216. Ако $x + \frac{1}{x} = 2$, тогаш $x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$. Докажи!

217. Ако $x = a^2 - bc$, $y = b^2 - ac$, $z = c^2 - ab$, тогаш

$$bc(x^2 - yz) = ca(y^2 - xz) = ab(z^2 - xy).$$

Докажи!

218. Ако за броевите a, b, c, x, y и z е исполнето равенството

$$(a + b + c)^2 = 3(ab + bc + ca - x^2 - y^2 - z^2),$$

тогаш $a = b = c$ и $x = y = z = 0$. Докажи!

219. Ако за броевите x, y, z, t исовремено се точни равенствата

$$x + y + z = 3t \text{ и } x^2 + y^2 + z^2 = 3t^2,$$

тогаш $x = y = z = t$. Докажи!

220. Докажи го идентитетот:

а) $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} - \frac{2}{c-a}$,

б) $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = 1$,

в) $\frac{a-1}{a+1} + \frac{a^2-1}{a^2+1} - \frac{a^3-1}{a^3+1} = \frac{(a-1)(a^2-1)(a^3-1)}{(a+1)(a^2+1)(a^3+1)}$,

г) $(\frac{1}{1-a^2} + \frac{1}{1-a}) : \frac{a}{a^2-a} - \frac{a}{a^2-4} (a+2) = \frac{3a}{(a+1)(2-a)}$.

221. Докажи го идентитетот:

а) $\frac{1-c-c^2+c^3}{c^4-2c^2+1} = \frac{1}{1+c}$,

б) $\frac{1-ax+(a+x)x}{2ax-a^2x^2-1} : [1 + \frac{a^2+2ax+x^2}{(1-ax)^2}] = -\frac{1}{1+a^2}$.

222. Докажи дека:

а) ако $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$, каде $a+b \neq 0, b+c \neq 0, c+a \neq 0$, тогаш

$$a^3 + b^3 + c^3 + abc = 0,$$

б) ако $a+b+c=0$, тогаш $(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b})(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a}) = 9$,

в) ако $z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, каде $a \neq 0, b \neq 0, a+b \neq 0$, тогаш $\frac{1}{z-a} + \frac{1}{z-b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$,

г) ако $a+b=1$, каде $a \neq 1, b \neq 1$, тогаш $\frac{a}{b^3-1} - \frac{b}{a^3-1} = \frac{2(b-a)}{a^2b^2+3}$.

223. Збирот на производот на три последователни природни броеви и нивната аритметилка средина е еднаков на кубот на аритметилката средина. Докажи!

224. Нека a, b, c, d се реални броеви такви што $a+b+c+d=0$. Докажи дека изразот $A = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ може да се запише како збир на три квадрати.

225. Упрости го изразот:

$$4m(0,25m - 2,5n + 6,25n^2) - (m - 5n)^2.$$

226. Упрости го изразот

$$0,5a - 0,7ab + 0,6b^2 - \{0,8ab - [0,3b^2 - (0,7a - 1,2ab)] - (0,7ab - 0,8b^2)\}$$

а потоа пресметај ја неговата вредност за $a=1,2$ и $b=-0,5$.

227. Упрости го изразот

$$-(0,3a^2 - 0,2b^3)^2 - (0,3a^2 + 0,2b^3)^2 - (0,3a^2 + 0,2b^3)(-0,3a^2 + 0,2b^3),$$

а потоа пресметај ја вредноста на изразот за $a=2, b=-1$.

228. Пресметај:

а) $(3x^2 + 5a^{n+1}x^3)^2$,

б) $(6x^2 + a^{n+1}x^3)^2$

229. Докажи дека полиномот $B = 2a^2 + 3ab + a + b^2 + b$ е делив со биномот $a + b$.

230. Нека b е аритметичката средина на a и c . Определи ја вредноста на изразот:

$$a^4 + 2a^3c - 2ac^3 - c^4 - 4a^2b^2 + 4b^2c.$$

231. Определи го производот на збирот и разликата на изразите

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} \text{ и } \sqrt{4x^2 - 4x + 1},$$

ако се земе $x = \frac{3}{2}$.

232. Упрости го изразот: $\frac{a^2-16}{12+a-a^2}$.

233. Упрости го изразот: $\frac{(a+\frac{1}{a})(a-\frac{1}{a})}{(a^2+\frac{1}{a^2})(a^2-\frac{1}{a^2})}$, а потоа пресметај ја неговата

вредност за $a = \frac{1}{3}$.

234. Упрости го изразот:

$$\frac{[ax-2(a+2)][a(x-1)+2]+2(-a^2+4)+3a^2x}{2ax}$$

235. Нека $a + b = 1$ и $169ab = 36$. Определи ја вредноста на изразот $a - b$.

236. Нека a и b се реални броеви такви што $(a - b)^2 = \frac{1}{2}ab$ и $0 < a < b$.

Определи ја вредноста на изразот $\frac{a-b}{a+b}$.

237. Нека x и y се реални броеви такви што $x^2 + 2xy - 14y + 49 + 2y^2 = 0$.

Определи ја вредноста на изразот $xy + 1$.

238. Нека x е позитивен реален број таков што $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$. Пресметај ги

вредностите на изразите $x + \frac{1}{x}$ и $x - \frac{1}{x}$. Определи го бројот x .

239. Нека x е реален број таков што $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$. Пресметај ја вредноста на

изразот $x^8 + \frac{1}{x^8}$.

240. Ако $a^3 + b^3 = 65$ и $a + b = 5$, определи го производот ab .

241. Ако $a + b = -2$ и $ab = -15$, определи го збирот $a^3 + b^3$.

242. Нека $x - y = 1$ и $xy = 3,75$. Определи ја вредноста на изразот $x^3 - y^3$.

243. Определи ја вредноста на изразот $(x + y)^2$ ако $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 1$ и $y - x = 1$.

244. Ако $a + b + c = 0$ и $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, пресметај ја вредноста на изразот $a^4 + b^4 + c^4$.

245. Определи го најмалиот заеднички содржател на полиномите:

а) $2a(a-b)^2$ и $3a^5(a-b)^3$, б) $ax^2 + abx - x - b$ и $a^2x - a$,

в) $2a^3bc, 3a^4b$ и $4ab^2$, г) $x^2 - 4y^2, 4x^2 - y^2$ и $(x-2y)(x+2y)$

246. Определи го најмалиот заеднички содржател на полиномите:

а) $2ab, a^3 - a$ и $ab + 2a - b - 2$, б) $a^3 - 1$ и $(a-1)^3$,

в) $x^4 - 1, x^3 + x^2 + x + 1$ и $x^3 - x^2 + x - 1$.

247. Сведи ги на заеднички именител алгебарските дробки:

а) $\frac{2}{a^2-1}, \frac{3}{a-1}$ и $\frac{1}{(1-a)^2}$, б) $\frac{2}{x^2-x}$ и $\frac{x-2}{1-2x+x^2}$,

в) $\frac{1}{x^2-9}, \frac{2}{x^2-6x+9}$ и $\frac{a}{5x+15}$.

248. Упрости го изразот:

а) $\frac{4x^2}{2x+y} - \frac{y^2}{2x+y}$, б) $\frac{-1}{2x^4+x^2} - \frac{2x^3}{x^2(2x^2+1)}$,

в) $\frac{3}{a^2-4} - \frac{2}{4-4a+a^2}$, г) $\frac{1}{a+2} - \frac{3}{2-a} + \frac{4}{a^2-4}$.

249. Упрости го изразот:

а) $(\frac{1}{a^3-b^3} - \frac{a+b}{a^4+b^4+a^2b^2}) \cdot \frac{a^3-b^3}{ab}$, б) $\frac{x^2+2x}{4x^2-1} [\frac{1}{x+2} \cdot \frac{1}{x} - (\frac{x^2}{x+2} - x - 2)]$,

в) $(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}) \cdot (a^3 - 2a + \frac{1}{a})$.

250. Упрости го изразот:

а) $[\frac{a^2+2b^2}{ab} - \frac{1}{a-b}(\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a})] : \frac{b-a}{a}$,

б) $\frac{4x-12y}{9xy} : (\frac{12xy}{3x^2-27y^2} + \frac{x-3}{x+3y} - \frac{x+3y}{3x-9y})$,

в) $(1 - \frac{2}{1-3a})(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1}) : [2(1-9a^2)]$ и

$$\text{г) } \left[\frac{x-y}{xy} : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right] : \left[\frac{x^2-y^2}{xy} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) \right].$$

251. Изрази го преку x изразот $A = \frac{a^3-c^3}{a+c} - \frac{a^3+c^3}{a-c} + \frac{1}{a^2-c^2}$, ако $a=1+x$ и $c=1-x$.

252. Упрости го изразот $\left(1 + \frac{ab+b^2}{a^2}\right) : \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \cdot \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}$.

III.5. ЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА, РАВЕНКА НА ПРАВА

253. Определи ја равенката на правата која минува низ точката $A(7,2)$ така што должината на отсечокот на таа права на позитивниот дел на x -оската спрема ординатата на точката A се однесува како $5:3$.

254. Точката $A(-4,2)$ е теме на триаголникот ABC . На правата $y=3x-7$ припаѓа страната BC , а на правта $y=2x+8$ припаѓа висината повлечена од темето C кон страната AB . Определи ги координатите на темињата B и C на триаголникот ABC .

255. Равенката на правата p е $4x-3y-8=0$, а равенката на правата q е $y=-\frac{4}{5}x+8$. Точката A е пресек на правата p и x -оската, точката B е пресек на правата q и x -оската, а точката C е пресек на правите p и q . Определи ја плоштината на триаголникот ABC .

256. Определи го параметарот m така што графикот на функцијата $y = \frac{9-m^2}{3}x + 3$ биде паралелен на графикот на функцијата зададена со $\frac{x-2}{9} - \frac{1-y}{27} = 1$.

257. Која од точките $A(-\frac{5}{3}, \frac{12}{4})$; $B(\frac{3}{4}, \frac{4}{3})$; $C(8, \frac{7}{8})$ и $D(5, \frac{8}{10})$ припаѓа на графикот на функцијата $y = \frac{4}{x}$?

258. Определи ја плоштината на квадратот чии страни лежат на правите $x+y-5=0$ и $x+y+5=0$

259. а) Ако се дадени точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, докажи дека средината на отсечката AB има координати $\frac{x_1+x_2}{2}$ и $\frac{y_1+y_2}{2}$.

б) Дадени се точките $A(-4, -1)$, $B(8, -4)$, $C(2, 8)$. Определи ги равенките на правите кои минуваат низ темињата на триаголникот ABC и средините на спротивните страни и покажи дека овие три прави се сечат во една точка.

260. Во координатен систем се дадени точките $A(2, 3)$, $B(-6, 1)$ и $C(4, 5)$.

а) Определи ја равенката на правата која минува низ точките A и B .

б) Определи ја равенката на правата која минува низ точката C и е таква што точките A и B се еднакво оддачечени од неа. Колку решенија има?

261. Определи го параметарот m така што графикот на функцијата

$y = \frac{m^2-4}{2}x + \frac{m+2}{3}$ е паралелен со графикот на функцијата зададена со

равенката $\frac{x-3}{2} + \frac{y+1}{3} = 1$.

262. Нацртај го графикот на функцијата $y = f(x)$ која е зададена со равенката

$$\frac{1}{2}[32x - 3(2y - 6)] + 26 = (2x - 3)^2 - (2x + 2)^2$$

и определи го растојанието на координатниот почеток од графикот.

263. Ако плоштината на правоаголникот е еднаква на 8 cm^2 , дали должината и ширината се еднозначно определени? Во каков однос се овие големини? Изрази ја должината на правоаголникот со помош на ширината и плоштината. Прикажи ги овие големини графички земајќи ги само нивните целобројни вредности.

III.6. НЕРАВЕНСТВА

264. Во записот на двоцифрениот број x и четирицифрениот број y шест пати се појавва една иста цифра. Што е поголемо x^{20} или y^{10} .

265. Што е поголемо $\sqrt{1993 \cdot 1995}$ или 1994.

266. За кои реални броеви x, y, z изразот

$$9x^2 + 4y^2 + 25z^2 - 24x + 28y + 20z + 2064$$

прима најмала вредност? Определи ја таа вредност.

267. Определи ги сите елементи на множеството

$$S = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, x < 15\}$$

за кои вредноста на изразот $(\frac{2}{3} - x - y - 3)^2 + 3$ е најмала.

268. Докажи дека за секои реални броеви a, b, c, d е точно неравенството

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2.$$

269. а) Ако $a, b \geq 0$, докажи дека

$$a^7 + b^7 \geq 2a^2b^2(a+b)^3 - 7a^3b^3(a+b).$$

б) Ако $ab > 0$, докажи дека

$$(a^2 + ab + b^2)^2 - (a^2 - ab - b^2)^2 \geq 0.$$

270. Ако a, b, c, d се четири различни природни броеви, тогаш е точно неравенството

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} < \frac{3}{2}.$$

Докажи!

271. Докажи дека за секој реален број y важи

$$(\frac{5}{2}y^2 + y + 5)^2 - (\frac{3}{2}y^2 - 5y - 4)^2 \geq 0.$$

Кога важи знак за равенство?

272. Ако $2x = 1 - 4y$ докажи дека $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}$.

273. Определи ја најмалата вредност на природниот број n за која важи $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n > 1000$.

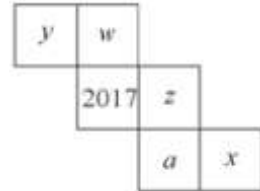
274. Неколку различни природни броеви имаат збир еднаков на 20. Определи ја најголемата можна вредност на низниот производ.

275. Определи ја најголемата вредност на полиномот $p(x) = 4 - 2x - \frac{1}{3}x^2$.

276. Определи ја најмалата можна вредност на изразот

$$6a^2 + b^2 + 2ab - 30a - 10b - 5.$$

277. Определи ја најголемата можна вредност на изразот: $\frac{8}{3x^2-4x+6}$.
278. Определи ја најмалата можна вредност на изразот: $\frac{4x^2-8x+9}{2x^2-4x+5}$.
279. Определи ја најмалата можна вредност на изразот $\frac{3x^2+6x+7}{x^2+2x+3}$.
280. Определи ја најголемата вредност на дробката $A = \frac{-4}{-\frac{1}{2}x^2+x}$ и за која вредност на променливата x таа се достигнува.
281. За кои вредности на x изразот $A = \frac{10}{(x-3)^2+2,5}$ прима најголема вредност и која е таа вредност?
282. Определи ја најмалата вредност на изразот $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, каде $a > 0, b > 0$ и $a + b = 8$.
283. На цртежот десно е прикажана мрежа на коцка и на секој ѕид е запишан по еден од природните броеви 2017, x, y, z, w, a . Секој од броевите x, y, z, w е аритметичка средина на четирите броја кои се запишани на соседните ѕидови. Определи го збирот $x + y$ кога вредноста на a е најмала.



III. ТЕОРИЈА НА БРОЕВИ

III.1. ДЕЛИВОСТ, НЗД И НЗС

284. Напиши најмалку четири бројни изрази чија вредност ќе биде еднаква на 100, а во секој израз ќе се содржат по пет еднакви цифри и ќе се користат некои од основните математички операции.
285. Дали постои природен број со следново својство: ако првата цифра се избрише и се допише по последната цифра, тогаш новиот број е пет пати поголем од почетниот број.

286. Докажи дека разликата на квадратите на два последователни непарни броја е делива со 8.
287. Павел ги помножил броевите 12, 34, 56, 78, 910, 1112, 1314, 1516, 1718 и 1920. Потоа ги собрал цифрите на добиениот производ. На крајот ги собрал цифрите на најдениот збир и добил едноцифрен број. Кој број го добил Павел?
288. Докажи дека збирот на два двоцифрени броја такви [то вториот е запишан со истите цифри како првиот, но во обратен редосле, е делив со 11.
289. Нека a и b се цели броеви такви што разликата $a - b$ е делива со 4. Докажи дека 16 е делител на $(3a + 5b)^2$.
290. Определи го бројот на сите природни броеви n за кои остатокот од делењето на бројот 2015 со бројот n е еднаков на 15.
291. Определи ги сите трицифрени броеви кои се деливи со 7 и чиј збир на цифри е еднаков на 8.
292. Определи ги сите двоцифрени броеви кои се за 1 помали од шесткратната вредност на збирот на своите цифри.
293. Определи ги сите цели броеви a за кои вредноста на дробката $\frac{a^2 - 11a + 24}{a^2 - 9a + 8}$ исто така е цел број.
294. Докажи дека за секој цел број n бројот $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ е исто така цел.
295. Определи ги сите цели броеви a за кои вредноста на изразот $\frac{a+1}{2a+2} + \frac{3a^2-2a+3}{2(a^2-1)}$ исто така е цел број:
296. Нека a, b, c и d се остатоците при делење на бројот n со броеите 2, 3, 4 и 11, соодветно. Докажи дека збирот $15a + 10b + 6c + 30d - n$ е делив со 30.
297. Докажи дека за секој природн број n изразот:
- а) $a^3 + 3a^2 + 2a + 6$ е делив со 6,
б) $a(a+1)(4a+5)$ е делив со 6.

298. Докажи дека збирот на третите степени на два природни броја такви што едниот при делење со 3 дава остаток 1, а другиот при делење со 3 дава остаток 2 е делив со 9.
299. Докажи дека разликата на четвртите степени на два природни броја такви што едниот при делење со 5 дава остаток 1, а другиот при делење со 5 дава остаток 2 е делива со 5.
300. Докажи дека за секои два природни број a и b е точно барем едно од следниве четири тврдења:
- 1) Бројот a е делив со 3.
 - 2) Бројот b е делив со 3.
 - 3) Збирот $a + b$ е делив со 3.
 - 4) Разликата $a - b$ е делива со 3.
301. Ако збирот $u^2 + uv + v^2$ е делив со 9, тогаш броевите u и v се деливи со 3. Докажи!
302. Докажи дека изразот $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ е делив со 45.
303. Определи го остатокот од делењето на
- $$2^{\frac{1 \cdot 2}{2}} + 2^{\frac{2 \cdot 3}{2}} + 2^{\frac{3 \cdot 4}{2}} + \dots + 2^{\frac{2013 \cdot 2014}{2}} + 2^{\frac{2014 \cdot 2015}{2}}$$
- со 7.
304. Дали постојат 22 последователни природни броеви чиј збир е делив со 22?
305. Докажи дека за секој природен број n збирот $n^3 + 6n^2 - 4n + 3$ е делив со 3.
306. Докажи дека изразот $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ е делив со 10 за секој природен број n .
307. Нека n е природен број поголем од 2. Докажи дека бројот $10^n + 8$ е делив со 72.
308. Докажи дека за било кои три последователни непарни броја производот на првиот и третиот не е делив со вториот број.
309. Нека $\overline{1^*8^*} + \overline{83^*} = \overline{201^*}$ и $\overline{201^*}$ е делив со 5. Определи го збирот на цифрите кои се наоѓаат на местата на ѕвездичките.

310. Определи го бројот на делителите на бројот 2310?
311. Докажи дека бројот $a^6 - 5a^4 + 4a^2$ за секој a е делив со 120.
312. Нека n и m се цели броеви такви што и збирот $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ е цел број. Определи го бројот на вредностите кои може да ги прими дробката $\frac{n}{m}$.
313. За еден природен број N ќе велиме дека е скоро совршен, ако секој природен број кој е помал од N може да се претстави како збир од различни делители на N (бројот 1 може исто така еднократно да учествува во претставувањето). Определи го најголемиот трицифрен скоро совршен број.
314. Најголемиот заеднички делител на два броја е 24, а нивниот збир е еднаков на 168. Определи ги овие броеви.
315. Збирот на природните броеви a и b е 2016, а нивниот најголем заеднички делиел е 144. Определи ја разликата $a - b$.
316. Со замена на цифрите на двоцифрениот број a е добиен бројот b . Определи ги броевите a и b ако збирот $a + b$ е делив на 12.
317. Нека a_1, a_2, \dots, a_n се цели броеви, а b_1, b_2, \dots, b_n се истите цели броеви, но во некој друг редослед. Го разгледуваме бројот
- $$C = (a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_n - b_n).$$
- а) За кои вредности на n бројот C е парен за секој избор на броевите a_1, a_2, \dots, a_n .
- б) За кои вредности на n бројот C е непарен за секој избор на броевите a_1, a_2, \dots, a_n .
- в) За кои вредности на n бројот C може да биде како парен така и непарен.
318. За еден број ќе велиме дека е *целосно парен* ако сите цифри со кои е запишан се парни. Определи го бројот на исте целосно парни трицифрени кои се деливи со 3?
319. Нека n е природен број и $s(n)$ е збирот на цифрите на бројот n . Реши ја равенката

$$n + s(n) + s(s(n)) + s(s(s(n))) = 2014.$$

320. Определи го бројот на петорките цели броеви (a, b, c, d, e) за кои се исполнети равенствата:

$$abcde - a = \underbrace{111\dots1}_{2011}, \quad abcde - b = \underbrace{333\dots3}_{2011}, \quad abcde - c = \underbrace{555\dots5}_{2011},$$

$$abcde - d = \underbrace{777\dots7}_{2011}, \quad abcde - e = \underbrace{999\dots9}_{2011}.$$

321. Нека n е природен број таков што меѓу произволни n различни природни броја секога постојат четири броја чиј збир е делив со 4. Определи ја најмалата вредност на n .

III.2. ПРОСТИ БРОЕВИ

322. Определи го простиот број p за кој и бројот $p^2 + 1802$ е исто така прост.

323. Определи го најголемиот прост делител на бројот $7^{10} + 7^5 \cdot 14^5$.

324. Определи го бројот на целите броеви n за кои бројот

$$n^4 + 8n^3 + 17n^2 + 8n + 1$$

е прост?

325. Определи го бројот на подредените парови (a, b) за кои $b < a < 100$, бројот $a - b$ е прост, а бројот ab е точен квадрат.

326. За еден природен број ќе велиме дека е убав ако тој е производ на осум прости броеви. Јасно, бројот $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ е убав. Нека a е најмалиот број, поголем од 2016, кој е убав, а b е најмалиот природен број, поголем од a , кој е убав. Определи ја разликата $b - a$.

327. Производот на четири природни броеви a, b, c, d е 1440 и важи $1 < a < b < c < d$. Определи ја најголемата можна вредност на d .

328. Природните броеви a, b, c се такви што $3a = 7b^2 = c^3$. Определи го најмалиот број c за кои се можни горните равенства.

329. За три природни a, b, c броеви е познати дека a е прост број, $a + b + c = 18$ и $b = c + 2$. Определи го производот на овие броеви.

330. За едноцифрените броеви m и n важи $\frac{m}{7} + \frac{n}{5} = \frac{31}{35}$. Определи го збирот $m+n$.
331. Збирот на неколку природни броеви е 23. Определи го производот на овие броеви ако тој е најголемиот можен број?
332. За четири различни природни броеви a, b, c, d е составена табела за собирање со 16 полиња. Определи го најголемиот број прости броеви кои може да се запишат во празните полиња на табелата.

