

**Ристо Малчески
Алекса Малчески
Самоил Малчески**

**БАЛКАНСКИ МАТЕМАТИЧКИ
ОЛИМПИАДИ 1984-2020**

Скопје, 2021

Рецензенти

Проф. д-р Павел Димовски

Проф. д-р Даниел Велинов

СОДРЖИНА

Предговор	5
1. БМО1984	7
2. БМО1985	11
3. БМО1986	15
4. БМО1987	19
5. БМО1988	23
6. БМО1989	27
7. БМО1990	31
8. БМО1991	34
9. БМО1992	38
10. БМО1993	43
11. БМО1994	46
12. БМО1995	51
13. БМО1996	55
14. БМО1997	58
15. БМО1998	61
16. ВМО1999	63
17. БМО2000	66
18. БМО2001	69
19. БМО2002	72
20. БМО2003	76
21. БМО2004	80
22. БМО2005	84
23. БМО2006	87
24. БМО2007	90
25. БМО2008	93
26. БМО2009	99
27. БМО2010	104
28. БМО2011	109
29. БМО2012	112
30. БМО2013	115
31. БМО2014	119

32. БМО2015	122
33. БМО2016	125
34. БМО2017	128
35. БМО2018	131
36. БМО2019	135
37. БМО2020	141
Литература	151

ПРЕДГОВОР

Ниту едно истражување на човекот не може да се нарече вистинска наука, ако истото не е поткрепено со математички доказ.

Проблематична е веродостојноста на тврдењата во науките, каде нема примена на ниту една математичка дисциплина, т.е. кои не се поврзани со математиката.

Леонардо да Винчи

Успехот на учениците на натпреварите по математика не е можен без решавање на соодветни задачи, меѓу кои се и задачите кои претходно биле задавани на престижните натпревари, како што е Балканската математичка олимпијада. Затоа, имајќи ја предвид долгогодишната наша работа со надарените ученици за математика, пристапиме кон издавање на книга која е пред вас и во која се содржани задачите и нивните решенија кои се задавани на Балканската математичка олимпијада од нејзиното основање во 1984 година, па се до 2020 година.

На балканските математички олимпијади, покрај балканските држави Босна и Херцеговина, Србија, Романија, Молдавија, Црна Гора, Албанија, Македонија, Бугарија, Грција, Турција и Кипар, последниве години по правило учествуваат и десетина земји кои имаат статус на гости на натпреварот, но учениците од овие земји имаат рамноправен третман како и учениците од балканските држави. Сето ова доволно говори за тежината на натпреварот, особено ако се земе предвид дека меѓу учесниците на балканијадите има неколку држави кои според работата со надарените ученици се наоѓаат во самиот светски врз.

Балканската математичка олимпијада, по правило секоја година се одржува во различна држава. Изборот на задачите кои се задават на Балканските математички олимпијади е според следните правила:

- земјите учеснички, освен домаќинот, испраќаат задачи до домаќинот на олимпијадата,
- домаќинот формира комисија, која од предлозите издвојува дваесетина задачи и истите ги групира во четири основни области, и тоа: алгебра, геометрија, комбинаторика и теорија на броеви,

- од избраните задачи Жирито на натпреварот, кое го сочинуваат водачите на екипите на земјите учеснички, заедно со претседателот на Жирито кој го определува државата домагин, врши избор на четири задачи, кои по правило се од четирите наведени области,
- за избраните задачи Жирито составува маркетинг шема според која се врши прегледувањето, односно бодирањето на решенијата на учениците, при што секоја задача се вреднува по 10 бодови.

Како што рековме во книгава се дадени решенијата на сите задачи задавани на балканијадите во разгледуваниот период. Притоа, за голем број задачи се дадени по два или повеќе начини на решавање на истите.

Стандардно, книгава содржи список на користената литература. За крај, и покрај вложениот напор, свесни сме дека се можни подобрувања на оваа книга, како и дека се присутни грешки, кои за жал не го одминуваат издавањето на било кој ракопис. Затоа однапред сме благодарни на секоја добронамерна критика и сугестија, која ќе допринесе да се подобри книгава.

Март 2021
Скопје

Авторите

ЛИТЕРАТУРА

1. Malčeski, A., Manova - Erakovic, V., Malčeski, R. et all: Mathematical Olympiads 2015, SMM, Skopje, 2015
2. Malčeski, A., Velinov, D., Malčeski, R. et all: Mathematical Olympiads 2017, SMM, Skopje, 2017
3. Malčeski, A., Velinov, D., Malčeski, R. et all: Mathematical Olympiads 2018, SMM, Skopje, 2018
4. Malčeski, A., Velinov, D., Malčeski, R., et all: Mathematical Olympiads 2016, SMM, Skopje, 2016