+	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

III.3. ДИОФАНТОВИ РАВЕНКИ

333. Летва со должина 100 cm треба да се расече на летвички со должини 7 cm и 12 cm , но притоа да нема отпадок. Определи го бројот на летвичките од секоја должина.
334. На натпреварот по математика имало 140 ученици. Организаторот на натпреварот за секој натпреварувач купил по еден сок. Соковите биле запакувани во кутии по 16, 17 и 40 сока. Колку кутии имало од секој вид?
335. Богат земјоделец има 441 јаболкници. Тој сака да ги поодели на своите деца и внуци така што секое негово дете ќе добие 5 стебла повеќе отколку секое негово внуче. Колку деца и колку внуци има земјоделецот ако вкупниот број деца и внуци е 18? Колку јаболкници ќе добие секое дете, а колку секое внуче на земјоделецот?
336. Монета од 2 денари тежи 4 g , а монета од 5 денари тежи 5 g . Горјан има 20 монети од по 2 денари и 20 монети од по 5 денари. Тој сака да купи 7 сока од по 17 денари така што монетите кои ќе му останат да тежат најмалку можно и продавачот да не му враќа кусур. Колку грама тежат монетите со кои Горјан ќе ги плати соковите?
337. На едно тестирање се зададени 15 прашања. За точен одговор на седум од нив се добиваат по 3 бода, а на преостанатите осум по 5 бода. За грешен одговор се одзема 1 бод, а додека за neodговорено прашање ниту се даваат ниту се одземаат бодови. По проверката се покажало дека Михаил има 42 поени и дека бројот на прашањата кои

ги згрешил е поголем од бројот на прашањата на кои не дал одговор. Колку точни одговори дал Михаил?

338. На квадратот на некој цел број a му го додаваме производот на тој број и бројот 3 и одземаме 7, па така добиениот број го делиме со збирот $a + 2$. За кој цел број a овој количник исто така е цел број?

339. Збирот на неколку последователни природни броеви е 1000. Определи ги овие броеви.

340. Определи ги сите целобројни вредности на a за кои вредноста на изразот $\frac{8a+64}{2a+1}$ е исто така цел број.

341. Определи го целиот број n за кој вредноста на изразот $\frac{2n^4 - n^3 - n^2 + 3n - 3}{n - 2}$ исто така е цел број.

342. Во множеството цели броеви реши ја равенката

$$x^2 - 2x + y^2 = 0.$$

343. Ако на збирот на годините на две деца го додадеме производот на нивните години добиваме 34. Колку години има секое дете?

344. Во множеството цели броеви реши го системот равенки

$$\begin{cases} a^2 - 10b + 1 = 0 \\ b^2 + 14a + 73 = 0. \end{cases}$$

345. Во множеството цели броеви реши го системот равенки

$$\begin{cases} a^2 + 2b^2 - 2bc = 121 \\ 2ab - c^2 = 121 \end{cases}$$

346. Во множеството природни броеви реши ја равеката

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 6abc.$$

347. Во множеството природни броеви реши ја равеката

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1)(e + 1) = 11abcde.$$

348. Во множеството цели броеви реши ја равеката:

$$6mn - 3m - 8n = 2008.$$

349. Во множеството цели броеви реши ја равенката

$$xy - 2y = 7x - 5.$$

350. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$.

351. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$.

352. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2011}$.

353. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

354. Во множеството природни броеви реши ја равенката:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{11}{12}.$$

355. Определи го збирот на природните броеви a, b, c, d ако

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{10} = 1, \quad (40 < a < b < c < d < 100)$$

и точно два од бровите a, b, c, d се деливи соодветно со броевите 7, 8 и 9.

356. Во множеството цели броеви реши ја равенката $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = 1$.

357. Во множеството природни броеви реши ја равенката $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{2}{3}$.

358. Определи ги сите парови цели броеви чиј производ е пет пати поголем од нивниот збир.

359. Определи ги сите парови природни броеви за кои разликата меѓу нивниот најмал заеднички содржател и најголе заеднички делител е еднаква на 30.

360. Во множеството цели броеви реши ја равенката $3x^2 + 5y^2 = 345$.

361. Во мнжеството природни броеви реши ја равенката:

$$m^2 = n^2 + 1954.$$

362. Определи ги сите цели броеви x за кои броевите x и $x + 99$ се точни квадрати на природни броеви.

III. ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

III.1. БРОЕВИ И ЦИФРИ

363. Определи два броја чиј збир, производ и количник се еднакви.
364. Определи го природниот број n за кој бројот n^5 е шестцифрен број чија цифра на единици е еднаква на 4.
365. Определи ги сите трицифрени броеви кои имаат својство производот од секој од тие броеви со 6 исто така да е трицифрен број чиј збир на цифри е еднаков на збирот на почетниот трицифрен број.
366. Определи ги сите трицифрени броеви кои се 12 пати поголеми од збирот на своите цифри.
367. Определи ги двоцифрените броеви кои се четири пати поголеми од збирот на своите цифри.
368. Определи ја аритметичката средина на збиравите на цифрите на броевите од 21 до 100.
369. Определи го најмалиот природен број кој е четири пати поголем од збирот на неговите цифри.
370. Бројот a е еднаков на 92% од бројот b . Ако бројот b го зголемиме за 700, тогаш тој ќе биде поголем од a за 9% од својата нова вредност. Определи ги броевите a и b .
371. Ако двоцифрениот број го поделиме со збирот на неговите цифри се добива количник 6 и остаток 5. Ако од истиот двоцифрен број одземеме 18 ќе добиеме двоцифрен број составен со истите цифри, но во обратен редослед. Кој е тој број?
372. Определи ги сите двоцифрени броеви \overline{ab} и \overline{cd} такви што цифрата на десетките на вториот број е еднаква на двократната вредност на цифрата на единиците на првиот број и важи
- $$\overline{ab}^2 + \overline{cd}^2 = \overline{ba}^2 + \overline{dc}^2.$$
373. Определи го двоцифрениот број кој се зголемува 26 пати ако од лево му се допише цифрата 9.

374. Цифрата на десетките на еден трицифрен број е 0. Ако таа нула се изостави, се добива двоцифрен број кој е шест пати помал од дадениот трицифрен број. Определи го дадениот трицифрен број.
375. Цифрата на десетките на еден трицифрен број е 0. Ако таа нула се изостави, се добива двоцифрен број кој е девет пати помал од дадениот трицифрен број. Определи го дадениот трицифрен број.
376. Дадена е четирицифрен број со цифра на единиците нула. Кога од бројот ќе ја избришеме цифрата на единиците добиваме број кој е за 3033 помал од дадениот. Определи го почетниот број.
377. Збирот на три дробки е $\frac{83}{72}$, а нивните броетели се однесуваат како 5:7:1. Именителот на третата дробка спрема именителот на првата дробка се однесува како 1:4, а именителот на втората дробка спрема именителот на третата дробка се однесува како 3:2. Определи ги овие дробки, ако броителоти именителот на секоја од нив се заемно прости.
378. Дадени се шест природни броеви такви што третиот број е еднаков на збирот на првиот и вториот, четвртиот број е еднаков на збирот на вториот и третиот, петтиот број е еднаков на збирот на третиот и четвртиот, а шестиот број е еднаков на збирот на четвртиот и петтиот. Определи го збирот на овие шест броја, ако петтиот број е еднаков на 7.
379. Определи го четирицифрениот број \overline{abcd} за кој важи
- $$\overline{cda} - \overline{abc} = 297, \quad a + b + c = 23.$$
380. Определи ги двоцифрените броеви кои се за 6 помали од збирот на квадратите на своите цифри.
381. Два рационални броеви се такви што нивниот производ е 7 пати помал од нивниот збир. Определи го збирот на реципрочните вредности на овие броеви.
382. Три броја се пропорционални со броевите 1,5; 0,625 и $\frac{7}{12}$. Кои се тие броеви ако првиот број е за 21 поголем од збирот на преостанатите два броја?
383. Збирот на четири броја е 400 и броевите се такви што ако од првиот број се одземе 4, вториот се собере со 4, третиот се помножи со 4 и

четвртиот се подели со 4, тогаш се добива ист број. Кои се тие броеви?

384. Дадена е низа од петприродни броеви. Аритметичката средина на првите три броја е 19, а аритметичката средина на сите пет броја е 20. Определи ги последните два броја во низата, ако нивниот производ е 456.
385. Нека x и y се позитивни цели броеви. Ако y проценти од бројот y изнесува y , а x проценти од бројот $5x$ изнесува $\frac{x}{5}$, колку проценти од бројот x изнесува бројот y ?
386. Определи три последователни непарни природни броја чиј збир на квадрати е еднаков на четирицифрен број запишан со исти цифри.
387. Пет броја се такви што почнувајќи од најмалиот секој следен е два пати поголем од претходниот. Збирот на најмалиот и најголемиот број е за 9 поголем од збирот на останатите три. Кои се тие броеви?
388. Нека двоцифрениот број е делив со 3. Ако меѓу цифрите на овој број се запише нула и на така добиениот трицифрен број му се додаде двократната вредност на цифрата на стотките, се добива девет пати поголем број од дадениот двоцифрен број. Кој двоцифрен број го има ова својство?
389. Од збирот на шесте различни по големина трицифрени броеви, формирани од три различни цифри a, b и c , го одземаме четвртиот по големина број и го добиваме бројот 1525. Определи го збирот на цифрите a, b и c .
390. Определи ги сите петорки броеви такви што квадратот на секој од нив е еднаков на збирот на останатите четири броја.
391. Аритметичката средина на 50 броја меѓу кои се и броевите 45 и 55 е 38. Ако од ова множество ги отфрлиме броевите 45 и 55, колкава ќе биде аритметичката средина на останатите 48 броја?
392. Определи ги сите рационални броеви чиј броител е за 4 помал од именителот, а кога од броителот и именителот ќе одземе по 2 ќе добиеме дробка помала од $\frac{1}{4}$.

393. Дадени се два броја. Ако на едниот од овие два броја му додадеме $\frac{3}{5}$, тогаш нивниот производ ќе се намали за 2. Ако од другиот број одземеме $\frac{1}{2}$, тогаш нивниот производ ќе се зголеми за 3. Определи ги овие броеви и пресметај го нивниот производ.
394. Нека x е најголемиот двоцифрен број со својство: при замена на местата на цифрите на бројот x се добива број y кој е за 36 поголем од број x . Определи го збирот на цифрите на бројот x .
395. Збирот на броителот и именителот на една дробка е 4140. По скратувањето на оваа дробка е добиена дробката $\frac{7}{13}$, Определи ја дробката пред скратувањето.
396. Разликата на два броја е 2, а разликата на нивните квадрати е 52. Определи ги овие броеви.
397. Определи три позитивни реални броеви такви што едниот од нив е еднаков на аритметичката средина на другите два, производот на двата помали броеви е еднаков на $\frac{117}{2}$, а производот на двата поголеми броеви е еднаков на $\frac{207}{2}$.
398. Ако броителот се зголеми за 35%, колку проценти треба да се промени именителот така што вредноста на почетната дробка ќе се зголеми за три пати?
399. Како ќе се промени дробката $\frac{a}{b}$ ($a > b$) ако броителот и именителот и се намалат за 70,5% и 76,4%, соодветно.
400. Дробката $\frac{a}{b}$ е непарвила и нескратлива. Таа е запишана како позитивен меѓан број во кој целиот дел 66%од самиот број. Определи го збирот $a + b$.
401. Нека x е најмалиот шестцифрен број кој помножен со бројот 119999 дава резултат кој завршува на 2015. Определи го збирот на цифрите на бројот x .
402. Определи го збирот на сите трицифрени броеви \overline{abc} такви што $\overline{abc} = 31(a + b + c)$.

403. Ако збирот на 6 последователни трицифрени парни броја го намалам за 3 и добиениот број го поделама со 3, ќе добијам број кој е точен квадрат и точен куб. Определи го збирот на цифрите на овие 6 броја?

404. Определи ги двоцифрените броеви кои се зголемуваат за 75% кога се читаат оддесно на лево.

405. Определи ги сите двоцифрени броеви со својство: ако бројот се помножи со 2, тогаш збирот на неговите цифри не се менува.

406. Определи го збирот на цифрите на природниот број \overline{abcd} ако збирот $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{da}$ е точен квадрат на природен број.

407. Да ги разгледаме равенствата

$$3 = \frac{222}{74}, 5 = \frac{20}{4}, 7 = \frac{222222}{31746}, 8 = \frac{200}{25}.$$

Броителите на дробките се запишани само со двојки и нули. Кои природни броеви може да бидат запишани во таков вид?

408. Ако збирот на шест последователни двоцифрени цели броеви се подели со 6 се добива точен квадрат, а ако збирот на четири последователни од овие броеви се подели со 4 се добива точен куб. Определи го збирот на цифрите на овие броеви.

409. Дали постои природен број чиј квадрат има збир на цифри
а) 2013, б) 2014.

410. Дадени се броевите $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ секој од кои е еднаков на 1 или -1 .
Ако

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0,$$

определи го обликот на бројот n .

III.1. КУПУВАМЕ И ПРЕСМЕТУВАМЕ ПАРИ

411. Со 25 евра може да се купат толку чоколада, колку што евра чини едно чоколадо. Колку чоколада може да се купат со 100 евра?

412. Цената на една стока е намалена 12% и сега изнесува 211,1 денари. За колку проценти треба да се зголеми новата цена за да цената на производот биде еднаква на цената пред намалувањето?

413. По намалувањето на цената за 20%, за 8000 денари може да се купи 1 m штоф повеќе отколку пред намалувањето што можело да се купи за 9000 денари. Колкава била цената на штофот пред намалувањето?
414. Во една фабрика се изработуваат два вида фрижидери. Фабричката цена на поефтиниот фрижидер е помала за $\frac{1}{6}$ од цената на поскапиот фрижидер. За колку проценти ќе се зголеми цената на поефтиниот фрижидер во трговската мрежа ако таму поефтиниот фрижидер се продава по цена која е еднаква на $\frac{9}{8}$ од фабричката цена на поскапиот фрижидер?
415. Пет лица поделиле 9000 денари така што двајца добиле $\frac{2}{3}$ од сумата која ја добиле останатите тројца. Колку денари добил секој од нив, ако првите двајца својата сума ја поделиле во однос 4:5, а останатите тројца својата сума ја поделиле во однос 2:3:4?
416. Сумата од 4800 денари треба да се подели на определен број пријатели така што секој пријател да добие еднаков број денари. Ако три пријатели се откажат од својот дел, тогаш секое од преостанатите пријатели ќе добие по 80 денари повеќе. Колку пријатели учествувале во поделбата на наведената сума?
417. За купување на 18 јаболка треба да се плати толку евра колку што јаболка може да се купат за 2 евра. Колку јаболка може да се купат за 7 евра?
418. Цената на еден производ е 2019 денари. Прво цената е зголемена за 10%, а потоа е намалена за 30%. Определи ја цената по овие две промени? Дали крајната цена е поголема или помала од почетната и за колку проценти?
419. Изградбата ба спорткиот центар го финансисрале општините *A* и *B*, НА изведувачот на работите пред почетокот на изградбата му е платена половината сума, а остатокот по завршување на работите, Двата пати општините плаќале суми пропорционално на бројот на своите жители кои во моментот живееле во општините. На почетокот на изградбата општината *A* имала 6500, а општината *B* имала 5700 жители, а при завршувањето на изградбата општината *A* имала 6600, а општината *B* имала 5900 жители. Колкава е вкупната сума со која е

изграден спортскиот центар ако општината B по завршувањето на работите платила 146000 денари повеќе отколку на почетокот на изградбата?

420. За да се намалат трошоци за греење во една станбена зграда, станарите одлучиле да ја порменат фасадата и за таа цел им се одобрени неповратни средства од Фондот за заштита на околината и енергетска ефикасност кои изнесуваат 60% од вкупните трошоци. Вкупниот трошок за замена на фасадата е 1200000 денари. Новата фасада гарантира дека просечно годишно трошоците за греење ќе бидат помали за 25%. Ако просечната годишна цена за греење на зградата е 168000 денари, за колку години ќе им се исплати на станарите оваа инвестиција?
421. Г-нот Јакопетрески во петок стигнал во Охрид и порачал такси. Возачот му објаснил дека поаѓањето се наплатува 200 денари и се доплаќа 50 денари за секој изминат километар. Во саботата го користел истиот такси превозник, но тој ден, заради годишнината на основање на компанијата, сите сметки за возење се намалувале за 20%. Тој ден г-нот Јакопетрески поминал 5 km повеќе отколку во петокот, а платил иста сума како во петокот. Колку километри г-нот Јакопетрески се возел во петокот, а колку во саботата и колку платил за едно возење?
422. Таткото определена сума пари ја поделил на своите деца на следниов начин: на најстарото дете му дал 1000 денари и $\frac{1}{8}$ од остатокот, второто дете добило 2000 денари и $\frac{1}{8}$ од новиот остаток, третото дете добило 3000 денари и $\frac{1}{8}$ од новиот остаток итн. се до последното дете, при што целата сума е поделена и секое дете добило еднаква сума пари. Колку пари вкупно поделил таткото? Колку добило секое дете и колку деца имал таткото?
423. Цената на една стока прво е зголемена за 20%, а потоа за уште 5%. Колку проценти вкупното зголемување на цената на оваа стока?
424. Во левиот џеб на пантолоните Иван има 4 монети од 5 денари и 2 монети од 1 денар, а во десниот џеб има 2 монети од 5 денари и 7 монети од 1 денар. Кој е најмалиот број монети што треба да ги премемсти Иван за да односот на бројот на монетите од 5 и 1 денар во двата џеба биде еднаков.

425. Самоил, Вера и Фросина треба да поделат 119700 денари така што сумата која ја добива Самоил е еднаква на $\frac{3}{4}$ од сумата која ја добива Вера, а сумата која ја добива Фросина е еднаква на $\frac{5}{7}$ од сумата која ја добива Фросина. По колку пари ќе добијат Самоил, Вера и Фросина?

III.3. ВРЕМЕТО Е ВАЖНО

426. Горјан тргнал на училиште меѓу 8 и 9 часот во моментот кога часовната и минутната стрелка се преклопиле. Тој се вратил од училиште меѓу 2 и 3 часот во моментот кога стрелките зафаќале рамен агол. Колку време поминало од поаѓањето до враќањето од училиште?
427. Земјата се врти околу својата оска за едно деноноќие. Месечината ја обиколува Земјата (во истата насока) за 27 деноноќија. Ако денес месечината изгрева во 21 часот, во колку часот таа ќе изгрее утре?
428. Малку пред 17 часот стрелките на часовникот формирале агол од 150° . Определи го најмалото време по кое стрелките на часовникот повторно ќе го формираат истиот агол.
429. Во 20 часот биле запалени две свеќи кои имаат еднаква должина. По определено време свеќите биле изгаснати и се покажало дека остатокот од првата свеќа е 4 пати подолг од остатокот од втората свеќа. Определи во колку часот биле изгаснати свеќите, ако мсе знае дека првата свеќа целосно изгорува за 5 часа, а втората свеќа целосно изгорува за 4 часа.
430. Кога таткото имал 31 година, синот имал 8 години, а сега таткото е два пати постар од синот. Колку години има секој од нив сега?
431. Таткото и мајката денес заедно имаат 80 години. Едно нивно дете денес има 13 години, второто има 10 години и третото има 6 години. По колку години збирот на годините на децата ќе биде еднаков на 50% од збирот на годините на таткото и мајката? Колку години ќе има таткото, а колку мајката ако се знае дека таткото е 4 години постар од мајката?

432. Таткото има толку години колку што имаат двата сина заедно. Пред четири години тој имал два пати повеќе години од постариот син, а пред десет години имал три пати повеќе години од помалиот син. Колку години има таткот?
433. Таткото, мајката, синот и ќерката заедно имаат 111 години, мајката и синот заедно имаат 1 година повеќе отколку што заедно имаат таткото и ќерката, таткот е четири пати постар од ќерката, а пред една година мајката била четири пати постара од ќерката. Колку години има секој член на ова семејство?
434. Познатиот англиски математичар Аугустус де Морган живеел во деветнаесеттиот век. Еднаш рекол: „Бев x години стар во годината x^2 .“ Кога е роден де Морган?
435. Просечната старост на 11 фудбалери од некој фудбалски тим е за 1 година поголема од просечната старост на 10 фудбалери без капитенот на тимот. Колку години капитенот има повеќе од просечната старост на тимот?
436. Еден татко има неколку деца. Возраста на таткото е 25 години поголема од средната возраст на децата и е за 20 години поголема од средната возраст на децата и таткото. Колку деца има овој татко?
437. Горјан, Пабло и Самоил треба да ги наредат дрвата на дедо Ристо. Самоил може сам да ги нареди дрвата за 90 минути, Горјан за 1 час и Пабло за 3 часа. За колку минути тројцата заедно ќе ја завршат целата работа?
438. Марко и Матеј заедно испорачуваат порачка на еден производ за 12 дена, при што производството на Матеј е $66\frac{2}{3}\%$ од производството на Марко. По два дена заедничка работа Марко се разболел и Матеј требало сам да ја доврши порачката. За колку дена Матеј ќе ја доврши работата?
439. Базен се полни со вода од три цевки. Со првата цевка може да се наполни за 10 часа, со втората за 12 часа, а со третата за 6 часа. За колку време ќе се наполни $\frac{3}{4}$ од базенот ако истовремено се полни со сите три цевки?

440. Во езерото „Планински бисер“ се влева река. Стадо од 154 диви коњи може да го испие езерото за еден час, а стадо од 26 коњи – за 6 часа. За колку часови може еден коњ да го испие целото езеро, ако секој коњ може да го испие езерото за еден ист број часови?
441. Две цевки заедно го полнат базенот за $9\frac{3}{8}$ часа. На почетокот двете цевки заедно го полнеле базенот 5 часа, а потоа втората цевка престанала да го полни базенот, па на првата цевка и биле потребни уште 7 часа да го дополни базенот. За колку часа секоја од цевките самостојно го полни базенот?
442. Еден базен се полни од првата, а се празни од втората цевка. Ако се отвори првата, а по еден час и втората цевка, тогаш базенот ќе се наполни за 14 часа по отварањето на втората цевка. Ако двете цевки се отворат истовремено, тогаш за $8h$ и $45min$ базенот ќе се наполни до половина. За колку часа првата цевка може сама да го наполни базенот, а за колку втората цевка може сама да го испразни базенот?
443. По определен број работни денови при изработката на еден пат градежната компанија ја засилила работата, па така секои три предвидени дена за работа ги скратила на два дена. Ако целата работа е завршена за 70 наместо за 90 дена, колку денови компанијата засилено работела на изградбата на патот?
444. Еден работник, ако работи сам, може да заврши една работа за 10 дена. Ако овој работник работи заедно со некој друг работник 2 дена, тогаш работата ќе биде завршена за 6 дена. За колку денови целата работа може да ја заврши сам вториот работник?
445. Еден базен се полни од четири цевки. Ако е отворена само првата цевка, базенот се полни за 2 деноноќија. Ако е отворена само втората цевка, базенот се полни за 3 деноноќија. Ако е отворена само третата цевка, базенот се полни за 4 деноноќија, а ако е отворена само четвртата цевка тој се полни за 6 часа. За кое време ќе се наполни базенот, ако истовремено го полнат сите четири цевки?
446. Неколку цевки со еднакви карактеристики полнат два базени со еднакви волумени. Половина ден сите цевки го полнеле првиот базен, потоа половина од цевките продолжиле да го полнат и до крајот на денот го наполниле првиот базен, а другите цевки почнале да го пол-

нат вториот базен и на крајот на денот биле затворени. Следниот ден била пуштена само една цевка, која до крајот на денот го наполнила вториот базен до половина. Колку цевки ги полната двата базени?

447. Работник може да насечи $3 m^3$ дрва за еден ден. За еден ден тој може да нацепи $5 m^3$ насечени дрва. Колку кубни метри дрва треба да насечи работникот за да успее истиот ден и да ги нацепи?
448. Дванаесет работници треба да завршат една работа. Тие работата може да ја завршат за 42 дена. По 3 дена работа си заминале 4 работници. По следните 6 дена работа дошле нови 7 работници, а потоа по следните 5 дена дошле уште 8 работници, кои заедно со работниците кои веќе биле тука ја завршиле работата. За колку дена е завршена целата работа?
449. Земјоделец треба да ја изора својата нива. Тој предвидел да почне да ора рано наутро и работата да ја заврши до 10 часот предпладне и секој час да ора по 10 ари. Меѓутоа, кога ја завршил половината работа, му се случил дефект на тракторот, па така при орањето на втората половина можел да ора само 5 ари на час. Земјоделецот ја завршил работата во 12 часот. Колку ари имала нивата? Кога земјоделецот почнал да ора? Колку часа ја орал првата половина, а колку ја орал втората половина на нивата?
450. Два трактора треба да изораат една нива. Прво едниот трактор сам ја орал нивата седум часа, а потоа другиот трактор сам ја орал нивата 4 часа, по што двата трактора заедно изорале $\frac{5}{9}$ од целата нива. Утрента двата трактора продолжиле да ја ораат нивата, па така заедно орале 3 часа и изорале $\frac{7}{24}$ од нивата. За кое време секој трактор може сам да ја изора нивата?
451. Иван и Стојан рамномерно трчаат по кружна патека. Иван ја поминува патеката за 2 минути, а Стојан го престигнува секои 3 минути. Определи го времето за кое Стојан ја поминува патеката.
452. Велосипедистите Марко и Матеј тренираат на кружна патека. Марко прави еден полн круг за 45 секунди, а Матеј кој се движи во спротивна насока на Марко, го среќава секои 20 секунди. За колку секунди Матеј ја обиколува патеката?

453. Една парцела е подготвувана за сеидба три дена. Првиот ден се подготвени $\frac{3}{10}$ од парцелата, вториот ден е подготвен $\frac{3}{5}$ од остатокот, а третиот ден е подготвен преостанатиот дел од парцелата. Определи ја плоштината на парцелата, ако третиот ден се подготвени $11,2 \text{ ha}$ помалку отколку вториот ден? Колку земја е обработена секој ден?

III.4. ЗАДАЧИ СО МЕРНИ БРОЕВИ

454. Пет ученици од една паралелка имаа различни маси изразени во цел број килограми. Збирите на нивните маси по парови се:

$84 \text{ kg}, 88 \text{ kg}, 90 \text{ kg}, 93 \text{ kg}, 94 \text{ kg}, 95 \text{ kg}, 96 \text{ kg}, 99 \text{ kg}, 100 \text{ kg}$.

Колкава е масата на вториот по тежина ученик почнувајќи од најтешкиот?

455. Аптекар треба да подготви 100 g тинктура од јод, која треба да содржи 10% јод. Тој располага со две тинктури од јод кои содржат 5% и 16% јод. Колку грама треба да земе аптекарот од секоја тинктура за да ја подготви бараната тинктура?

456. Свежи печурки содржат 90% вода, а суви содржат 12% вода. Колку суви печурки ќе добиеш од 22 kg свежи печурки.

457. Илина набрала мента за чај. При сушењето ментата губи 72% од својата тежина. Колку килограми мента набрала Илина ако по сушењето таа добила $5,6 \text{ kg}$ сува мента?

458. Во акција на собирање хартија еден ученик од седмо одделение собрал 26 kg , а секој останатите ученици од неговото одделение собрал по 11 kg хартија. Во осмо одделение еден ученик собрал 25 kg , а секој од останатите ученици во неговото одделение собрал по 10 kg . Колку ученици има во секое одделение, ако се знае дека двете одделенија собрале еднакво количество хартија и дека вкупната тежина е поголема од 400 kg , а помала од 600 kg ?

459. Златар има две смеси од злато и сребро. Во едната смеса количествата злато и сребро се однесуваат како $2:3$, а во другата како $3:7$. Колку треба да се земе од секоја од смесите за да се добие 8 kg нова смеса во која златото и среброт ќе се однесуваат како $5:11$?

460. Ако водата зафаќа $\frac{3}{4}$ од волуменот на садот, тогаш масата на садот заедно со водата е еднаква на 8100 g , а ако живата зафаќа $\frac{5}{12}$ од волуменот на истиот сад, тогаш масата на садот заедно со живата изнесува 49386 g . Определи ги волуменот на садот и неговата тежина ако специфичната тежина на живата изнесува $13,596\text{ g/cm}^3$.
461. Од една железна прачка може да се направи синџир од 80 алки или пак синџир од 100 алки, при што една алка во синџирот од 100 алки има за 5 g помала маса од една алка во синџир од 80 алки. Определи ја масата на железната прачка.
462. Вкупниот род на два овоштарници првата година бил 225 тони. Следната година вкупниот род пораснал за 40%. Колкав бил родот првата година во секој овоштарник, ако втората година во првиот овоштарник родот е зголемен за 25%, а во вториот е зголемен за 50%?
463. Во три вреќи вкупно има $64,2\text{ kg}$ шеќер. Во првата вреќа има $\frac{4}{5}$ од содржината во втората вреќа, а во третата вреќа има $42\frac{1}{2}\%$ од содржината во првата вреќа. Колку шеќер има во секоја вреќа?
464. Штотуку купена земја од цвеќарница содржи 11% вода. Марија сака да засади цвеќе на кое му е потребна влажност на земјата 24%. Колку вода треба да налее Марија во 3 kg купена земја за да цвеќето се развива успешно?
465. Штотуку купена земја од цвеќарница содржи 12% вода. Илина сака да засади цвеќе на кое му е потребна влажност на земјата 28%. Колку вода треба да налее Илина во 5 kg купена земја за да цвеќето се развива успешно?
466. Конус и три коцки тежат колку 12 топчиња. Конусот тежи колку 1 коцка и 8 топчиња. Колку пати конусот е потешок од 1 топче?
467. Пет момчиња се мерат по парови. Добиените маси се 100, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 110 и 111 килограми. Определи ја разликата на масите на најтешкото и најлесното момче.
468. Во една продавница има три вреќи ориз и тоа во првата вреќа оризот е од прва класа, во втората вреќа е од втора класа и во третата вреќа е

од трета класа. Во оризот од прва класа има 0,7% скршени зарна ориз, во оризот од втора класа има 1,2% скршени зрна ориз и во оризот од трета класа има 6,5% скршени зрна ориз. Продавачот од секоја вреќа зел определено количество ориз, така што од вреќата со оризот од втора класа зел два пати повеќе ориз отколку што зел од вреќата со прва класа ориз, а од вреќата со трета класа зел за 0,9 kg повеќе отколку што зел од вреќата со ориз од прва класа. Така добил мешавина во која имало 3,3% скршени зрна. Колку килограми орзи зел продавачот од вреќата со ориз од прва класа?

469. Сад од 1 литар е наполнет со раствор кој содржи 95% алкохол. Марија од садот одлеала извесно количество раствор и садот го дополнила со раствор од 70% алкохол, па добила литар раствор кој содржи 80% алкохол. Потоа повторно одлеала исто количество од растворот како и првиот пат и дополнила со раствор од 70% алкохол. Колку треба да се одлие од новиот раствор, па да се дополни со раствор од 95% алкохол за повторно да се добие раствор со 80% алкохол?
470. Во еден раствор односот на водата и алкохолот е 1:2, а во друг е 3:4. По колку литри треба да се земе од секој од двата раствори за да се добие раствор кој содржи 12 l вода и 20 l алкохол.
471. Во еден сад има 30% раствор на алкохол, а во друг има 3% раствор на алкохол. Во кој однос треба да се измешаат определени количества на двата раствори за да се добие раствор со 12% алкохол?
472. Петар турил чаша чист алкохол во еден литар дестилирана вода и добил 25% алкохолен раствор. Потоа тој во растворот додал една таква чаша чист алкохол. Колку процентен е сега растворот кој го добил?
473. Во три сада се наоѓа вода. Ако половината од водата од првиот сад ја прелееме во вториот сад, потоа третина од така добиеното количество вода од вториот сад прелееме во третиот сад и на крајот, четвртина од така добиеното количество вода од третиот сад преееме во првиот сад, тогаш во секој сад ќе има по 6 литри вода. Колку вода имало во секој сад пред прелевањата?
474. Во една цистерна има 470 литри нафта, а во друга 240 литри нафта. За еден час од првата цистерна истекло три пати повеќе нафта отколку од втората цистерна. По 5 часа во првата цистерна останале 20 литри

нафта помалку отколку во втората цистерна. Колку нафта истекло од секоја цистерна за 1 час?

475. Сад е наполнет со стопроцентен алкохол. Одлеваме 2 литра од алкохолот и долеваме исто толку дистилирана вода. Оваа постапка ја повторуваме уште еднаш, т.е. одлеваме 2 литра од добиената смеша и долеваме 2 литра вода. Потоа во садот имаме 36% алкохол. Колку литри содржи садот?
476. Автобуси пренесуваат патници меѓу две места возејќи во двете насоки. Одејќи по патот по кој возат автобусите пешак забележал дека дека секои 12 минути го пристигнува автобус кој оди во иста насока, а секои 8 минути во пресрет му доаѓа автобус кој оди во спротивна насока. На колку минути тргнуваат автобусите од своите крајни станици ако пешакот и автобусите се движат со постојани брзини?
477. Од едно јаже се отсечени половина од целата должина и уште $0,5\text{ m}$, потоа половина од остатокот и уште $0,5\text{ m}$ и на крајот половина од остатокот и уште $0,5\text{ m}$, по што останале 6 m од јажето. Определи ја почетната должина на јажето.
478. Воз пресекол пат широк 5 m за 5 секунди, по што брзината ја намалил два пати и минал покрај перон долг 350 m за 25 секунди? Колку метри е долг возот?
479. Зад еден автомобил кој тргнал од местот A , по половина час тргнал друг автомобил, кој го стигнал првиот автомобил по 2,5 часа возење. Двата автомобили го продожиле патот во истата насока, па по 1 час и 30 минути побрзиот автомобил бил 24 km пред поспориот автомобил. Двата автомобиле се движеле со постојани брзини. Определи ги брзините на овие автомобили.
480. Две лица тргнале истовремено на прошетка по патека долга 4 km и тоа првото оди со брзина $3,6\text{ km/h}$, а второто со брзина $5,4\text{ km/h}$. Откако второто лице стигнало на крајот на патеката, одма се вратило назад. На кое растојание од почетокот на патеката ќе се сретнат двете лица и по колку време?
481. Патнички и брз воз тргнале истовремено во 5 часот од местото A во местото B . Брзиот воз во местото B стигнал во 17 часот, а

патничкиот воз во 20 часот. Во колку часот секој од возовите минал низ местото C кое се наоѓа меѓу A и B , ако брзиот воз низ местото C поминал два часа пред патничкиот воз?

482. Велосипедист растојанието од 110 km го поминал за 3 дена. Првиот ден велосипедистот поминал 5 km повеќе отколку вториот ден, а третиот ден поминал $\frac{3}{7}$ од вкупното растојание кое го поминал првите два дена. Колку километри поминувал секој ден велосипедистот?
483. Двајца велосипедисти се оддалечени еден од друг 1800 m и возе еден кон друг. Едниот велосипедист минува 3 m , а другиот 3 m во секунда. По колку секунди ќе се сретнат, ако:
- а) тргнат истовремено,
 - б) побрзиот велосипедист тргнува 80 секунди по поспориот велосипедист.
484. Велосипедист се качува на брдо со брзина 10 km/h , а се симнува на местото од кое тргнал со брзина 15 km/h . Разликата во времето на качување и симнување е 12 минути. Колку вкупно километри возел велосипедистот?
485. Растојанието од 6000 km авионот го прелетал за некое време. Ако секој час тој прелетувал 100 km повеќе, тогаш истото растојание ќе го прелетал за 2 часа помалку. За кое време авионот го прелетал наведеното растојание?
486. Три автомобили се движат по автопат во иста насока. Автомобилот B во моментот го претекнува автомобилот C , а автомобилот A е на 60 km пред нив. Ако A се движи со 90 km/h , B со 180 km/h и C со 150 km/h , по колку минути A ќе се наоѓа повторно на еднакви растојанија од ругите два автомобили?
487. Возејќи низводно по реката со чамец од местото A до местото B се стигнува за 3 часа, а возејќи со иста брзина узводно од B до A се стигнува за 4 часа и 30 минути. За кое време чамецот ќе стигне од местото A до местото B ако го носи само реката?
488. Поштар ја разнесува поштата возејќи се на велосипед. Од поштата до местото A има 48 km , при што првите 10 km патот е хоризонтален, потоа 10 km е угорнина, па 6 km повторно е хоризонтален пат и

остатокот од патот е удољнина. На рамниот дел брзината на поштарот е 8 km/h , а на угорнина е 3 km/h . Со која брзина поштарот вози на удољнина, ако за враќање од местото A до поштата му требаат $\frac{14}{5}$ часа повеќе отколку од поштата до местото A ?

489. Оддалеченоста на местата A и B е 60 km . Велосипедист тргнал од местото A во местото B и кога стигнал во местото B одма тргнал назад за местото A . По еден час возење од местото B застанал да се одмори, а по 20 минути одмор велосипедистот продолжил да вози со брзина поголема за 4 km/h , па така од местото B во местото A стигнал за еднакво време како кога возел од местото A за местото B . Со која брзина велосипедистот возел од местото A за местото B ?
490. Горјан со брзина $x \text{ m/s}$ се качувал по подвижни скали кои се движат према горе со брзина $y \text{ m/s}$ и за 30 секунди стигнал од подножјето до врвот на скалите. На врвот на скалите Горјан се свртел и со истата брзина $x \text{ m/s}$ почнал да се спушта надолу по скалите и така до подножјето стигнал за 90 секунди. За кое време Горјан ќе стигне од подножјето до врвот на скалите ако:
- а) скалите мируваат, а Горјан се качува по нив,
 - б) Горјан мирува, а скалите го возат до врвот?
- Претпоставуваме дека брзините цело време се постојани.
491. Од местото A кон местото B тргнал автобус возејќи со брзина од 40 km/h . По 15 минути возење автобусот се сретнал со автомобил кој се движел од местото B кон местото A со брзина од 50 km/h . По средбата двете возила го продолжиле патот, секое кон своето место. Кога автомобилот стигнал во местото A , се одморил 15 минути и продолжил да вози кон местото B , па така на 20 km од местото B го стигнал автобусот. Определи ја должината на патот од местото A до местото B .
492. Во 8 часот и 50 минути од Неготино за Скопје истовремено тргнале два автобуси и во истото време од Скопје за Неготино тргнал велосипедист. По патот велосипедистот го сретнал едниот автобус во 10 часот и 10 минути, а другиот во 10 часот и 50 минути. Со каква брзина се движел велосипедистот, ако растојанието од Неготино до Скопје е

100 километри и брзината на едниот автобус е $1\frac{5}{7}$ пати поголема од брзината на другиот автобус?

493. Двајца пешаци тргнале истовремено од местата A и B и се сретнале по 6 часа. Кога брзината на пешакот од местото A би била поголема за $0,25 \text{ km/h}$, а брзината на пешакот од местото B би била поголема за $0,75 \text{ km/h}$, пешаците би се сретнале 45 минути порано. Кога пешакот од местото B би тргнал во иста насока со пешакот од местото A , тогаш по 4 часа оддалеченоста меѓу нив би била за $\frac{1}{12}$ помала од оддажлеченоста меѓу местата A и B . Определи ја оддалеченоста меѓу местата A и B и брзината на секој од пешаците.
494. Во трка на 100 метри Ивана поминала низ целта кога Ана била 1 метар по неа, а Ана поминала низ целта кога Билјана била на 1 метар по неа. Кога Билјана поминала низ целта Виолета била на 1 метар по неа. Четирите натпреварувачки трчале секоја со своја константна брзина. Определи го растојанието до целта на Виолета кога Ивана поминала низ целта.
495. Турист го поминал патот од врвот A до врвот B и обратно за 6 часа и 16 минути одејќи по една иста патека. Патекаата имала угорнина, удолина и рамен дел. Тористот по угорнина се движел со брзина од 3 km/h , по удолина со брзина од 5 km/h и на рамниот дел од патеката со брзина од 4 km/h . Должината на патеката е 12 km . Определи ја должината на рамниот дел од патеката.
496. Две ниви со различни плоштини ги ораат два трактора, така што едната нива ја ора едниот, а другата нива ја ора другиот трактор. Плоштината на нивата која ја ора првиот трактор е за 4,8 хектари поголема од плоштината на нивата која ја ора другиот трактор. Откако првиот трактор изорал 80% од нивата, вториот 25%, на првиот трактор му останало да изора 3 хектари помалку отколку на вториот трактор. Определи ја плоштината на секоја нива.
497. За 6 дена тројца работници редат патека долга $202,8 \text{ m}$. Вториот работник реди $\frac{3}{25}$ повеќе од првиот, а третиот реди $\frac{1}{8}$ повеќе од вториот. Колку метри просечно редел секој работник?

498. Пабло со велосипед одел од местото A до местото B и без да застанува се вратил назад во местото A за $1\text{ h }45\text{ min}$. Кога одел од A кон B тој возел со брзина од 10 km/h , а на враќање секој километар го минувал за 2 min подолго време отколку на одење. Определи ја должината на патот меѓу местата A и B .
499. Велосипедист тргнал во 5 часот од местото A кон местото B со брзина 18 km/h . Час и половина покасно од местото A кон местото B тргнал моторциклист со брзина 45 km/h . Тој го стигнал велосипедистот и веднаш со истата брзина тргнал обратно. Во колку часот поторциклистот се вратил во местот A ?
500. Автомобил го поминал патот од градот A до градот B за $1\frac{1}{2}\text{ h}$. На враќање тој $\frac{2}{3}$ од патот го поминал со истата брзина, а преостанатиот дел од патот го поминал до брзина помала за 8 km/h и затоа патувал подолго 10 min . Определи ја должината на патот меѓу двата града.
501. Чамец изминува 80 km по течението на една река за $1\text{ h }40\text{ min}$ помалку отколку спроти течението на реката. Определи ја брзината на чамецот во мирна вода и брзината на реката, ако се знае дека брзината на реката е 5 пати помала од брзината на чамецот во мирна вода.
502. Автомобил се движи рамномерно од градот A до градот B кои се оддалечени 105 km и се враќа во A без да застанува. Половина час по тргнувањето на автомобилот (од градот A) од градот B за градот A тргнува велосипедист, кој исто така се движи рамномерно. Еден час по тргнувањето велосипедистот го сретнува автомобилот, а по $1\text{ h }40\text{ min}$ од тргнувањето автомобилот го стигнал велосипедистот. Определи ги брзините на автомобилот и велосипедистот.
503. Два моторциклисти патувале од градот A до градот B при што поминале низ селото C , кое е највисока точка меѓу градовите A и B . Растојанието од A до C е $2,4\text{ km}$, а растојанието од C до B е $7,2\text{ km}$. Првиот моторциклист возел побрзо од вториот при качувањето и пристигнал $1\text{ min }12\text{ s}$ пред него во селото C , од каде што слегол во B со брзина 1,5 пати поголема од брзината со која се искачл. Вториот моторциклист при слегување се движел два пати побрзо отколку при

качување и во B стигнал заедно со првиот. Со каккви брзини се движеле моторциклистите при качување и слегување?

504. Две тела A и B се на растојание 55 m едно од друго. Телото A почнува да се движи 2 s порано од телото B . Телата се стигнуваат по 45 s од тргнувањето на телото B ако се движат едно по друго, а се среќаваат по 5 s од тргнувањето на B ако се движат едно кон друго. Определи ги брзините на двете тела.

III.5. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

505. Група деца (повеќе од 29 и помалку од 40) одат во парови еден зад друг. Во секоја колона бројот на момчињата е еднаков на бројот на девојчињата. Определи го бројот на децата ако е познато дека бројот на истополовите парови е еднаков на бројот на мешаните парови?
506. Бројот на работниците во првата смена во една фабрика е еднаков на $\frac{7}{8}$ од бројот на работниците во втората смена. Ако од втората смена се преместат 60 работници во првата смена, тогаш во втората смена ќе има 2 работника помалку отколку во првата смена. Колку работници има во секоја смена.
507. На прославата на денот на независноста на Р. Македонија имало учесници од повеќе градови на Р. Македонија. Бројот на учесниците од Прилеп бил една петтина од вкупниот број учесници од Прилеп, Битола и Дебар. Бројот на учесници од Битола е неколку седмини од вкупниот број ученици од овие три града, а од Дебар учествувале 303 граѓани. Определи го вкупниот број учесници на прославата од овие три града.
508. Книга од 480 страници Ивана ја прочитала за неколку дена, читајќи секој ден еднаков број страници. Ако Ивана секој ден читала по 16 страници повеќе, тогаш книгата ќе ја прочитала 5 дена порано. За колку дена Ивана ја прочитала книгата?
509. Бројот на книгите на првата полица е за 32 помал од бројот на книгите на втората полица, а е за 6 помал од бројот на книгите на четвртата полица. Бројот на книгите на првата и третата полица заедно е два

пати помал од вкупнио број книги на втората и четвртата полица. Колку книги има на секоја полица, ако на втората полица има 20 книги повеќе отколку на третата полица?

510. Невенка прочитала една книга за 4 дена. Вториот ден прочитала 20% повеќе отколку првиот ден, но и секој следен ден читала 20% повеќе отколку претходниот ден. Колку страници има книгата, ако збирот на страниците кои Невенка ги прочитала првиот и четвртиот ден е за 11 поголем од збирот на страниците кои таа ги прочитала вториот и третиот ден?
511. Дактилограф пресметал дека подготовката на книгата ќе ја заврши три дена пред рокот ако секој ден подготвува две страници повеќе од предвиденото. Ако секој ден тој подготвува четири страници повеќе од предвиденото, тогаш подготовката ќе биде завршена пет дена пред рокот. Колку страници треба да подготви дактилографот и за кое време?
512. Алекса и Борис истовремено од иста куќа тргнале во исто училиште. Чекорот на Борис е 10% подолг од чекорот на Алекса, но тој за исто време прави 10% чекори повеќе од Алекса. Кој прв ќе стигне во училиштето?
513. Илина има грне со компот кој содржи плодови и сок. Откако Илина изела една третина од плодовите количеството на компотот се намалило за 20%. Колку проценти од компотот ќе остане откако Илина ќе испие една четвртина од компотот?
514. Во две чаши има еднакво количество кафе. Во првата чаша е турено пакување млеко и волуменот на кафето се зголемил за 10%. Од втората чаша е испиено половината кафе, а потоа се турени пакувања млеко така што волумените на белото кофе во двете чаши сега се еднакви. Колку пакувања млеко се турени во втората чаша?
515. На крајот на првото полугодие Коста и Борјан имале еднаков број отсуства. До крајот на учебната година Коста го зголемил бројот на отсуствата за 4 пати, а Борјан за x пати. Во табелата десно се покажани процентите на неоправданите отсуства. Определи го бројот x .

	Коста	Борјан	Двај. заедно
Полуг.	20%	15%	$a\%$
Година	10%	30%	$a\%$

516. Во две последователни години производството на една компанија се намалува за еден ист процент. На крајот од втората година се покажало дека вкупното намалување на производството е 51%. Колку проценти е намалувањето секоја година?
517. Во текот на месец август Иван и Петар решиле еднаков број задачи, Петар секој ден решавал еднаков број задачи. Иван првиот ден решил 16 пати помалку задачи од Петар, но секој следен ден решавал по една задача повеќе отколку претходниот ден. Колку задачи вкупно решило секое момче?
518. Милена и Симон вкупно имаат 75 ореви. Милена изела 6 од своите ореви и половината од преостанатите ореви му ги дала на Симон. Потоа Симон изел половина од оревите кои ги имал и и дал 6 ореви на Милена, по што Милена имала ореви колку што имала на почетокот. По колку ореви имале Милена и Симон на почетокот?
519. Во зоолошката градина еден мајмун дневно јаде 3 јаболка, 1 банана и 8 бомбони. Кога е погледен тој јаде 4 јаболка, 3 банани и 6 бомбони, а кога е најгладен јаде 5 јаболка, 3 банани и 6 бомбони. За неколку дена мајмуноот изел 20 плодови и 30 бомбони. Колку од изедените плодови се банани?
520. Во три вагони на еден воз има 162 патника. Притоа $\frac{3}{5}$ од бројот на патниците од првиот вагон, $\frac{3}{4}$ од бројот на патниците во вториот вагон и $\frac{1}{3}$ од бројот на патниците во третиот вагон се еден ист број. Колку патници имало во секој вагон?
521. Илија во определен период секој ден треба да сади еднаков број дрвја. Ако Илија дневно сади по 10 дрвја повеќе, тој дрвјата ќе ги засади 4,5 дена пред определениот период, а ако дневно сади по 5 дрвја помалку тој дрвјата ќе ги засади 3 дена по определениот период. Колку дрвја и за кој временски период треба да засади Илија?
522. Две конфекции во месец јануари заедно сошиле 720 одела. Во месец февруари првата го зголемила производството за 15%, а втората за 12% и двете заедно сошиле 819 одела. По колку одела сошила секоја конфекција во месец февруари?

III.4. ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

III.4.1. ЛОГИЧКИ ЗАДАЧИ

523. Во бројот 12345678901234567890...1234567890 кој има двеста цифри ги прецртуваме сите цифри кои се наоѓаат на непарни места. Од преостанатите цифри повторно ги прецртуваме сите цифри кои се наоѓаат на непарни места итн. Постапката ја продолжуваме се додека не остане една цифра. Која е таа цифра?
524. На лист се запишани броевите 1, 2, 3, 4, ..., 99, 100. Потоа се пречкртани сите цифри кои се деливи со 2 или со 3. Колку цифри останале непречкртани?
525. Збирот на датите на четири саботи во месец март е 58. Определи го збирот на датите на сите четвртоци во овој месец?
526. Во едно одделение учат 20 момчиња. Четиринаесет ученици имаат сиви очи, петнаесет имаат црна коса, седумнаесет тежат повеќе од 40 kg, а осумнаесет се повисоки од 160 cm. Докажи дека барем четири момчиња ги имаат сите наведени својства.
527. На тестот по математика се зададени 15 задачи. Цветко решил 10 задачи, Ристо решил 11 задачи, Иван решил 12 задачи и Зоран решил 13 задачи. Кој е најмалиот број задачи кои се решени од сите четворица?
528. На математичката олимпијада секое момче познава точно n девојчиња и секое девојче познава точно n момчиња. Докажи дека на олимпијадата учествувале еднаков број момчиња и девојчиња.
529. Во една кутија има бели, црвени и зелени топчиња. Од нив меѓу секои дваесет и шест топчиња има бело топче и зелено топче. Колку најмногу топчиња може да има во кутијата.
530. Итар Пејо лажел секој понеделник, вторник и среда, и зборувал вистина во останатите деновите од седмицата. Настрадаин Оца лажел секој четврток, петок и сабота и зборувал вистина во останатите денови од седмицата. Го сретнале дедо Иван, кој ги прашал – “Кој ден од седмицата е денес?” И двајцата одговориле: ”Вчера беше ден, во кој лажам”. Во кој ден од седмицата била средбата со дедо Иван?

531. Четири спортисти организирале натпревар во кревање маса. Првиот, третиот и четвртиот заедно кренале четири пати повеќе од вториот, вториот, третиот и четвртиот заедно кренале три пати повеќе од третиот, а првиот, вториот и третиот заедно кренале два пати повеќе од четвртиот. Кое место го освоил третиот натпреварувач?
532. Пабло има вага со два таса и тегови. На вагата истовремено може да се постави по еден предмет и по еден или неколку тегови.
- а) Какви може да бидат масите на предметите кои може да ги измери Пабло ако има тегови со маси 1 kg , 2 kg и 8 kg .
- б) Кои треба да се природните броеви a, b, c, d за да може Пабло да измери предмети со најголем број различни маси, ако располага со 4 тегови со маси $a\text{ kg}$, $b\text{ kg}$, $c\text{ kg}$, $d\text{ kg}$, $a < b < c < d$ и $a + b + c + d = 40$.
533. Баба Павлина има две тавчиња – единечно и тројно. Во единечното таа може да испржи една крофна за 1 минута и 20 секунди, а во тројното – три крофни за 3 минути. Кое е најмалото време кое и е потребно на баба Павлина за да испржи 2010 крофни?
534. Дадени се три мензури A, B и C , сите со волумен 100 ml . Мензурата A е полна со течност, а мензурите B и C се празни. На мензурата A има цртички кои означуваат 27 и 56 ml , на мензурата B цртички кои означуваат 12 и 45 ml , а на мензурата C цртички кои означуваат 19 и 30 ml . Во секој чекор се прелева или целата течност од една во друга мензура или дел од течноста при услов дека по прелевањето течноста барем во едната од двете мензури кои учествуваат во прелевањето е до некоја цртичка. Определи го најмалиот број прелевања така што ќе измериш 1 ml течност.
535. Располагаме со 4 монети од по 5 денари, 10 монети од по 2 денари и 20 монети од по 1 денар. На колку различни начини со дадените монети може да се плати сума од 20 денари?
536. На страните на коцка се запишани броевите 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Васко ги помножил броевите запишани на спротивните страни на коцката, ги собрал трите производи и го добил бројот 37. Кој број е запишан наспроти бројот 1.
537. Збирот на броевите на спротивните страни на коцката за играње е 7. Пабло ја тркала



коцката околу рабовите така што таа последователно има позиции A, B, C, D, E и F . Колку точки има на горната страна на коцката кога долната страна е во позиција F ?

538. Група програмери работата на заеднички проект, но во различни градови. За потребите на проектот потребно е во телефонски разговори да ги заменат пасвордите кои ги користат при изработката на проектот така што секој да има достап до она што другите го работат. Познато е дека секој програмер освен својот пасворд ги соопштува и сите други пасворди кои му се познати до тој момент.

а) Определи го минималниот број разговори кои треба да се направат за да може секој да располага со пасвордите на останатите колеги, ако групата има 4 програмери.

б) Дали се доволни 10 разговори за да може 7 програмери да ги разменат пасвордите?

в) Дали може n програмери да ги разменат пасвордите со $2n - 4$ пасворди?

539. За секоја низа од букви ќе велиме дека е збор. На пример, $УМУУММ$ е збор составен од три букви $У$ и три букви $М$ во кој може да се прочита $УМ$ на седум начини:

$\underline{УМУУММ}, \underline{УМУУ}ММ, \underline{УМУУМ}М, \underline{УМУУММ},$
 $УМ\underline{УУМ}М, УМУ\underline{УММ}, УМУ\underline{УММ},$

а зборот $МУ$ на два начина: $У\underline{МУУММ}, У\underline{МУУММ}$.

а) Дали постои збор од шест букви, кој содржи три букви $У$ и три букви $М$ во кој $УМ$ и $МУ$ да може да се прочитаат на еднаков број начини?

б) Од три букви $У$, три букви $М$ и три букви $А$ состави збор од девет букви во кој $УМ$ може на повеќе начини да се прочита од $МУ$, $МА$ може на повеќе начини да се прочита од $АМ$ и $АУ$ може на повеќе начини да се прочита од $УА$.

540. За еден природен број ќе велиме дека е прекрасен ако цифрите со кои е запишан може да се поделат во две групи со еднакви збирови. На пример, за бројот 44165 важи $4 + 6 = 1 + 4 + 5$, што значи дека тој е прекрасен. Определи го најмалиот прекрасен број N таков што и бројот $N + 1$ исто така е прекрасен.

III.2. ПРИНЦИП НА ДИРИХЛЕ

541. На турнир во ракомет учествувале 8 екипи, при што секоја екипа со секоја друга екипа игра по еден натпревар. Докажи дека во секој момент од турнирот постојат најмалку две екипи со еднаков број изиграни натпревари.
542. Во кутија се наоѓаат 10 црвени, 20 плави, 30 зелени и 40 жолти топки. Топките ги влечеме во темница. Колку топки најмалку треба да извлечеме за да бидеме сигурни дека меѓу нив има:
- а) барем 4 топки во иста боја;
 - б) по една топка од секоја боја;
 - в) не помалку од 6 плави топки?
543. Докажи дека помеѓу 12 природни броеви може да се најдат два чија разлика е делива со 11.
544. Во квадрат со должина на страна 5 cm на произволен начин се разместени 52 точки. Докажи дека постои квадрат со плоштина 1 cm^2 во кој се наоѓаат најмалку 3 од дадените точки.
545. Дадени се 2020 произволни природни броеви. Докажи дека измеѓу нив можеме да одбереме 2 чија разлика е делива со 2019?
546. Дадени се 1999 природни броеви. Докажи дека најмалку 1000 од овие имаат иста парност број.
547. Меѓу 100 природни броја постојат барем 34 броја кои при делење со 3 даваат ист остаток. Докажи!
548. Дадено е 999 прости броеви. Докажи дека барем 250 од нив завршуваат со иста цифра. Дали тврдењето важи и за 998 прости броеви.
549. Докажи дека од 6 произволни цели броеви можат да се изберат 2 чија разлика е делива со 5.
550. Страните и дијагоналите на конвексен шестоаголник се обоени со сина или црвена боја. Докажи дека може да се најде триаголник кај кој сите страни се обоени со иста боја.
551. Дадени се 7 отсечки од кои секоја е поголема 1 cm , а помала од 10 cm . Докажи дека меѓу нив постојат 3 отсечки од кои може да се состави триаголник.

552. Бела рамнина на произволен начин е попрскана со плава боја. Докажи дека во плаво-белата рамнина постојат две точки со иста боја плава или бела чие растојание е 1 cm .
553. Бела рамнина на произволен начин е попрскана со плава боја. Докажи дека во плаво-белата рамнина постои правоаголен триаголник чија хипотенуза е долга 1 cm , и сите темиња се обоени со иста боја.
554. Бела рамнина на произволен начин е попрскана со плава боја. Докажи дека во плаво-белата рамнина постои отсечка на која што средината е со иста боја, како што се и нејзините крајни точки.
555. Бела рамнина на произволен начин е попрскана со плава боја. Докажи дека во плаво-белата рамнина постои рамностран триаголник на кој сите три темиња се обоени со иста боја.
556. Несмасен ученик со мастило измачкал правоаголен лист хартија со следниве димензии $21\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ така што вкупната плоштина на сите настанати флеки е 314 cm^2 . Докажи дека на тој лист хартија постојат две точки, симетрични према една од симетралата на правоаголникот, кои се наоѓаат во неизмачканиот дел од хартијата.
557. Страните и висината на триаголникот ABC на произволен начин се обоени со плава или црвена боја. Докажи дека на цртежот на кој се гледаат темињата, подножните точки, висините и ортоцентарот, секогаш може да се види триаголник кај кој сите страни се со иста боја.
558. Неколку лаци на дадена кружна линија се обоени со плава боја, така што збирот на должините на сите обоени лаци е помал од половината периметар на кружницата. Останатите лаци се обоени со црна боја. Докажи дека постои дијаметар на кружницата чии две крајни точки се обоени со иста боја.
559. На државниот натпревар по математика учествувале 1995 ученици од 5 до 9 одделение. Секој натпреварувач е роден во една од следниве години: 2016, 2017, 2018, 2019 или 2020.
- а) Докажи дека постојат најмалку два ученика кои се родени во ист ден и иста година.
- б) Докажи дека постојат најмалку шест ученика кои се родени во ист ден и ист месец.

560. Шест кибритени дрвца се поставени во рамнината така што никои три не се сечат во една точка. Едно дрвце сече точно три од останатите пет дрвца, второ дрвце сече точно четири од останатите пет дрвца, а три од дрвцата сечат точно по пет дрвца. Колку пресечни точки со другите дрвца има шестото дрвце?

III.3. КОМБИНАТОРИКА

561. Колку триголници се определени со темињата на конвексен десет-аголник?

562. Определи го бројот на природните броеви n за кои важи

$$2019 < \sqrt{n} < 2020.$$

563. Определи го бројот на подредените парови природни броеви чиј збир е 18?

564. Определи го бројот на трицифрените броеви такви што збирот на тој број и бројот запишан со истите цифри, но во обратен редослед е делив со 5?

565. Колку трицифрени броеви може да се формираат само со непарните цифри? Определи го нивниот збир.

566. На четири картончиња се запишани цифрите 0, 1, 2, и 5. Колку четирицифрени броеви може да се формираат со помош на овие картончиња. Определи го нивниот збир.

567. Определи го бројот на трицифрените броеви кои се деливи со 3 и кои може да се запишат со помош на цифрите 1, 2, 3, 4, 5, при што цифрите може да се повторуваат.

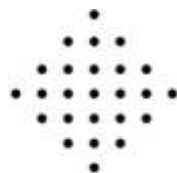
568. Определи го бројот на петцифрените броеви кои не се деливи со 10 и кои се запишани со цифрите 0, 1, 3, 5, 7, 9, а цифрите не се повторуваат.

569. Определи го бројот на четирицифрените броеви запишани со цифрите 0, 1, 3, 4, 6 и 7, кај кои цифрите се различни и во записот задолжително учествува цифрата 1.

570. Определи го бројот на четирицифрените броеви кај кои цифрата на илјадитите е еднаква на збирот од квадратите на останатите цифри.
571. Кои четирицифрени броеви се повеќе: оние кои може да се прикажат како производи на два двоцифрени броеви или оние кои не може да се прикажат како производи на два двоцифрени броеви?
572. Горјан ги запишал сите трицифрени броеви чија прва цифра е 1, 5 или 7, втора цифрат е 3, 4 или 9, а последната цифра е 0, 2, 6 или 8. Колку броеви запишал Горјан? Колку од овие броеви се деливи со 12.
573. Определи го бројот на нескратливите дробки чии броител и именител се природни броеви со збир еднаков на 2017.
574. Определи го бројот на четирицифрените броеви кај кои секои две соседни цифри се разликуваат за:
а) 1, б) 2, в) 3, г) 4.
575. Определи го бројот на четирицифрените броеви \overline{abcd} кои се деливи со 5 и се такви што \overline{abc} е делив со 4, \overline{ab} е делив со 3 и a е делив со 2.
576. Определи го бројот на природните броеви кои се помали од 2020 и чиј збир на цифри е еднаков на 9.
577. Определи го бројот на четирицифрените броеви \overline{xyzt} такви што $|x - y| + |z - t| = 1$.
578. На колку различни начини броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 можат да бидат распоредени во три групи така што збирот на броевите во секоја група да биде 15?
579. На шест картончиња се запишани цифрите 1, 1, 2, 2, 3 и 3, така што на секое картонче е запишана само по една цифра. Доротеј ги реди картончињата и формира различни шестцифрени броеви, така што не поставува картончиња со една иста цифра едно до друго. Колку различни шестцифрени броеви може да формира Доротеј?
580. Матеј составил тест со 5 задачи со различна тежина и решил да ги нумерира задачи за тестот со броевите од 1 до 5 така што ако за броевите i и j е исполнет условот $i - j \geq 3$, тогаш задачата на местото со број i е потешка од задачата на местото со број j . На колку начини може Матеј да ги нумерира задачите?

581. Десет ученици, кои седат околу тркалезна маса треба да изберат двочлена делегација меѓу себе за учество во градскиот празник на спортистите. На колку различни може да се избере делегацијата, ако во неа не треба да учествуваат ученици кои околу масата седат еден до друг?

582. Определи го бројот на квадратите чии темиња се во дадените точки.



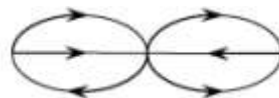
583. Должините на страните на еден триаголник изразени во сантиметри се природни броеви. Должините на двете страни се 5 cm и 8 cm . Колку вакви триаголници постојат?

584. Определи го бројот на различните триаголници чии должини на страни се цели броеви и чиј периметар е еднаков на 21.

585. Екипа по математика се состои од 4 девојчиња, кои се избираат со контролна работа меѓу 6 девојчиња од деветто одделение, 5 девојчиња од осмо одделение, 4 девојчиња од седмо одделение и 3 девојчиња од шесто одделение. На колку начини можедасе избере екипата ако не е составена само од девојчиња од едно одделение?

586. Определи го бројот на рамнокраките триаголници со координати на темињата цели броеви броеви по апсолутна вредност помали или еднакви на 3.

587. Пабло сака да ја нацрта фигурата прикажана на цртежот десно така што по секоја линија ќе помине само по еднаш и тоа во покажаните насоки и да не го подигнува моливот од листот. На колку различни начин може тоа да го направи?



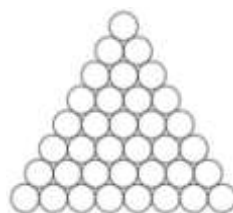
588. На една страна на ромбот се означени 8 плави точки, а на спротивната страна се означено 13 црвени точки. Секоја плава точка е поврзана со отсечка со секоја црвена точка. Колку парови од повлечените отсечки се сечат во внатрешноста на ромбот?

589. Кружница е поделена на пет еднакви лаци и секоја од делбените точки е означена со 1. Потоа секој лак е поделен на пет еднакви дела и

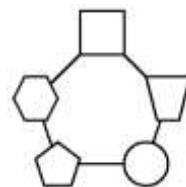
новите делбени точки се означени со 2. Потоа секој од добиените лаци е поделен на пет еднакви дела и новите делбени точки се означени со 3 итн. до добивање точки кои се означени со 5. Определи го збирот на броевите со кои се означени делбените точки.

590. На колку начини може да се обојат страните на коцка со користење на шест бои така што секоја страна да е обоена во точно една боја и да нема две страни обоени во иста боја. За две коцки ќе велиме дека се еднакво обоени, ако тие може да се постават во просторот така што нема да се разликуваат.

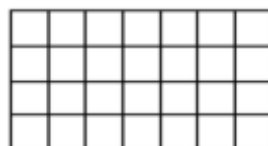
591. На цртежот десно е дадена пирамида од кругчиња. Обој го најголемиот можен број кругчиња така што секое обоено кругче да се допира до точно две обоени кругчиња. Боенето направи го најголемиот можен број различни начини. Две боенја се различни ако не може да се добијат едно од друго со ротација и/или превртување.



592. На колку начини секоја од петте фигури може да се обои во плаво, зелено или црвено така што секои две фигури кои се поврзани со отсечка да се обоени во различна боја?



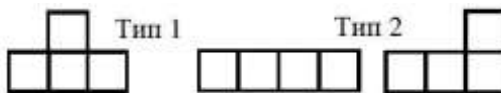
593. На цртежот десно е прикажана табла со димензии 4×7 , а на долните цртежи се прикажани петте видови тетрамина. Со кој вид тетрамина може дадената табла да се покрие без притоа тетрамината да се преклопуваат или излегуваат надвор од таблата.



594. Со фигурите даден на цртежот десно треба да се формира шаховска табла 8×8 така што ќе се употребат најмалку можен број фигури од третиот вид, т.е. квадрат 2×2 . Определи го најмалиот можен број на употребени фигури 2×2 при формирање на шаховската табла на саканиот начин.



595. Располагаме со фигури од тип 1 и тип 2 (фигурите од тип 2 се два вида). Табла со димензии 8×8 е поделена на 64 единечни квадратчиња и е покриена без преклопување со m ($m \geq 1$) фигури од типот 1 и вкупно $16 - m$ фигури од типот 2. Определете ја најмалата можна вредност за m .



596. На шаховски турнир биле одиграни вкупно 66 партии. Колку шахисти учествувале на турнирот, ако секој од нив изиграл со секој од нив точно по една партија?
597. По завршувањето на шаховскиот турнир, на кој секој шахист одиграл по една партија со секој од останатите шахисти, се констатирало дека секој играч половина од своите поени ги освоил во партиите со последните тројца пласирани играчи на турнирот. Колку шахисти учествувале на турнирот? (Според шаховските правила, за победа се добива 1 поен, за нерешен резултат по 0,5 поени, а за пораз се добиваат 0 поени.)
598. Десет фудбалски тимови играат секој против секој од преостанатите тимови по еден натпревар. Победникот добива 3 бода, поразениот 0 бодови, а при нерешен резултат двата тима добиваат по 1 бод. Вкупниот број на освоени бодови е еднаков на 125. Колку натпревари завршле нерешено:
599. На фудбалски турнир учествуваат 15 тимови. На секој натпревар за победа се добиваат 3 бода, за пораз – нула бодови и за нерешен резултат – по 1 бод. Рангирањето е според бројот на освоени бодови. Во првата етапа на турнирот тимовите играат секој со секој по два натпревари. Во втората етапа првите шест тима формираат група А, а следните 9 тима група В. Во секоја од двете групи тимовите играат уште по два натпревари меѓу себе. Бодовите од двете етапи се собираат. На првите места во двете групи се пласирани по еден тим. Определете ја најголемата можна разлика на освоени бодови на овие два тиме,
600. Мартин нема пари. Тој и баба му ја играат следнава игра: Мартин брои од 1 до 100, така што секогаш кога ќе стигне до број кој завршува или е делив со 6, баба му мо дава 1 евро, а кога ќе стигне до

број кој завршува или е делив со 8, Мартин на баба му и дава 1 евро. Колку пари добил Мартин на крајот од играта?

601. Дадени се 2014 различни ненулни броеви $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$, како и производите на сите парови соседни броеви $a_1 a_2, a_2 a_3, \dots, a_{2013} a_{2014}$. Кој е најголемиот можен број негативни броеви меѓу дадените 4027 броеви?
602. Во секое теме на n -аголник е поставена по една монета. Во секој чекор се избираат две мнети и секоја од нив се преместува во соседно теме. Дали е можно сите монети да се соберат во едно теме, ако:
- а) $n = 2011$, б) $n = 2010$, в) $n = 2012$.
603. Точките $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, $n \geq 6$ се распоредени на кружница. Во точката A_1 е запишан бројот -1 , а во останатите точки е запишан бројот $+1$.
- а) Во еден чекор е дозволено да се сменат знаците на броевите истовремено во шест последователни точки. Дали е можно за $n = 12$ по определен број такви чекори во точката A_3 да се добие бројот -1 , а во останатите точки да биде бројот $+1$?
- б) во еден чекор е дозволено да се сменат знаците на броевите во три последователни точки. Дали е можно за $n = 2010$ по определен број такви чекори во точката A_2 да се добие бројот -1 , а во останатите точки да биде бројот $+1$?
604. Дадена е подредената четворка позитивни броеви (a, b, c, d) . Од неа се добива втора четворка (ab, bc, cd, da) . Од втората четворка на истиот начин се добива трета четворка итн.
- а) Дали на опишаниот начин може да се добие подредената четворка $(48, 64, 256, 576)$, ако бројте на почетната четворка се природни?
- б) Дали на опишаниот начин може да се добие подредената четворка $(120, 750, 6750, 1080)$, ако броевите на почетната четворка се заемно прости природни броеви?
- в) Определи ги сите четворки (a, b, c, d) , од кои според даденото правило по неколку четворки повторно се добива четворката (a, b, c, d) .

III.4. ТАБЕЛИ И МАГИЧНИ ФИГУРИ

605. Во табела со m реда и n колони последователно се запишани броевите $1, 2, 3, 4, \dots, mn$. Бројот 100 е во десеттиот ред, а бројот 150 е во последниот ред. Колку вакви табели се можни?

606. Марија треба да ја дополни табелката дадена на цртежот десно така што во секој ред и во секоја колона да има по една нула, по една единица и по две двојки. На колку начини може Марија да ја дополни табелата?

2	0	1	2
0			
1			
2			

607. а) Определи го множеството S од цели броеви x за кои важи $-4 \leq x < 12$.

б) Во квадратот 4×4 се запишани осум од тие броеви. Запиши ги преостанатите осум броеви од множеството S такак што ќе добиеш магичен квадрат.

-1			-4
	1		
0	5	6	
11			8

608. Четири природни броја се запишани во квадратчињата на табелата така што нивните производи по редици и колони е еднаков на 2018. Определи го најголемиот можен збир на броевите запишани на една дијагонала.

609. Пополни ја табелата прикажана на цртежот десно, така што во секој ред и секоја колона точно по еднаш ќе бидат запишани броевите 1, 2, 3, 4, 5, и 6.

Колку различни начини на пополнување постојат:

1	2				
	5				4
		4			
3				4	
	3	1			5
2			1		3

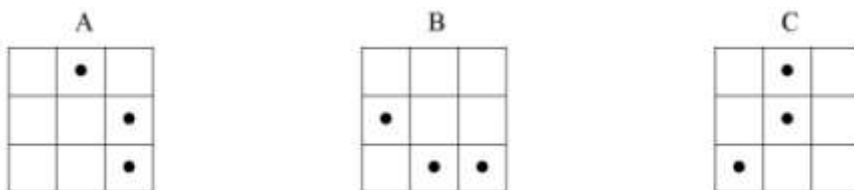
610. Во магичниот квадрат прикажан на цртежот десно збирот на броевите запишани во секој ред, во секоја колона и на секоја дијагонала е еднаков. Определи го бројот x .

20	15	
	x	21

611. Во три полиња на квадратната табела на цртежот десно треба да се стават точки. Две пополнети табели се еквивалентни ако едната може да се добие од ругата со примена на една или повеќе од следните две операции:

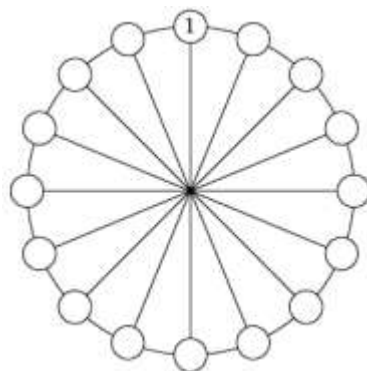
- ротација на табелата за агол од 90° ,
- превртување на табелата.

На пример, табелите *A* и *B* се еквивалентни меѓу себе, но не се еквивалентни на табелата *C*.



Определи го бројот на нееквивалентните табели.

612. Определи ги сите начини на кои во празните кругчиња на кружницата може да се запишат броевите 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 и 16 така што:



- а) секој број да не надминува 56% од збирот на соседните два броја,
- б) збирот на секои два броја поврзани со отсечка е еднаков.

613. Калина ги запишала броевите во табелата десно и почнала да се движи од полето 1, така што може да преминува само во соседно поле (соседни се полиња кои имаат заедничка страна). Таа ги обиколила сите полиња и излегла од полето со број 1 така што во секое поле од 1 до 9 билатолку пати колку што е бројот на полето. Колку пати била во полето со број 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

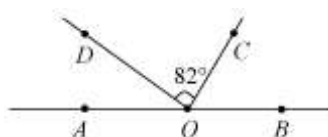
III.5. ГЕОМЕТРИЈА

III.5.1. ОТСЕЧКИ И АГЛИ

614. На координатна оска со почеток O се избрани точки P, R и S такви што $\overline{OP} = 70\text{ mm}$, $\overline{OR} = 0,2\text{ dm}$, $\overline{RS} = 5\text{ cm}$ и точката T е средина на отсечката PS . Определи ги координатите на точките S и T . Разгледај ги сите случаи.

615. Нека a, b, c се три различни прави во рамнината со својство: секоја четврта права d која лежи во истата рамнина или ги сече сите три прави или не сече ниту една од трите прави. Во каков однос се правите a, b, c .
616. На отсечката AB се дадени 10 точки, такви штип две по две се симетрични во однос на средината на отсечката AB . Било кои 5 од овие точки да ги означиме со C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 , а останатите со D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 . Докажи дека збирот на растојанијата на точките C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 до точката A е еднаков на збирот на растојанијата на точките D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 до точката B .

617. На цртежот десно важи $\angle COD = 82^\circ$.
Опреди ја големината на аголот формиран од симетралите на $\angle COA$ и $\angle BOD$.



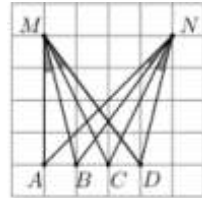
III.2. ТРИГОЛНИК

618. Точките A, B, C припаѓаат на кружницата k . Должините на лаците AB, BC, CA се однесуваат како $7:5:6$. Опреди ги аглие на триаголникот ABC .
619. Во правоаголен $\triangle ABC$ со хипотенуза AB и $\overline{BC} > \overline{AC}$, аголот меѓу симетралата на аголот и тежишната линија повлечени од темето C е еднаков на $\frac{1}{5}$ од тапиот агол меѓу симетралите на $\angle A$ и $\angle B$. Опреди ги острите агли на овој триаголник.
620. Симетралите на двата внатрешни агли α и β се сечат под агол кој е еднаков на $\frac{3}{2}$ од третиот агол γ на триаголникот. Опреди го аголот γ . (Разгледувај го поголемиот агол определен со симетралите.)
621. Во правоаголен триаголник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) тежишната линија CM ($M \in AB$) е еднаква на катетата BC . Отсечката AK ($K \in BC$) е симетрала на $\angle BAC$. Опреди го $\angle BAK$.

622. Во остроаголен триаголник ABC висините AH ($H \in BC$) и CD ($D \in AB$) се сечат во точката K . Определи го $\angle DMH$, ако M е средина на AK и $\angle ABC = 72^\circ$.

623. Во квадратна мрежа како на цртежот десно се означени точките A, B, C, D, M, N . Определи го збирот

$$\angle AMB + \angle ANB + \angle CMD + \angle CND.$$



624. Во триаголникот ABC отсечката AP е симетрала на $\angle BAC$, ($P \in BC$). Ако $\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PC}$, определи го аголот $\angle ACB$.

625. Аглите во темињата A, B, C на триаголникот ABC се однесуваат како $5:3:4$, соодветно. Точката M припаѓа на страната AC на триаголникот и е таква што растојанието од неа до страната AB е четири пати помало од страната AB . На отсечката BM е избрана точка P таква што $\overline{AM} = \overline{BP}$. Ако AH е висината во триаголникот ABC ($H \in BC$), определи го $\angle MHP$.

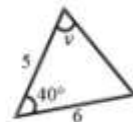
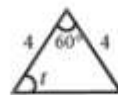
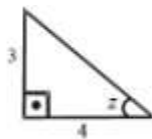
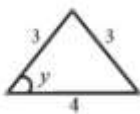
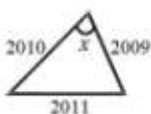
626. Должините на страните на еден триаголник се природни броеви и нивниот производ е еднаков на 80. Кои од броевите 13, 15, 19, 20 и 24 може да бидат негов периметар?

627. Должините на две страни на триаголник се 4 cm и 10 cm . Нека должината на средната линија паралелна на третата страна е еднаква на x сантиметри. Определи ја вредноста на x ако таа е цел број.

628. Седум кибритени чкорчиња (полните отсечки) со една иста должина се поставени како што е прикажано на цртежот десно. Испрекинатите отсечки се продолженија по права линија на соодветните чкорчиња. Опредли ги аголот α .



629. Разгледај ги триаголниците прикажани на долните цртежи:



Кои од наведените неравенства не се точни:

$$x > t > y, \quad 60^\circ \leq t < v, \quad y + t < 120^\circ < v + x,$$

$$45^\circ < z < 60^\circ, \quad v - z > 65^\circ - t.$$

630. Во триаголникот ABC важи $\angle B = 15^\circ$ и $\angle C = 30^\circ$. Нормалата од темето A на страната AB ја сече страната BC во точката D . Докажи дека $\overline{BD} = 2\overline{AD}$.
631. Во правоаголен триаголник ABC , со прав агол во темето C се повлечени симетралите на $\angle BAC$ и $\angle ABC$. Нека D и E се пресечните точки на овие симетрали со спротивните страни BC и AC , соодветно. Од точките D и E се повлечени нормали на хипотенузата AB и нека N и M се соодветно нивните пресечни точки со хипотенузата AB . Определи го $\angle MCN$.
632. Докажи дека во правоаголен триаголник симетралата на правиот агол е истовремено и симетрала на аголот кој го формираат тежишната линија и висината повлечена од темето на правиот агол.
633. Во рамнокрак триаголник ABC аголот при врвот C е помал од 60° . Од темњата A и B се повлечени нормали кон спротивните страни. Нека O е пресекот на овие нормали, а O' е симетричната точка на точката O во однос на основата AB . Определи го $\angle O'AC$.
634. Даден е рамнокрак триаголник ABC , $\overline{AB} = \overline{AC}$. Нека точката E е пресекот на симетралата на $\angle ABC$ и кракот AC , а точката D е подножје на висината повлечена од темето A на основата BC . Определи ги внатрешните агли на $\triangle ABC$ ако $\overline{BC} = 2\overline{AD}$.
635. Во триаголник ABC за должините на страните a, b, c важи $a + b = 2c$, $a > b$. Од темето C се повлечени висината CD и тежишната линија CE . Докажи дека $\overline{DE} = a - b$.
636. Даден е триаголник ABC и точка D на страната BC таква што $\overline{DC} = 2\overline{BD}$. Определи ги $\angle BAC$ и $\angle ACB$, ако $\angle ABC = 45^\circ$ и $\angle ADC = 60^\circ$.

637. Во триаголникот ABC центрите на опишаната и впишаната кружница се заемно симетрични точки во однос на страната AB . Определи ги внатрешните агли на триаголникот ABC .
638. Во кружница со радиус r и центар во точката S е впишан рамностран триаголник ABC . Докажи дека симетралите на отсечките SA и SB ја делат страната AB на три еднакви дела.
639. Надворешниот агол при основата на рамнокрак триаголник се однесува спрема надворешниот агол при врвот на триаголникот како $29:32$. Определи ги внатрешните агли на овој триаголник.
640. Во $\triangle ABC$ важи $\angle BAC = 42^\circ$. Нормалата на симетралата на внатрешниот $\angle BAC$ ја сече правата BC во точка M таква што $\overline{BM} = \overline{AB} + \overline{AC}$, при што точката C лежи меѓу точките B и M . Определи ги останатите два агли на $\triangle ABC$.
641. Даден е рамнокрак триаголник ABC , $\overline{AC} = \overline{BC}$. Нормалата од темето A на кракот BC го дели аголот $\angle BAC$ на два агли чија разлика е 30° . Определ ги аглиите на триаголникот ABC .
642. Во триаголникот ABC симетралата на аголот $\angle BAC$ ја сече страната BC во точката D . На страната AC е земена точка E таква што $\angle EDC = \angle BAC$. Докажи дека $\overline{BD} = \overline{ED}$.
643. Во рамнокрак триаголник ABC точката M е средина на основата AB . Нека N е точка од кракот BC таква што $MN \perp BC$ и нека точката S е средина на отсечката MN . Докажи дека $AN \perp CS$.
644. Даден е рамностран триаголник ABC и точка O во неговата внатрешност. Низ точката O се повлечени прави паралелни на страните на триаголникот, така што правата паралелна со страната AB ја сече страната BC во точката A_1 , правата паралелна со страната BC ја сече страната AC во точката B_1 и правата паралелна со страната AC ја сече страната AB во точка C_1 . Докажи дека
- $$\overline{OA_1} + \overline{OB_1} + \overline{OC_1} = \overline{AB}.$$
645. Во разностран триаголник ABC точката P е средина на страната AB . Правата p која минува низ точката P е паралелна со симетралата на

$\angle ACB$ и ја сече правата BC во точката D , а правата AC во точката E . Докажи дека триаголникот CDE е рамнокрак.

646. Даден е рамнокрак триаголник ABC , $\overline{AC} = \overline{BC}$. На продолжението на страната AB преку темето A земена е точка D , а на продолжението на истата страна преку темето B земена е точката E така што $\overline{AD} = \overline{AC}$ и $\overline{BE} = \overline{BC}$. На продолжението на страната AC преку темето A земена е точка F таква што $\overline{AF} = \overline{AB}$. Ако $\angle DCE - \angle AFB = 120^\circ$ определи ги аглиите на триаголникот ABC .
647. Во триаголникот ABC се дадени тежишните линии AD и BE . Ако $\angle BAD = \angle ABE = 30^\circ$, докажи дека триаголникот ABC е рамностран.
648. Вертикален столб со висина 6 m прави сенка долга 3 m . Истовремено сенката на вертикален стап е долга $0,5\text{ m}$. Колкава е должината на стапот?
649. Висините на остроаголниот триаголник ABC се сечат во точката O и притоа важи $\overline{OC} = \overline{AB}$. Определи го $\angle ACB$.
650. Во секој триаголник ABC растојанието од ортоцентарот до темето A е еднакво на двократната вредност на растојанието од центарот на опишаната кружница околу триаголникот до страната BC . Докажи!
651. Во кружница со радиус r е впишан рамностран триаголник ABC . Докажи дека страната на триаголникот го дели дијаметарот на кружницата кој на неа е нормален на два дела такви што едниот е три пати подолг од другиот.
652. Даден е остроаголен триаголник ABC . Точката D е подножје на висината повлечена од темето C кон страната AB , а точката E е подножје на висината повлечена од темето A кон страната BC . Докажи дека $\angle CAE + \angle ACD = \angle ABC$.
653. Висините AD ($D \in BC$), BE ($E \in AC$), CF ($F \in AB$) на остроаголниот триаголник ABC се сечат во точка H . Средините на отсечките AB, CH, MN се точките M, N, P , соодветно.
- а) Докажи дека $\angle MNE$ е прав.
- б) Ако $\angle ACB + \angle EPD = 150^\circ$, определи го $\angle ACB$.

654. Даден е остроаголен разностран триаголник ABC таков што $\angle ACB = 45^\circ$. Точката N е пресек на нормалата повлечена од темето B на страната AC , а точката P е пресек на нормалата повлечена од темето A на страната BC . Нека M е средината на страната AB . Докажи дека триаголникот NMP е рамнокрак и правоаголен.

III.3. ЧЕТИРИАГОЛНИК

655. Правоаголник со должини на страни 22 cm и 23 cm е расечен на n квадрати чии должини на страни изразени во сантиметри се природни броеви. Определи ја најмалата можна вредност на n .

656. На страните AB и BC на паралелограмот $ABCD$, во надворешноста на паралелограмот, се конструирани квадрати $ABKL$ и $BCMN$. Определи го $\angle DML$.

657. Дијагоналата на рамнокрак трапез е еднаква на збирот на неговите основи. Определи го аголот меѓу дијагоналите на трапезот.

658. Даден е ромб $ABCD$ со остар агол $\angle BAD \neq 60^\circ$ и во истата полурамнина во однос на правата AD е конструиран рамностран триаголник AMD . Определи го $\angle BMC$.

659. За четириаголникот $ABCD$ е познато дека $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle DAC = 40^\circ$ и $\angle DAB = 100^\circ$. Дијагоналите на четириаголникот се сечат во точката O и $\angle BOC = 100^\circ$. Определи го $\angle BDC$.

660. Периметарот на рамнокрак трапез е еднаков на петкратната вредност на должината на пократката основа, а дијагоналата на трапезот го полови остриот агол на тој трапез. Определи ги аглите на овој трапез.

661. Даден е квадрат со должина на страна 1 cm и точка A оддалечена $2,5\text{ cm}$ од центарот на квадратот. Докажи дека не постои ротација на овој квадрат околу некое негово теме таква што некое од темињата се совпадне со точката A .

662. На страните AB, BC, CD, DA на паралелограмот $ABCD$ земени се точки K, L, M, N , соодветно и важи

$$\overline{AK} : \overline{KB} = \overline{BL} : \overline{LC} = \overline{CM} : \overline{MD} = \overline{DN} : \overline{NA} = k \neq 0.$$

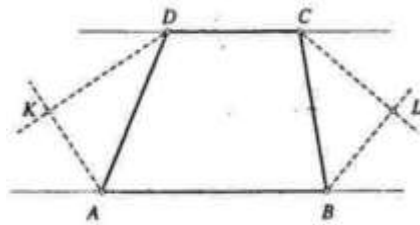
Докажи дека четириаголникот $KLMN$ е паралелограм.

663. Даден е трапез $ABCD$ со основи AB и CD . Нека точките M и N се средини на AB и CD , соодветно. Докажи дека правите AD, BC и MN се сечат во една точка.
664. Во трапезот $ABCD$ важи $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ABC = 41^\circ$ и $\angle ADC = 98^\circ$. Која страна на трапезот е со поголема должина AD или CD ?
665. Низ секое теме на триаголникот ABC е повлечена права паралелна со спротивната страна. На добиената фигура може да се забележат неколку паралелограми. Збирот на периметрите на така добиените паралелограми е 60 cm . Определи го периметарот на триаголникот ABC .
666. Четириаголникот $ABCD$ е централно симетричен. Периметарот на $ABCD$ е 12, а должината на едната негова страна е 3. Докажи дека $ABCD$ е ромб.
667. Во трапезот $ABCD$ кракот AD е нормален на основата AB , а кружницата со дијаметар BC ја сече основата AB во точка H , а кракот AD во точките E и F . Докажи дека:
- $\overline{AH} = \overline{CD}$,
 - $\triangle ABE \sim \triangle DEC$.
668. Докажи дека средините на страните на ромбот се темиња на правоаголник.
669. Должината на отсечката која ги поврзува средините на основите на трапезот е еднаква на полуразликата од должините на основите. Определи го збирот на аглиите при поголемата основа на овој трапез.
670. Даден е квадрат $ABCD$. На страната BC е земена точка E различна од точките B и C . Симетралата на аголот $\angle DAE$ ја сече страната CD во точка F . Докажи дека $\overline{AE} = \overline{FD} + \overline{BE}$
671. Даден е квадрат $ABCD$ и O е пресекот на неговите дијагонали. На страната BC е избрана точка M , а на страната CD точка N така што $\overline{BM} = \overline{CN}$. Отсечките AM и BN се сечат во точката P . Докажи дека правата PO е симетрала на $\angle APN$.

672. Над страните AC и BC на рамностраниот триаголник ABC од надворешната страна се нацртани квадрати $ACMN$ и $BPCQ$. Правата која минува низ точката B и центарот на квадратот $ACMN$ ја сече правата PM во точка D . Докажи дека триаголникот BPD е рамнокрак.

673. Даден е рамнокрак триаголник ABC . На продолжението на кракот CA преку темето A е земена точка D , а на кракот BC точка E така што $\overline{AD} = \overline{BE}$. Докажи дека основата AB ја поливи отсечката DE .

674. Симетралите на надворешните агли на трапезот $ABCD$ при темињата A и D се сечат во точката K , а симетралите на надворешните агли при темињата B и C се сечат во точката L (цртеж десно). Притоа важи $\overline{KL} = 13\text{ cm}$. Определи го периметарот на трапезот $ABCD$.

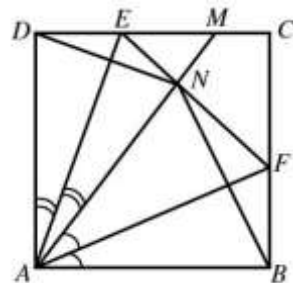


675. Даден е паралелограм $ABCD$ таков што $\overline{AB} = 2\overline{BC}$. Ако точката M е средина на страната AB , тогаш $CM \perp DM$. Докажи!

676. Даден е правоаголник $ABCD$, $\overline{AB} > \overline{BC}$. Симетралата на аголот при темето B ја сече дијагоналата AC во точката E , а правата AD во точката F . Низ точката E е повлечена права паралелна на страната AB која ја сече дијагоналата BD во точката M . Докажи дека $FM \perp AC$.

677. Во рамнокрак трапез $ABCD$ дијагоналата AC е симетрала на $\angle BAD$. Ако $\overline{CD} = 6,1\text{ cm}$, а периметарот на трапезот е $28,3\text{ cm}$, определи ја должината на основата AB .

678. Даден е квадрат $ABCD$. На страната BC е земена точка F , а на страната CD се земени точки E и M такви што $\angle BAF = \angle MAF$ и $\angle DAE = \angle MAE$. Ако AM ја сече EF во точка N , определи го $\angle DNB$.

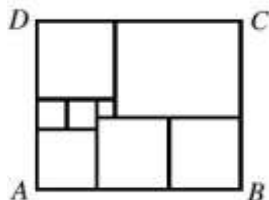


679. Над страната AB на квадратот $ABCD$ е

конструиран рамностран триаголник ABE . Определи го $\sphericalangle DEC$.

680. Даден е квадрат $ABCD$. На страната BC е земена точка M , а на страната CD точка N такви што $\sphericalangle AMB = \sphericalangle AMN$. Определи го $\sphericalangle MAN$.

681. На цртежот десно е прикажан правоаголник $ABCD$, кој е поделен на осум квадрат. Познато е дека $\overline{AB} = 32\text{ cm}$. Определи го периметарот на овој правоаголник.



III.4. ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА

682. Во триаголник со периметар 210 cm долините на страните се однесуваат како $3:5:7$. Определи ги должините на страните на овој триаголник. Дали овој триаголник е правоаголен?

683. Квадрат со должина на страна 4 cm е поделен на 16 квадратчиња со должина на страна 1 cm . Ги разгледуваме сите отсечки со крајни точки во две различни темиња на некои од малите квадратчиња. Определи го бројот на различните должини на овие отсечки?

684. На правата p се дадени точки A, B, C, D такви што $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$. Над отсечките AC и CD од иста страна се конструирани рамностранни триаголници ACE и CDM . Докажи дека триаголникот BEM е рамностран.

685. Дадена е отсечка AB , $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ и на неа точка M . Над отсечките AM и MB , од различни страни на правата AB , се конструирани рамностранни триаголници AMC и MBD . Определи ја плоштината на четириаголникот $ABCD$.

686. На страните AB и BC на квадратот $ABCD$ соодветно се дадени точки M и N такви што $\overline{AM}:\overline{MB} = 2:1$, $\overline{BN}:\overline{NC} = 3:1$ и $\overline{MN} = 1\text{ cm}$. Определи ги периметарот и плоштината на квадратот $ABCD$.

687. Даден е квадрат $ABCD$ со должина на страна 20 cm . Нека P, Q, R, S се точки соодветно од страните AB, BC, CD, DA такви што

$$\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{BQ} : \overline{QC} = \overline{CR} : \overline{RD} = \overline{DS} : \overline{SA} = 1 : 3.$$

Правите AR , BS , CP и DQ се сечат во точките K, L, M и N . Докажи дека точките K, L, M и N се темиња на квадрат и определи ја неговата плоштина.

688. Во правоаголен триаголник должините на тежишните линии кои соодветствуваат на катетите се 8 cm и 6 cm . Определи ја должината на хипотенузата на овој триаголник.
689. Над страните на рамнокрак правоаголен триаголник, со катета a , од во надворешноста на триаголникот се конструирани квадрати. Центрите на овие квадрати се темиња на триаголник. Определи ја плоштината на овој триаголник.
690. Во правоаголен триаголник ABC должините на тежишните линии кои соодветствуваат на катетите се $2\sqrt{13}$ и $\sqrt{73}$. 6 cm . Определи ја должината на хипотенузата на овој триаголник.
691. Определи ја должината на радиусот на впишаната кружница во рамнокрак триаголник, ако должината на основата на триаголникот е 10 cm , а должината на неговиот крак е 13 cm .
692. Во рамнокрак трапез дијагоналата со кракот формира прав агол. Определи ја плоштината на трапезот ако должината на дијагоналата е 20 cm , а должината на кракот е 15 cm .
693. Во правоаголен триаголник ABC со прав агол во темето C важи $\overline{AB} = 3$ и $\overline{AC} = 1$. На страната BC е земена точка M таква што $\overline{BM} : \overline{MC} = 1 : 7$. Која отсечка има поголема должина BC или AM ?
694. Нека $\overline{CD} = 20\text{ cm}$ е тежишната линија која соодветствува на хипотенузата AB на правоаголниот триаголник ABC , Во точката D е повлечена нормала на хипотенузата која катетата AC ја сече во точка E . Ако $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ определи ги должините на катетите на $\triangle ABC$.
695. Нека h е должината на висината CD која соодветствува на хипотенузата AB на правоаголниот триаголник ABC и нека $\overline{AD} = p$ и $\overline{BD} = q$. Докажи дека $pq = h^2$.

696. Нека a, b, c се должините на страните BC, CA, AB на триаголникот ABC , $\sphericalangle A = 60^\circ$. Докажи дека $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.
697. Даден е триаголник ABC таков што должината на AB е еднаква на должината на страна на рамностран триаголник впишан во кружница k со радиус r , должината на BC е еднаква на должината на квадрат впишан во кружницата k и должината на CA е еднаква на должината на правилен шестаголник впишан во кружницата k . Изрази ги должините на страните на триаголникот ABC преку r . Докажи дека триаголникот ABC е правоаголен.
698. Во рамнокрак триаголник должината на висината на основата е 6 cm . Определи ги должините на страните на овој триаголник ако неговиот периметар е 20 cm .
699. Во правоаголен триаголник едниот остар агол е еднаков на 15° . Определи го односот на должината на хипотенузата и висината повлечена од темето на правиот агол.
700. За триаголникот ABC важи $a = 20\text{ cm}$, $b = 15\text{ cm}$, $\alpha - \beta = 90^\circ$. Определи ја должината на страната AB .
701. Даден е правоаголник $ABCD$. Нека точката M е средината на страната AB , а точката E е пресекот на дијагоналата AC и отсечката DM . Определи го аголот $\sphericalangle CED$ ако $\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$.
702. Даден е правоаголен триаголник ABC таков што $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ и $\sphericalangle BAC > \sphericalangle ABC$. На продолжението на страната AC преку темето C е избрана точка D таква што $\overline{BC} = \overline{CD}$. Ако точката E е пресек на страната BC и нормалата од точката D на страната AB , тогаш триаголникот ACE е рамнокрак правоаголен. Докажи!
703. Во остроаголен триаголник ABC познати се должините на страните $b = 17\text{ cm}$, $a = 39\text{ cm}$ и должината на висината повлечена на страната AB , т.е. $h_c = 15\text{ cm}$. Определи го периметарот на овој триаголник.
704. Даден е триаголник ABC таков што
- $$\sphericalangle CAB = 60^\circ, \sphericalangle ABC = 45^\circ \text{ и } \overline{BC} = 10\sqrt{3}.$$

Опреди го растојанието од темето A до ортоцентарот на триаголникот ABC .

705. Даден е триаголник ABC таков што $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$ и $\sphericalangle ABC = 120^\circ$. Симетралата на $\sphericalangle ABC$ ја сече страната AC во точката D . Опреди ја должината на отсечката BD .
706. Во рамнокрак правоаголен триаголник впишан е правоаголник така што двете темиња припааат на хипотенузата, а другите две на катетите. Опреди го периметарот на правоаголникот ако неговите страни се однесуваат како $5:2$, а должината на хипотенузата е 45 cm .
707. Должините на страните на правоаголен триаголник се природни броеви. Опреди го периметарот на оној правоаголен триаголник кој има најкратка хипотенуза, ако должината на едната катета е 21 .
708. Висината над хипотенузата на правоаголниот триаголник ја дели хипотенузата на отсечки со должини 9 cm и 16 cm . Од темето на поголемиот од острите агли е повлечена права низ средината на дадената висина. Опреди ја должината на делот од правата кој се наоѓа во внатрешноста на триаголникот.
709. Во правоаголен триаголник ABC , ($\sphericalangle C = 90^\circ$) висината CH ($H \in AB$) минува низ средината на симетралата AL ($L \in BC$) и важи $\overline{BL} = 6\text{ cm}$. Опреди ја должината на катетата BC .
710. Даден е правоаголен триаголник ABC со хипотенуза AB , $\overline{AB} = c$ и аголот при темето C е шест пати поголем од аголот при темето A . Изрази ја должината на висината повлечена кон хипотенузата преку должината на хипотенузата c .
711. Периметарот на $\triangle ABC$ е еднаков на 13 cm . Низ темето A се повлечени нормали кон симетралите на внатрешните агли во темињата B и C , кои ја сечат правата BC во точките P и Q . Опреди ја должината на отсечката PQ .
712. Во рамнокрак триаголник со основа 24 cm и висина 9 cm е впишан правоаголник чии дијагонали се паралелни со краците на триаголникот. Опреди ги должините на страните на овој правоаголник.

713. Даден е правоаголен трапез $ABCD$ со прав агол во темето A , голема основа AB и висина CH ($H \in AB$). Нека Q е точка од дијагоналата BD таква што $AQ \perp BD$. Ако CH ја сече BD во точка P и $2\overline{AD} - \overline{CP} = \frac{1}{2}(\overline{PB} + 2\overline{CH})$, определи го односот $\overline{DQ} : \overline{QB}$.
714. Над хипотенузата AB на правоаголен триаголник ABC е конструиран квадрат чии дијагонали се сечат во точката O , а точките O и C се во различни полурамнини во однос на AB . Правата CO ја сече хипотенузата AB во точката K . Ако $\overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 3$, определи го односот $\overline{AK} : \overline{BK}$.
715. Определи ја плоштината на рамнокрак трапез $ABCD$ ($AB \parallel CD$), ако $\overline{AB} = 75 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 20 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 65 \text{ cm}$.
716. Определи ја плоштината на трапез чии основи се со должини 28 cm и 16 cm , а дијагоналите се со должини 17 cm и 39 cm .
717. Определи ја плоштината на трапез чии основи се со должини 44 cm и 16 cm , а краците му се со должини 17 cm и 25 cm .
718. Определи ја плоштината на ромб чија страна е со должина 5 cm , а збирот на должините на неговите дијагонали е 14 cm .
719. Определи го периметарот на ромбот кој има плошина 120 cm^2 , а збирот на неговите дијагонали е еднаков на 34 cm .
720. Определи ја плоштината на ромбот чија пократна дијагонала е со должина $4,5 \text{ cm}$, а неговата висина е $3,6 \text{ cm}$.
721. Определи ја плоштината на трапез $ABCD$ со основи AB и CD , ако $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$ и $\angle B = 60^\circ$.
722. Во трапезот $ABCD$ симетралите на тапите агли се сечат во точката M која припаѓа на основата AB . Определи ги должините на страните на трапезот $ABCD$ ако неговата висина е $\overline{MN} = 12 \text{ cm}$ и $\overline{CM} = 13 \text{ cm}$, $\overline{DM} = 15 \text{ cm}$.

723. Докажи дека збирот на квадратите на должините на дијагоналите на траpez со заемно нормални краци е еднаков на збирот на квадратите на должините на основите.
724. Докажи дека збирот на квадратите на должините на дијагоналите на произволен траpez е еднаков на збирот на должините на краците и удвоениот производ на должините на основите.
725. Даден е траpez $ABCD$ со основи AB и CD . Определи го периметарот на овој траpez ако е познато дека дијагоналата BD е нормална на страната AB , дијагоналата AC го полови $\sphericalangle DAB$ и дијагоналите се сечат во точката S за која важи $\overline{BS} = 1$ и $\overline{SD} = 2$.
726. Во правоаголен траpez $ABCD$ важи $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ и должината на пократкиот крак е $\overline{AD} = c$. Определи го растојанието од пресекот на дијагоналите на траpezот до основата AB и до пократкиот крак.
727. Во траpezот $ABCD$ периметарот е еднаков на 2 dm , $\sphericalangle ABC = 60^\circ$, а дијагоналата AC е нормална на страната BC и го полови $\sphericalangle D$.
- а) Докажи дека траpezот $ABCD$ е рамнокрак.
 б) Определи ги должините на страните на траpezот $ABCD$.
728. Должината на страната на квадратот е 1. Низ центарот на квадратот е повлечена права која не минува низ ниту едно теме на квадратот. Определи го збирот на квадратите на растојанијата на четирите темиња до оваа права.
729. Периметарот на правоаголникот е еднаков на 26 cm , а збирот на плоштините на квадратите нацртани над неговите страни е еднаков на 191 cm^2 . Определи ги должините на страните на овој правоаголник.
730. Даден е правоаголник $ABCD$ и на неговата страна AB точки E и F такви што $\overline{AE} = \overline{BF} = 2\overline{EF}$, $\overline{EF} = 6$, $\overline{EF} = 2\sqrt{5}$ и $\sphericalangle BCF = 27^\circ$. Определи ги аглиите $\sphericalangle ECF$ и $\sphericalangle CEF$.
731. Должината на страната на ромбот $ABCD$ е еднаква на 4 cm , а аголот при темето A е еднаков на 60° . Определи ги должините на дијагоналите на ромбот $ABCD$.

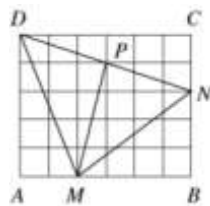
732. Даден е правоаголен триаголник ABC со прав агол во темето C , при што $\overline{AC} > \overline{BC}$. Кружницата со центар во темето C и радиус \overline{BC} ја сече хипотенузата AB во точката D така што $\overline{BD} = 98 \text{ cm}$ и $\overline{AD} = 527 \text{ cm}$. Определи ги должините на катетите на правоаголниот триаголник ABC .
733. Во внатрешноста на правоаголник $ABCD$ е дадена точка T која од темињата A, B, C е оддалечена 15, 24, 20, соодветно. Определи го растојанието од точката T до темето D .

III.5. ПЛОШТИНА НА ТРИАГОЛНИК И ЧЕТИРИАГОЛНИК

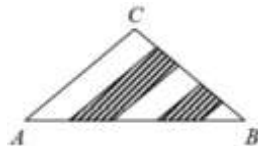
734. Во правоаголен триаголник висината и тежишната линија повлечени кон хипотенузата се $h_c = 1,3 \text{ cm}$ и $t_c = 2,6 \text{ cm}$. Определи ја плоштината на овој триаголник.
735. Даден е рамнокрак триаголник со агол при основата $\alpha = 75^\circ$. Определи ја плоштината на овој триаголник, ако:
- должината на висината која соодветствува на кракот е $h_b = 4 \text{ cm}$,
 - должината на кракот е $b = 10 \text{ cm}$.
736. Даден е рамнокрак триаголник со агол при врвот $\beta = 150^\circ$. Определи ја плоштината на овој триаголник, ако:
- должината на висината која соодветствува на кракот е $h_b = 3 \text{ cm}$,
 - должината на кракот е $b = 4 \text{ cm}$.
737. Даден е правоаголник со дијагонала $d = 16 \text{ cm}$ и остар агол меѓу дијагоналите еднаков на 30° . Определи ја плоштината на овој правоаголник.
738. Точката P лежи во внатрешноста на рамнокракиот трапез $ABCD$ и е поврзана со отсечки со неговите темиња. Докажи дека може да се конструира четириаголник со страни PA, PB, PC, PD кој може да се впише во трапезот $ABCD$. (На секоја страна на трапезот припаѓа по едно теме на четириаголникот.)

739. Должините на основите на рамнокрак трапез се $a = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ и $b = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, а аголот при пократката основа е еднаков на 150° . Определи ги периметарот и плоштината на овој трапез.
740. Определи ги периметарот и плоштината на рамнокрак трапез со основи $a = 16 \text{ cm}$ и $b = 10 \text{ cm}$, а еден негов агол е еднаков на 135° .
741. Должината на хипотенузата на правоаголниот триаголник е 12 cm , а еден негов агол е еднаков на 75° . Определи ја плоштината на овој триаголник.
742. Збирот на должините на две страни на триаголникот е еднаков на 28 cm , а должините на висините повлечени кон овие страни се 9 cm и 12 cm . Определи ја плоштината на овој триаголник.
743. Определи го односот на плоштините на триаголникот ABC и триаголникот AMH каде точката M припаѓа на страната BC и важи $\overline{BM} : \overline{MC} = 1:4$, а точката H припаѓа на страната AC и важи $\overline{AH} : \overline{HC} = 5:3$.

744. Правоаголникот $ABCD$ прикажан на цртежот десно е поделен на 30 еднакви квадратчиња. Определи го односот на плоштините на триаголниците DMP и MNP .

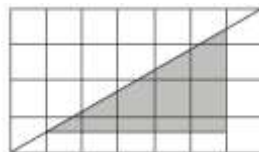


745. Во триаголник ABC страната AB е поделена на пет еднакви дела. Низ делбените точки се повлечени прави паралелни на страната AC . Ако плоштината на $\triangle ABC$ е P , определи го збирот на плоштините на штрафираните делови.



746. Во внатрешноста на триаголникот ABC се земени точки A_1, B_1, C_1 така што B_1 е средина на AA_1 , C_1 е средина на BB_1 и A_1 е средина на AA_1 . Определи го односот на плоштините на триаголниците ABC и $A_1B_1C_1$.

747. Даден е правоаголник 7×4 составен од квадратчиња со должина на страна 1 cm . Определи ја плоштината на обоениот траголник.



748. Во внатрешноста на квадратот $ABCD$ дадена е точка E таква што $\triangle CDE$ е рамнокрак со агол во темето E еднаков на 150° . Определи ги аглите на $\triangle ABE$.
749. Во трапезот $ABCD$ ($AB \parallel CD$) дијагоналите AC и BD се сечат во точката S . Докажи дека триаголниците ASD и BSC имаат еднакви плоштини.
750. Даден е конвексен четириаголник $ABCD$. Конструирај триаголник чија плоштина е еднаква на плоштината на дадениот четириаголник.
751. Во трапезот $ABCD$ дијагоналата AC ја дели средната линија на отсечки со должини 2 cm и 5 cm . Висината на трапезот е еднаква на 3 cm . Определи го односот на плоштините на триаголниците ABC и ACD .
752. Симетралата на аголот во темето B на паралелограмот $ABCD$ ја сече страната CD во точката E . Должините на страните на паралелограмот $ABCD$ се еднакви на 10 cm и 4 cm . Колкав дел од плоштината на паралелограмот $ABCD$ зафаќа трапезот $ABED$.
753. Должините на катетите на правоаголен триаголник се еднакви на 6 cm и 12 cm . Околу триаголникот е опишана кружница, а околу кружницата е опишан квадрат. Определи ја плоштината на квадратот.
754. Во рамностран триаголник со должина на страна еднаква на 6 cm е впишана кружница, а во неа е впишан квадрат. Определи го односот на плоштините на квадратот и кругот.
755. На страните AB и CD на паралелограмот $ABCD$ земени се точки K и L , соодветно. Отсечките KC и BL се сечат во точка M , а отсечките AL и KD во точка N . Спореди ја плоштината на четириаголникот $KMLN$ со плоштините на триаголниците BCM и AND .
756. Нека K, L, M, N се соодветно средините на страните AB, BC, CD, DA на конвексниот четириаголник $ABCD$ и нека:

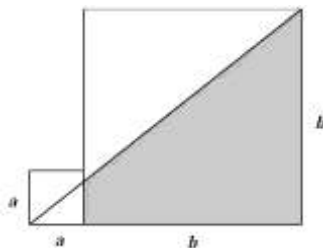
$$AL \cap DK = \{E\}, AL \cap BM = \{F\}, CN \cap BM = \{G\}, CN \cap DK = \{H\}.$$

Спореди ја плоштината на четириаголникот $EFGH$ со збирот на плоштините на триаголниците AKE, BLF, CMG и DNH .

757. Плоштината на триаголникот $ABCD$ е еднаква на 2008 cm^2 . Точките P и Q се средини на страните BC и CA , соодветно. Нека M и N се точки од страната AB такви што четириаголникот $MNPQ$ е правоаголник. Определи ја плоштината на правоаголникот $MNPQ$.
758. Должините на катетите на правоаголниот триаголник мерени во сантиметри се изразени со природни броеви. Ако должината на хипотенузата е 20 cm , радиусот на впишаната кружница е 4 cm , а катетите се разликуваат за 4 cm , пресметај го периметарот на овој триаголник.
759. Ако подолгата страна на правоаголникот се намали за 50% , а пократката се зголеми за 50% , за колку ќе се промени плоштината на овој правоаголник?
760. Должината на секоја страна на квадратот $ABCD$ е зголемена за 20% и е добиен квадрат $A_1B_1C_1D_1$. Потоа должината на секоја страна на квадратот $A_1B_1C_1D_1$ е намалена за 20% и е добиен квадрат $A_2B_2C_2D_2$. Определи го односот на плоштините на квадратите $ABCD$ и $A_2B_2C_2D_2$.
761. Плоштината на рамнокрак траpez е 36 cm^2 . Должината на едната основа е два пати поголема од должината на другата основа, а должината на висината е 4 cm . Определи го периметарот на овој траpez.
762. Четириаголниците $ABCD$ и $EFGH$ имаат својство точките B, C, D, A да се средини на отсечките AE, BF, CG, DH , соодветно. Ако плоштината на четириаголникот $ABCD$ е еднаква на 1 cm^2 , определи ја плоштината на четириаголникот $EFGH$.
763. Во траpez $ABCD$ со основи AB и CD симетралата на аголот при темето B е нормална на страната AD и ја сече во точка E таква што $\overline{AE} = 2$ и $\overline{DE} = 1$. Во кој однос симетралата BE ја дели плоштината на траpezот?

764. Должините на две страни на триаголникот се 6 cm и 3 cm . Определи ја должината на третата страна на триаголникот, ако полузбирот на должините на висините повлечени на дадените страни е еднаков на должината на висината на третата страна.
765. Даден е паралелограм $ABCD$ таков што $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ и $\overline{AD} = 2\text{ cm}$. Симетралата на аголот во темето A ја сече страната CD во точката E . Определи го односот на плоштините на траpezот $ABCE$ и триаголникот AED .
766. Определи ја најголемата плоштина која може да ја има правоаголен триаголник со дадена хипотенуза c .
767. Даден е рамностран триаголник ABC и точка M во неговата внатрешност. Докажи дека збирот на растојанијата од точката M до страните AB, BC и CA е еднаков на висината на триаголникот ABC .
768. Даден е рамнокрак правоаголен триаголник ABC со катета a . На страните на триаголникот, надвор од него, се конструирани квадрати со центри O_1, O_2 и O_3 . Докажи дека плоштината на триаголникот $O_1O_2O_3$ е еднаква на плоштината на квадратот конструиран над катетата на правоаголниот триаголник ABC .
769. Во триаголникот ABC дадени се должините на страните $a = 35\text{ cm}$, $b = 31\text{ cm}$ и $c = 36\text{ cm}$. Определи ја плоштината на триаголникот и должините на неговите висини h_a, h_b и h_c .
770. Основата на триаголникот е поделена со соодветната висина на два дела со должини 36 cm и 14 cm . Ако нормална права на основата која не се совпаѓа со висината го дели триаголникот на два дела со еднакви плоштини, како таа ја дели основата на триаголникот?
771. Определи ја плоштината на квадрат кој е впишан во рамностран триаголник со должина на страна a .
772. Во правоаголен координатен систем е даден четириаголникот $ABCD: A(2,1); B(6,1); C(6,8), D(2,8)$. Определи ја плоштината на овој четириаголник. Определи ги должините на дијагоналите на четириаголникот $ABCD$ и координатите на нивниот пресек.

773. Во правоаголен триаголник ABC точката S е средина на хипотенузата AB и $\overline{SC} = 20\text{ cm}$. На катетата AC е земена точка E таква што $ES \perp AB$ и $\overline{ES} = 15\text{ cm}$. Определи ја плоштината на триаголникот ABC .
774. Во правоаголен триаголник ABC со катети $a = 8\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$ е впишан квадрат така што две страни лежат на катетаите на триаголникот, а четвртото теме припаѓа на хипотенузата на триаголникот. Колкав дел од плоштината на триаголникот зафаќа плоштината на квадратот?
775. Над страните на квадратот $ABCD$ надвор од него се конструирани рамнострани триаголници ABE, BCF, CDG, DAH . Докажи дека четириаголникот $EFGH$ е квадрат и пресметај ги неговата страна, дијагонала, периметар и плоштина.
776. Во круг со радиус $r = \frac{25}{8}\text{ cm}$ е впишан рамнокрак триаголник со крак $b = 5\text{ m}$. Определи ја плоштината на овој триаголник?
777. Даден е правоаголник $ABCD$ чија подолга страна AB има должина 20 cm . Дојината на нормалата повлечена од темето B на дијагоналата AC е 12 cm . Определи ги периметарот и плоштината на овој правоаголник.
778. Два квадрати со должини на страни a и b , $a < b$ се дадени како на цртежот десно. Определи го односот $a:b$, ако плоштината на осенчениот дел еднаква на 60% од плоштината на поголемиот квадрат.



779. Даден е правоаголник $ABCD$ во кој точката P е пресек на неговите дијагонали. Точката M е средина на отсечката DP . Колку проценти од плоштината на правоаголникот $ABCD$ зафаќа плоштината на триаголникот ACM ?
780. Даден е квадрат $ABCD$ со плоштина 256 cm^2 . На страната AD е избрана точка E , а на продолжението на страната CD преку темето C е избрана точка F така што $\sphericalangle EBF$ е прав агол. Определи ја должина-

та на отсечката CF ако плоштината на триаголникот EBF е еднаква на 200 cm^2 .

781. Определи ја плоштината на трапезот $ABCD$ со дијагонали $\overline{AC} = 17 \text{ cm}$ и $\overline{BD} = 113 \text{ cm}$, а должина на висина 15 cm .

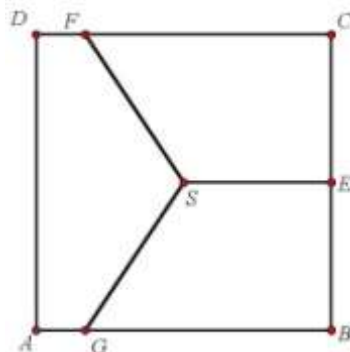
782. Даден е правоаголник $ABCD$ таов што $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$ и $a > b$. На страната AB е земена точка M , а на страната CD е земена точка N така што $\overline{AM} = \frac{2}{3}a$ и $\overline{CN} = \frac{1}{2}a$. Нека точката S е пресекот на дијагоналата AC и отсечката MN . Колку проценти од плоштината на правоаголникот $ABCD$ е збирот на плоштините на триаголниците AMS и CNS ?

783. Даден е конвексен четириаголник $ABCD$. Точката M на страната AB и точката N на страната BC се такви што и отсечката AN и отсечката CM ја половат плоштината на четириаголникот $ABCD$. Докажи дека отсечката MN ја полови дијагоналата BD .

784. Даден е правоаголник $ABCD$, $\overline{AC} = 2\overline{BC}$. Нека E е подножјето на нормалата повлечена од темето B на дијагоналата AC . Определи ги периметарот и плоштината на правоаголникот $ABCD$ ако $\overline{EC} = 5 \text{ cm}$.

785. Ако h_a, h_b, h_c се висините, а r е радиусот на впишаната кружница во триаголникот ABC , тогаш $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$. Докажи!

786. Квадрат $ABCD$ со должина на страна 1 m е поделен на два складни четириаголници и еден петаголник како на цртежот десно. Трите делбени фигури имаат еднакви плоштини. Ако S е средината на квадратот, определи ја должината на отсечката FC .



787. Должините на дијагоналите на ромбот се разликуваат за 14 cm . Ако ја продолжиме подолгата дијагонала за 2 cm , а пократката за 8 cm ,

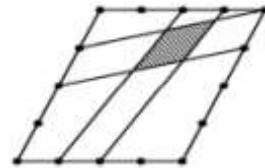
плоштината на ромбот ќе се зголеми за 144 cm^2 . Определи ги должините на дијагоналите на почетниот ромб.

788. Даден е триаголник ABC таков што тежиштето T лежи на кружницата конструирана над страната AB како над дијаметар. Определи ја плоштината на триаголникот ABC ако $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ и $\angle TAB = 30^\circ$.

789. Даден е четириаголник $ABCD$ таков што $\overline{AB} + \overline{AD} = 10 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$ и $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$. Определи ја плоштината на четириаголникот $ABCD$.

790. Даден е трапез $ABCD$ со должини на основите $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$ и $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$. Дијагоналите на трапезот се сечат во точката S и го делат трапезот на четири триаголници. Ако $P_{BCS} = \frac{6}{5} \text{ cm}^2$, определи ја плоштината на секој од преостанатите три триаголници.

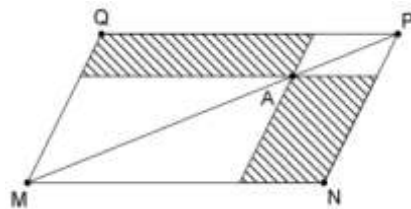
791. Секоја страна на паралелграм со плоштина 20 cm^2 е поделена на четири еднакви дела (цртеж десно). Определи ја плоштината на штрафираната фигура.



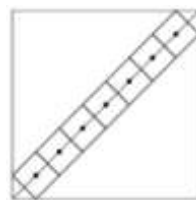
792. Квадрат има должина на страна 2. Конструирани се четири отсечки, кои го поврзуваат темето A со средината на страната CD , темето B со средината на страната AD , темето C со средината на страната AB и темето D со средината на страната BC . Определи ја плоштината на квадратот со темиња во пресечните точки на конструираниите отсечки?

793. Од квадратни плочки со должина на страна 1 cm е формиран правоаголник со димензии $a \times b$. Плочките кои се заобиколени со други плочки ќе ги нарекуваме внатрешни, а останатите плочки ќе ги нарекуваме контурни. Определи ги a и b ако бројот на внатрешните плочки е еднаков на бројот на контурните плочки.

794. Точката A припаѓа на дијагоналата MP на паралелограмот $MNPQ$. Определи го односот на плоштините на штрафираните паралелограми.



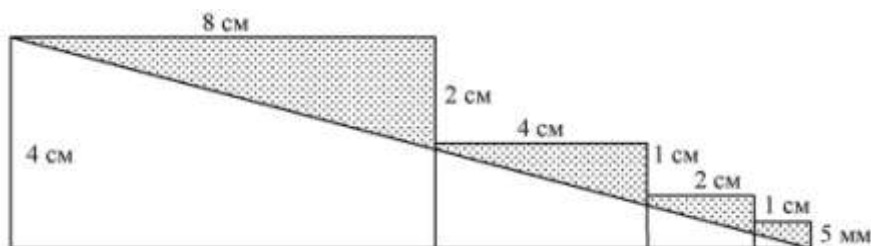
795. Седум мали еднакви квадратчиња се поставени во голем квадрат како што е прикажано на цртежот десно. Определи го односот на плоштината на големиот квадрат и збирот на плоштините на малите квадратчиња.



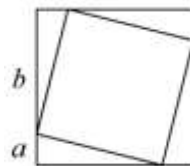
796. Периметарот на еден квадрат е еднаков на 40% од периметарот на друг квадрат. Определи го односот на плоштината на малиот и големиот квадрат.
797. На продолженијата на страните на четириаголникот $ABCD$ се нанесени точките M, H, P, Q така што $\overline{AM} = 2\overline{AD}$ и A е меѓу M и D , $\overline{BH} = 2\overline{AB}$ и B е меѓу A и H , $\overline{CP} = 2\overline{CB}$ и C е меѓу B и P , $\overline{DE} = 2\overline{DC}$ и D е меѓу C и E . Плоштината на четириаголникот $MHPE$ е еднаква на 13 dm^2 . Определи ја плоштината на четириаголникот $ABCD$.

798. Мерните броеви на страните на правоаголникот изразени во сантиметри, се природни броеви. Мерниот број на плоштината на овој правоаголник, изразена во квадратни сантиметри, е број кој е еднаков на удвоениот периметар на правоаголникот. Определи ги овој правоаголник.

799. Определи ја плоштината на штрафираниот дел од фигурата прикажана на долниот цртеж.

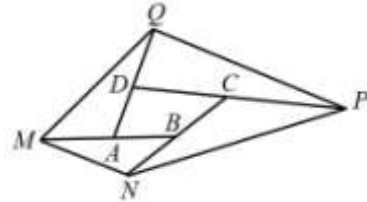


800. На цртежот десно плоштината на надворешниот квадрат е еднаква на 5 cm^2 , а плоштината на внатрешниот квадрат е 4 cm^2 . Определи го производот ab .



801. Висината повлечена од тапиот агол на еден паралелограм ја дели плоштината на тој паралелограм во однос 5:3. Определи ги аглите на овој паралелограм.

802. Даден е четириаголник $MNPQ$. Точките A, B, C, D се средини на отсечките MB, NC, DP, AQ , соодветно. Плоштината на четириаголникот $ABCD$ е 12 cm^2 . Определи ја плоштината на четириаголникот $MNPQ$.



803. Во внатрешноста на паралелограм $ABCD$ е земена точка K . Правата DK го сече продолжението на страната AB во точка E така што B е меѓу A и E . Правата BK го сече продолжението на страната AD во точка F така што D е меѓу A и F . Плоштината на $\triangle KEC$ е a , а плоштината на $\triangle FKC$ е b . Определи ја плоштината на четириаголникот $ABKD$.

804. Даден е правоаголен трапез $ABCD$ ($AB \parallel CD, \angle BAD = 90^\circ$) таков што $\overline{AD} = \overline{DC}$ и $\angle ABC = 45^\circ$. Надворешно за трапезот се конструирани рамнострани триаголници ADQ и DCP . Определи ја плоштината на трапезот, ако плоштината на $\triangle DPQ$ е еднаква на 4 cm^2 .

805. Во конвексен четириаголник $ABCD$ точката E е средина на CD , точката F е средина на AD , а отсечките AC и BE се сечат во точката K . Ако плоштината на триаголникот ABC е еднаква на 24 cm^2 , определи ја плоштината на триаголникот BKF .

806. Даден е четириаголник $ABCD$ во кој $CH \perp AB$ (H е меѓу A и B), $\angle DAC = 30^\circ$ и $\angle HCB = 15^\circ$. Ако $2\overline{DC} = 2\overline{CH} = \overline{AB}$ и плоштината на триаголникот DHC е S , определи ги $\angle ACB$ и плоштината на четириаголникот $AHCD$.

807. Нека a, b и c се должини на страни на триаголник. Докажи дека

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2ab + 2bc + 2ca.$$

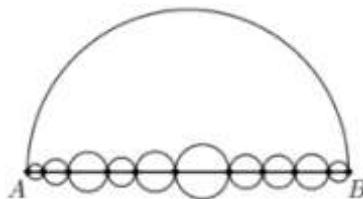
808. Нека a, b и c се должини на страни на триаголник. Докажи дека

$$\frac{a^2+2bc}{b^2+c^2} + \frac{b^2+2ca}{c^2+a^2} + \frac{c^2+2ab}{a^2+b^2} > 3.$$

III.6. КРУЖНИЦА И КРУГ. ДЕЛОВИ ОД КРУГ

809. Кружниците k_1 и k_2 надворешно се допираат во точката P . На кружницата k_1 е земена точка A и на кружницата k_2 е земена точка B , така што точките A, B, P лежат на иста права (точките A и B се различни од P). Нека t_1 е тангентата на кружницата k_1 во точката A , а t_2 е тангентата на кружницата k_2 во точката B . Докажи дека тангентите t_1 и t_2 се паралелни.
810. Кружниците k_1 и k_2 , чии радиуси се 8 cm и 18 cm , надворешно се допираат. Една од заедничките тангенти ги допира кружниците во точките M и N . Определи ја должината на отсечката MN .

811. Отсечката AB е дијаметар на кружница со радиус $2,25\text{ m}$. Отсечката AB е поделена на десет отсечки и над нив како над дијаметри се конструирани кружници. Определи го збирот на периметрите на овие кружници.

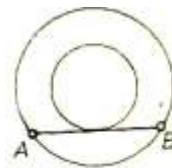


812. Во четвртина круг се впишани два полукруга кои се допираат меѓу себе и односот на нвните радиуси е $2:3$. Определи го односот на плоштината на целата фигура и плоштината на штрафраниот дел.



813. Од точката A се повлечени тангенти AT и AT_1 на кружница со радиус r . Притоа важи $\angle TAT_1 = 60^\circ$. Определи ја плоштината на ликот ограничен со тангентите и кружницата.

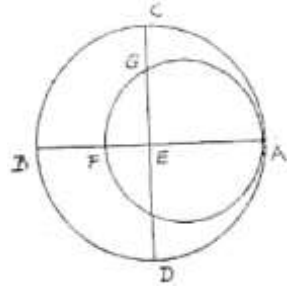
814. Дадени се кружен прстен и отсечка AB како на цртежот десно. Определи ја плоштината на кружниот прстен ако $\overline{AB} = 2\text{ cm}$.



815. Две кружници со различни радиуси надворешно се допираат во точката C и AB е нивна заедничка тангента (точката A припаѓа на едната, а

точката B на другата кружница). Најмалиот од аглиите на триаголникот ABC е еднаков на 30° , а најкратката страна е долга 15 cm . Определи ја должината на најдолгата страна на триаголникот ABC .

816. Две кружници внатрешно се допираат во точката A . Нека AB и CD се два заемно нормални дијаметри на поголемата кружница (цртеж десно). Определи ги радиусите на двете кружници ско $\overline{BF} = 5, \overline{CG} = 3$.



817. Две кружници чии дијаметри се однесуваат како 1:3 се допираат надворешно. Изрази ја плоштината на ликот кој го затвораат заедничката тангента и кружниците со помош на радиусот на помалата кружница.
818. Отсечката AB чија должина е 8 е дијаметар на полукружница со центар O . На радиусите AO и BO како над дијаметри се конструирани две помали полукружници кои се од иста страна на AB како и големата полукружница. Определи ја плоштината на кругот кој внатрешно ја допира големата полукружница и надворешно ги допира малите полукружници.
819. На кружница редоследно во насока на движењето на стрелките на часовникот се дадени точките A, B, D, E, C , при што се исполнети равенствата $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = 45^\circ$. Докажи дека

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2.$$

820. Дадена е кружница со радиус 4 cm и центар S . На кружницата редоследно се избрани точките A, B, C, D такви што $\angle ASB = 90^\circ$, $\angle BSC = 45^\circ$, $\angle CSD = 135^\circ$. Определи ја плоштината на четириаголникот $ABCD$.
821. Дадена е кружница со дијаметар r . Од точката A која лежи надвор од кружницата се повлечени тангентите кон кружницата и нека M и N се допирните точки на тангентите на кружницата. Во точка P која припаѓа на помалиот кружен лак MN е конструирана тангента t на кружницата. Тангентата t ја сече отсечката AM во точка B , а

отсечката AN ја сече во точка C . Докажи дека периметарот на триаголникот ABC не зависи од изборот на точката P , т.е. дека периметарот на триаголникот ABC е константен и е еднаков на $\overline{AM} + \overline{AN}$.

822. Кружниците k_1 и k_2 се допираат надворешно, а нивните радиуси се однесуваат како $2:1$. Заедничката тангента ја допира кружницата k_1 во точката T , а кружницата k_2 во точката R . Определи го односот на должината на отсечката TR и радиусот на поголемата кружница.

823. Дадена е кружница k со центар S и централен агол $\sphericalangle ASB = 112^\circ$ придружен на тетивата AB . Симетралата на централниот агол $\sphericalangle ASB$ ја сече кружницата k во точката C . Тамгентата на кружницата k во точката C и правата AS се сечат во точката D . Определи ги внатрешните агли на триаголникот ACD .

824. Определи го односот плоштината на квадратот и плоштината на сивиот дел прикажан на цртежот десно.



825. Две различни кружници ги допираат краците на прав агол. Определи го односот на радиусите на кружниците ако едната кружница минува низ центарот на другата кружница.

826. Над секоја страна на ромбот со дијагонали $e = 9\text{ cm}$ и $f = 6\text{ cm}$, кон внатрешноста на ромбот нацртај полукружници. Определи ја плоштината на ликот ограничен со овие полукружници.

827. Даден е квадрат со должина на страна a . Над секоја страна како над дијаметар се нацртани кружници. Унијата од пресекот на две по две кружници определува фигура која личи на лист со четири ливчиња.

а) Изрази ја плоштината на оваа фигура со помош на должината на страната a на квадратот.

б) Определи го односот на плоштината на оваа фигура и плоштината на квадратот.

828. Даден е правоаголен триаголник ABC со катети $a = 12\text{ cm}$, $b = 16\text{ cm}$. Нека кружницата k минува низ темето на правиот агол C , ја допира хипотенузата и нејзиниот центар лежи на катетата AC . Определи го радиусот на кружницата k .

829. Околу две дијагонално спротивни темиња на квадрат со должина на страна 4 cm во квадратот се нацртани делови на кружници со радиуси $\frac{a}{2}$. Околу другите две темиња со ист радиус $\frac{a}{2}$ се нацртани делови на кружници надвор од квадратот. Определи ја плоштината на ликот ограничен со овие кружници.
830. Даден е конвексен четириаголник $ABCD$. Докажи дека било која точка на овој четириаголник лежи барем во еден од четирите круга чии дијаметри се страните на четириаголникот $ABCD$.
831. Над страните на правоаголен триаголник се нацртани рамнострани триаголници и во нив се впишани кругови. Која релација ги поврзува плоштините P_a, P_b, P_c на овие кругови.

III.7. МНОГУАГОЛНИК

832. Радиусот на кружницата е $R = \sqrt{2 + \sqrt{3}}\text{ cm}$. Определи ја плоштината на правилниот дваесеичетириаголник кој е впишан во оваа кружница.
833. Определи ја плоштината на правилен осумаголник кај кој должината на најкратката дијагонала е $4\sqrt{2}\text{ cm}$.
834. Плоштината на правилниот шестаголник $ABCDEF$ е 16. Точките M, N, P се средини на страните AB, CD, EF , соодветно. Определи ја плоштината на триаголникот MNP .
835. Нека $ABCDEF$ е правилен шестаголник со должина на страна 2 cm и нека M е пресечната точка на правите BC и ED . Определи го радиусот на кружницата опишана околу триаголникот AME .
836. Ако бројот на страните на еден многуаголник се зголеми за 4, тогаш бројот на неговите дијагонали ќе се зголеми за 30. За кој многуаголник станува збор?
837. Во конвексен петаголник $ABCDE$ сите страни се со еднаква должина и важи $\angle EAB = \angle ABC = \angle BCD$. Докажи дека петаголникот $ABCDE$ е правилен.

838. Во конвексен петаголник $ABCDE$ сите страни се со еднаква должина и важи $\angle EAB \geq \angle ABC \geq \angle BCD \geq \angle CDE \geq \angle DEA$. Докажи дека петаголникот $ABCDE$ е правилен.
839. Пресеците на најкратките дијагонали на правилен шестаголник се темиња на нов шестаголник. Определи го односот на плоштините на двата шестаголници.
840. Околу остроаголен триаголник ABC е опишана кружница со центар во точката S . Правите AS, BS, CS по втор пат ја сечат оваа кружница во точките D, E, F , соодветно. Докажи дека плоштината на шестаголникот $AFBDCE$ е два пати поголема од плоштината на триаголникот ABC .
841. Средините на најкратките дијагонали на правилен шестаголник се темиња на нов шестаголник. Определи го односот на плоштините на двата шестаголници.
842. Ако бројот на страните на конвексен многуаголник се зголеми два пати, тогаш бројот на неговите дијагонали се зголемува пет пати. Определи го збирот на внатрешните агли на овој многуаголник.
843. Во кружница се впишани рамностран триаголник и правилен шестаголник. Докажи дека плоштината на шестаголникот е два пати поголема од плоштината на триаголникот.
844. Докажи дека плоштината на правилниот осумаголник е еднаква на производот на должините на неговите најкратка и најдолга дијагонала.
845. Збирот на бројот на страните и бројот на дијагоналите на еден n -аголник е 78. Определи го збирот на внатрешните агли на овој n -аголник.
846. Дали постои многуаголник кој има 2010 дијагонали повеќе од страни?
847. Две темиња на правилен n -аголник се симетрични во однос на неговата дијагонала, а дијагоналата која ги поврзува е нормалана на таа дијагонала и е преполовена од неа. Бројот на паровите симетрични темиња е еднаков на 272. Определи го бројот на темињата на овој n -аголник.

848. Нека $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ се последователни темиња на правилен десетаголник впишан во кружница со центар O . Радиусите OA_3 и OA_4 ја сечат тетивата A_2A_5 во точките M и N . Докажи дека збирот $\overline{MN} + \overline{A_3A_4}$ е еднаков на радиусот на кружницата.
849. Кај кој правилен многуаголник радиусот на впишаната кружница е еднаков на половината од радиусот на опишаната кружница?
850. Збирот на бројот на страните и дијагоналите на конвексен многуаголник е 903. Определи го односот на збирот на сите надворешни и збирот на сите внатрешни агли на овој многуаголник.
851. Определи го периметарот на правилен многуаголник со должина на страна 12 cm и кој има 252 дијагонали.
852. Внатрешните агли α и β на два правилни многуаголници се однесуваат како $2:3$. Определи ги сите парови правилни многуаголници со ова својство.

III.8. КОНСТРУКЦИИ

853. Конструирај го множеството центри на сите кружници кои допираат:
- дадена права во дадена точка,
 - две дадени паралелни прави,
 - две дадени прави кои се сечат.
854. а) Дадена е права p и две точки D и M , од кои D припаѓа на p , а M не припаѓа на p . Конструирај кружница која минува низ точката M и ја допира правата p во дадената точка D .
- б) Дадена е кружница k и две точки E и M , од кои E припаѓа на кружницата, а M не припаѓа на кружницата. Конструирај кружница која ја допира дадената кружница во точката E и минува низ точката M .
855. Конструирај права која минуваат низ дадена точка A , а од точката B се оддалечени 2 cm .
856. Конструирај права која е паралелна со дадена права p а од точката M е оддалечена $2,5\text{ cm}$.

857. Конструирај триаголник ABC ако $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$ и $\gamma = 60^\circ$, а потоа во триаголникот ABC впиши ромб така што аголот β ќе биде заеднички за триаголникот ABC и ромбот.
858. За правоаголникот $ABCD$ се дадени должината на страната $b = 10 \text{ cm}$ и збирот на должините на другата страна и дијагоналата $a + d = 15 \text{ cm}$. Конструирај го овој правоаголник.
859. Конструирај квадрат $ABCD$ таков што разликата на неговата дијагонала и неговата страна е еднаква на 2 cm .
860. Нацртај квадрат $ABCD$ со должина на страна 3 cm , а потоа конструирај квадрат $KLMN$ кој има три пати поголема плоштина од квадратот $ABCD$.
861. Конструирај трапез $ABCD$, ако е дадено:

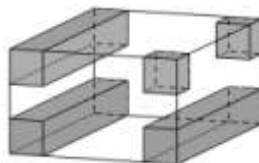
$$a = 5 \text{ cm}, b = 2,5 \text{ cm}, h = 3,5 \text{ cm} \text{ и } \beta = 60^\circ,$$
а потоа со права која минува низ темето C подели го на два дела со еднакви плоштини.
862. Конструирај триаголник ABC ако се дадени: $c - b = 2 \text{ cm}$, $h_c = 3,5 \text{ cm}$ и $\beta = 45^\circ$.
863. Даден е остар агол $\angle DCE$ и точка M во неговата внатрешност. На кракот CD конструирај точка A , а на кракот CE точка B така што точката M ја дели отсечката AB во однос $\overline{AM} : \overline{MB} = 2 : 3$.
864. Конструирај триаголник ABC ако се дадени $a + b = 9 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.
865. Даден е остроаголен триаголник ABC . Конструирај точка D која се наоѓа на страната AB таква што симетралата на $\angle ADC$ е паралелна со страната BC на триаголникот ABC .
866. Конструирај отсечки со должини:
а) $\sqrt{13} \text{ cm}$ б) $\sqrt{35} \text{ cm}$.
867. Конструирај триаголник ABC ако е дадена должината на страната $c = 8 \text{ cm}$ и должините на висините $h_a = 6 \text{ cm}$ и $h_b = 7,5 \text{ cm}$.

868. Дадени се три прави a, b, c такви што $a \parallel b$. Конструирај рамностран триаголник ABC чија должина на страна е 4 cm и чии темиња лежат на дадените прави (по едно теме на секоја права).
869. Дадена е кружница k и точки P и R во нејзината внатрешност. Конструирај правоаголен триаголник впишан во кружницата k таков што точката P припаѓа на едната, а точката R припаѓа на другата катетата.
870. Конструирај триаголник ABC за кој се дадени средината D на страната AB , средината F на страната BC и подножјето H на висината повлечена од темето C кон страната AB .
871. Дадена е права p и точка T која не припаѓа на таа права. Конструирај кружница со радиус $r = 3\text{ cm}$ која ја допира правата p и минува низ точката T .
872. Конструирај триаголник ABC ако се познати $\sphericalangle BAC$, висината h_c и тежишната линија t_a .
873. Дадени се точки A, M и N . Конструирај паралелограм за кој точката A е теме, а точките M и N се средини на две страни.
874. Даден е $\sphericalangle(a, b)$ и точка $T \in a$. Конструирај кружница со радиус 2 cm која го допира кракот b и минува низ точката T .
875. Конструирај правоаголен триаголник ако се дадени $b = 4\text{ cm}$ и $\alpha = 30^\circ$.

III.9. СТЕРЕОМЕТРИЈА

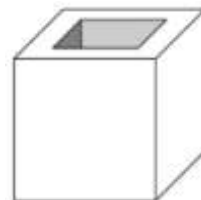
876. Пирамида и призма со еднакви основи се залепени за основите. Добиеното тело има 19 темиња. Колку рабови има ова тело?
877. Коцка и права пирамида имаат еднакви основи и висини.
- а) Определи го работ на коцката ако нејзината просторна дјагонала е еднаква на $4\sqrt{3}\text{ cm}$.
- б) Определи го односот на плоштините на двете тела.

- в) Определи ги плоштините на дијагоналните пресеци на двете тела.
878. Основата на права тристрана призма е правоаголен триаголник чија една катета е долга 9 cm , а другата катета е за 3 cm пократка од хипотенузата. Определи ја плоштината на призмата ако најголемиот бочен сид е правоаголник чија висина е $1,4$ пати подолга од основата.
879. Дадена е коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со раб $4,5\text{ cm}$. Во коцката е пишана пирамида чија основа е основата $ABCD$ на коцката, а врвот на пирамидата се наоѓа во средината на раб $A_1 B_1$,
- Определи го волуменот на пирамидата.
 - Определи го збирот на должините на сите рабови на пирамидата.
 - Определи ја плоштината на пирамидата.
880. Дадена е коцка со должина на раб $a = 4\text{ cm}$. Средините на два спротивни сида на коцката и средините на два спротивни раба кои се нормални на тие сидови определуваат четириаголник $MNPQ$. Определи ги периметарот, плоштината и радиусот на четириаголникот $MNPQ$.
881. Во вентилациона цевка чиј пресек е квадрат со страна 40 cm се пропушта воздух со брзина 6 m/s . На определено место пресекот на цевката треба да се намали на квадрат со страна 30 cm . Каква ќе биде брзината на воздухот по стеснувањето? (Триењето на воздухот од цевката треба да се занемар.)
882. Дадена е правилна шестрана призма со еднави рабови, чија должина е a .
- Колку просторни дијагонали може да се повлечат во оваа призма?
 - Определи го збирот на должините на сите просторни дијагонали на призмата.
 - Колку рамнински дијагонали може да се повлечат во оваа призма?
 - Определи го збирот на должините на сите рамнински дијагонали на призмата.
883. Даден е квадар со рабови 3 cm , 3 cm и 12 cm . Определи го работ на таква коцка за која односот на волумените на коцката и квадарот е еднаков на односот на плоштините на коцката и квадарот.
884. Од темињата на паралелопипед со димензии 7 m , 5 m и 3 m се исечени ти правилни



четриаголни призми со димензии 1 m , 1 m и 7 m и две коцки со раб 1 m . Определи ја плоштината на добиеното тело.

885. Од коцка со должина на раб $a\text{ cm}$ е исечена правилна четриаголна призма со висина $a\text{ cm}$ (цртеж десно). Останатиот дел од коцката е тело со волумен 5120 cm^3 и околни страни со еднаква дебелина. Определи ја плоштината на добиеното тело.



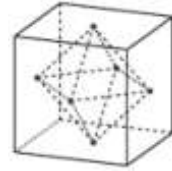
886. Правоаголен паралелопипед има волумен 78 cm^3 и должините на рабовите изразени во сантиметри му се цели броеви. Определи ја плоштината на овој паралелопипед.
887. По 140 миѐња на рацете ширината, должината и висина на парче сапун во форма на правоаголен паралелопипед се намалени два пати. По уште колку миѐња на рацете сапуноот ќе се потроши?
888. Основата на права пирамида е трапез $ABCD$, чии паралелни страни се $\overline{AB} = 3\text{ cm}$, $\overline{CD} = 2\text{ cm}$, а дијагоналите се $\overline{AC} = 3\text{ cm}$, $\overline{BD} = 4\text{ cm}$. Определи го волуменот на оваа пирамида ако нејзината висина е $H = 3\text{ cm}$.
889. Дадена е права призма со висина 5 cm и основа трапез $ABCD$ со висина 15 cm и дијагонали $\overline{AC} = 17\text{ cm}$ и $\overline{BD} = 113\text{ cm}$. Определи го волуменот на оваа призма.
890. Вода, со која е полн конусен сад со висина $0,18\text{ m}$ и дијаметар на садот $0,24\text{ m}$, се прелева во цилиндричен сад со дијаметар на базата $0,1\text{ m}$. До која висина се наоѓа водата во цилиндричниот сад?
891. Ако коцка пресечеме со рамнина која минува низ крајните точки на три раба кои излегуваат од исто теме, тогаш пресекот е рамностран триаголник. Определи ја плоштината на коцката, ако плоштината на овој триаголник е 1 m^2 .
892. Определи ги плоштината и волуменот на правилна шестстрана пирамида со апотема $h = 18\text{ cm}$ и висина $H = 22\text{ cm}$.
893. Определи ги плоштината и волуменот на правилна тристрана пирамида ако нејзината апотема е $h = 12\text{ cm}$, а висината е $H = 6\text{ cm}$.

894. Основата на правилна пирамида е шестаголник со страна a . Определи ја висината на пирамидата ако плоштината на омотабот е седум пати поголема од плоштината на основата на пирамидата.
895. Ако работа на основата на квадратна призма со висина 20 cm се зголеми за 3 cm , тогаш волуменот на призмата се зголемува за 540 cm^3 . Определи го работ на почетната призма и волумените на почетната и новодобиената призма.
896. Дадена е коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ чиј раб е долг 4 cm . Определи го растојанието од темето A_1 до просторната дијагонала на коцката BD_1 .
897. Две складни четириаголни пирамиди со заедничка основа квадрат и со рабови со еднаква должина формираат геометриско тело кое се нарекува октаедар.
- а) Определи ги плоштината и волуменот на октаедарот со должина на раб $a = 4\text{ cm}$.
- б) Секое теме на октаедарот со должина на раб $a = 4\text{ cm}$ отсеци го со рамнина која минува низ рседините на рабовите кои излегуваат од тоа теме, а потоа определи ги плоштината и волуменот на добиеното тело.
898. За колку проценти ќе се зголеми волуменот на квадратот, ако должината и ширната му се зголемат за 10% , а висината му се намали за 10% ?
899. Во затворен резервоар со форма на паралелопипед е волумен 405 литри е турена вода. Ако резервоарот се постави хоризонтално врз различните негови страни, тогаш нивото на водата ќе биде 40 cm , 50 cm и 60 cm . Колку литри вода има во резервоарот?
900. Правоаголен паралелопипед има волумен 60 cm^3 . Определи ја плоштината на паралелопипедот ако должините на неговите рабови изразени во сантиметри се природни броеви.
901. Димензиите на правоаголен паралелопипед се природни броеви a, b, c за кои важи

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{2}.$$

Определи ја најголемата можна вредност на плоштината на паралелопипедот.

902. Центрите на соседните страни на коцката се поврзани со отсечки кои се рабови на октаедар (цртеж десно).
Определи го односот на волумените на коцката и октаедарот.



903. Од секое теме на коцка со должина на раб 2 cm е отсечена по една правилна триаголна пирамида со должина на раб на омотачот 1 cm . Определи го волуменот на добиеното тело.



904. Основата на пирамидата е квадрат. Еден од бочните рабови е нормален на рамнината на основата, а должината на најдолгиот бочен раб е 6 и тој затвора со основата агол од 45° . Определи го волуменот на пирамидата.

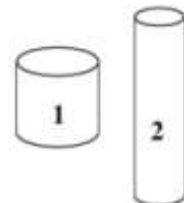
905. Изрази го волуменот на права тристрана призма со помош на должината на најдолгата страна на основата, ако квадратите на должините на страните на основата се однесуваат како $8:13:25$, а должините на дијагоналите на омотачот како $7:8:10$.

906. Основата на права призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ е трапез со основи AB и CD во кој важи $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CD} = 16$, $\overline{DA} = 7$, Дијагоналата BD_1 со дијагоналата на основата BD зафаќа агол од 45° . Определи го волуменот на оваа призма.

907. Плоштината на квадратот е 200 , а волуменот е изразен со истиот мерен број како и збирот на реципрочните вредности на трите раба кои излегуваат од исто теме. Определи го волуменот на овој квадрат. Докажи дека овој квадрат не е коцка.

908. Должините на страните на основата на квадратот се 3 cm и 4 cm , а просторната дијагонала на квадратот со основата зафаќа агол од 60° . Определи ги волуменот и плоштината на овој квадрат.

909. Од две правоаголни табли лим со димензии 2 m и 1 m се направени два цилиндри без дна со висини 2 m и 1 m . Ако V_1 е волуменот на цилиндарот со



висина 1 m и V_2 е волуменот на цилиндарот со висина 2 m .
Опреди го односот $V_1 : V_2$.

910. Во коцка со должина на раб $a = 10\text{ cm}$ е впишан прав конус. Опреди ги волуменот и плоштината на конусот.

911. Плоштината на прав кружен конус е $90\pi\text{ cm}^2$. Должината на радиусот на основата, висината и изводницата (генератрисата) на конусот се природни броеви. Опреди го волуменот на овој конус.

912. Должината на моливот е $12,5\text{ cm}$, а по повеќедневна употреба тој има два пати помала должина и едниот крај му е конус со висина $1,5\text{ cm}$. Опреди го односот на волумените на целиот и наострениот молив.



913. Во сад со волумен 1 литар има $0,8$ литри вода. Кој е најмалиот број оловни топчиња со радиус 1 cm кој треба да се стави во садот за прелее водата од садот?

914. Метална топка со радиус 3 cm е растопена и од истиот метал е направен цилиндар со висина 4 cm . Опреди го радиусот на добиениот цилиндар.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andrić, V. Pripremni zadaci za matematička takmičenja, DM SRBIJA, Beograd, 1991
2. Andrić, V.; Ilić, V.; Lazarević, B.; Tomić, I.: Primpremni zadaci za matematička takmičenja za učenike osnovnih škola, DMS, Beograd, 1988
3. Arslanagić, Š.: Matematika za nadarene, Riječ, Sarajevo, 2004
4. Ilić, N. V. Odabrani zadaci sa matematičkih takmičenja 5. i 6. razred, DMS, Beograd, 1991
5. Kostić, Z. K.: Između igre i matematike, Tehnička knjiga, Beograd, 1963
6. Stojanović, V.: *Matematiskop 2*, Naučna knjiga, Beograd, 1985
7. Stojanović, V.: Vodič za šampione (pripreme takmičenja za IV, V i VI razred), *Matematiskop*, Beograd, 1999
8. Stojanović, V.; Zolić, A.: *Savezna takmičenja iz matematike (osnovne škole)*, DMS, Beograd, 1991
9. Tošić, R. Invarijante – varijacije na temu, ALEF, Novi Sad, 1996
10. Tošić, R.: Rešeni zadaci iz matematike za mlade matematičare, Naučna knjiga, Beograd, 1990
11. Tošić, R.; Vukoslavčević, V.: *Elementi teorije brojeva*, Alef, Novi sad, 1995
12. Zbirka zadataka sa matematičkih takmičenja učenika osnovnih škola Srbija u 1993 godini, DMS, Valjevo, 1993
13. Zolić, A.: *Zbirka rešenih konkursnih zadataka*, Matematički list, Beograd, 1990
14. Андрић, В. Математика (приручник за припремање за такмичење ученика основних школа од IV разред VIII), Круг, Београд, 2006
15. Андрић, В.: Математика X (приручник за припремање за такмичење ученика основних школа од IV до VIII разред), Круг, Београд, 1996
16. Андрић, В.; Ђорић, М.; Јовчић, М.; Љубић, Д.; Петровић, Љ.; Стојановић, В.: 1000 задатака са математичких такмичења ученика основних школа 1987-1996. године, ДМС, Београд, 1997
17. Аневска, К. Логички парадокси, Нумерус, Скоје, 2014

18. Аневска, К. Покривање на шаховска табла, Нумерус, Скопје, 2014
19. Аневска, К., Главче, М. Мериме и споредуваме тежини I, Нумерус, Скопје, 2017
20. Аневска, К., Главче, М. Мериме и споредуваме тежини II, Нумерус, Скопје, 2017
21. Аневска, К., Малчески, Р.: Конгруенции во множеството на целите броеви II, Нумерус, Скопје, 2012
22. Аневска, К., Малчески, С. Геометриско пресметување на зборови, Нумерус, 2012, Скопје
23. Антонов, Н.П. и др.: Сборник задач по елементарној математике, Москва, 1961
24. Банков, К. Дали размислувате со здрав разум, Нумерус, Скопје
25. Будуров, С.; Серафимов, Д.: *Математически олимпиади 2*, Народна просвета, София, 1980
26. Василевска, Д. Немојте да се излажете, Хероновата формула помага, Нумерус, Скопје
27. Главче, М. Пресметуваме зборови, Нумерус, Скопје, 2016
28. Главче, М., Ангелкоска, В. Магични квадрати и магична коцка, Нумерус, 2013
29. Гаврилов, Ј.; Давидов, Л.: Делимост на числата, Народна просвета, София, 1977
30. Гроздев, С. Да побараме она што не се менува, Нумерус, Скопје
31. Гроздев, С. Подготовка за Европско кенгуру. СМБ, София, 2005
32. Гроздев, С. Три задачи на шаховска табла, Нумерус, Скопје
33. Гроздев, С., Аневска, К. Боиме броеви, Нумерус, Скопје, 2017
34. Гроздев, С., Малчески, А. Малку математика на шаховска табла I, Нумерус, 2016
35. Гроздев, С., Малчески, А. Малку математика на шаховска табла II, Нумерус, 2017
36. Група аутора 1000 задатака са математичких такмичења, ДМС, Београд, 2006
37. Група аутора: Припремни задаци за математичка такмичења, ДМС, Ниш, 1998
38. Дојчев, С. Дали е можно? Дали постои?, Нумерус, Скопје
39. Дојчев, С. Кој број е поголем?, Нумерус, Скопје
40. Дуденков, С.; Чаќарјан, К.: Задачи по теорија на числата, Регалия 6, София, 1999

41. Златилов, В.; Топова, Т.; Цветкова, И.; Пендалиева, В.: Математическа читанка (4 клас), Труд & прозорец, София, 2000
42. Зубелевич, Г. И.: *Сборник задач московских математических олимпиад*, Просвещение, Москва, 1967
43. Stojanović, V.: *Matematiskop 2*, Naučna knjiga, Beograd, 1985
44. Stojanović, V.; Zolić, A.: *Savezna takmičenja iz matematike (osnovne škole)*, DM Srbija, Beograd, 1991
45. Јанев, И. И броењето не е лесно, Нумерус, Скопје
46. Јанев, И. Пак броење, Нумерус, Скопје
47. Јанев, И., Мишевски, К.: *Десет години републички натпревари по математика (основни училишта)*, Нумерус, Скопје, 1985
48. Косев, К.: *Сборник от задачи по математика за изјавени ученици в 5 клас*, Модул, София, 1994
49. Лазаревић, Б.: *Припремни задаци за математичка такмичења за ученике IV разреда основне школе*, ДМС, Београд, 1990
50. Лесов, Х. Принцип на Дирихле, Нумерус, Скопје
51. Лукарески, М. Боиме и пребојуваме фигури, Нумерус, Скопје
52. Малчески, Р. Две задачи за правилен шестаголник, Нумерус, Скопје, 2015
53. Малчески, Р. Една задача повеќе начини на решавање, Сигма, Скопје, 2001
54. Малчески, Р. И ова е лесно – алгоритам за решавање задачи со претурање, Математика+, София, 2015
55. Малчески, Р. Идентитетот на Софија Жермен, Нумерус, Скопје, 2005
56. Малчески, Р. Историјата е добра учителка, Нумерус, Скопје, 2013
57. Малчески, Р. Кралот Артур и тркалезната маса, Нумерус, Скопје, 2012
58. Малчески, Р. Линеарна Диофантова равенка, Нумерус, Скопје, 2012
59. Малчески, Р. Математички игри 1, Нумерус, Скопје, 1994
60. Малчески, Р. Математички игри 2, Нумерус, Скопје, 1994
61. Малчески, Р. Математички игри 3, Нумерус, Скопје, 1994
62. Малчески, Р. Математички игри 4, Нумерус, Скопје, 1994
63. Малчески, Р. Метод на инваријанти 1, Нумерус, Скопје, 2005
64. Малчески, Р. Метод на инваријанти 2, Нумерус, Скопје, 2005
65. Малчески, Р. Неколку елементарни алгебарски методи за определување екстремни вредности, Сигма, Скопје, 2004
66. Малчески, Р. Покривање рамностран триаголник со рамностран триаголници, Математика+, София, 2015

67. Малчески, Р. Пресметуваме периметри и плоштини, Нумерус, Скопје, 2017
 68. Малчески, Р. Решавање задачи со Венови дијаграми, Нумерус, Скопје, 2003
 69. Малчески, Р. Стрелките на часовникот се движат, па што, Нумерус, Скопје, 1995
 70. Малчески, Р., Аневска, К.: Конгруенции во множеството на целите броеви I, Нумерус, Скопје, 2012
 71. Малчески, Р., Главче, М. Решаваме бројни ребуси, Нумерус, Скопје, 2017
 72. Малчески, Р., Малчески, А. Ајде да размислуваме правилно, Нумерус, Скопје, 2017
 73. Малчески, Р.: Елементарна алгебра, Просветно дело, Скопје, 2002
 74. Малчески, Р.: Линеарна Диофантова равенка, Нумерус, Скопје, 2012
 75. Младеновиќ, П. Правила на еднаков број, збир и производ, Нумерус, Скопје
 76. Младеновиќ, П. Правила на еднаков број, збир и производ, Нумерус, Скопје
 77. Муминагиќ, А., Карстенсен, Ј. Од страниците на забавната математика, Нумерус, Скопје
 78. Муминагиќ, А., Сведрец, Р. Кои броеви недостасуваат, Нумерус, Скопје
 79. Раковска, Д., Тонов, И. и др. Математически състезания 4-7 клас, Регалия 6, София, 1993
 80. Сивашински, И. Х.: *Задачи по математика за изванкласна работа*, Просвета, Москва, 1968
 81. Списание Нумерус, СММ, Скопје, 1975-2019
 82. Србиноска, Н. Повеќе начини на решавање на една задача, Нумерус, Скопје
 83. Тренчевски, К. За младите логичари, Нумерус, Скопје
 84. Тренчевски, К.; Малчески, Р.; Димовски, Д.: Занимлива математика, МММ, Скопје, 1994
 85. Христова, М.; Витанов, Т.; Миланова, Д.; Лозанов, Ч.: Клуб математика за всеки (5. клас), Анубис, София, 1998
 86. Цофман, Ј. Користење табели броеви за одредување на збирите на елементите на некои низи природни броеви, Нумерус, Скопје
- Шаркова, И. Последните цифри, Нумерус, Скопје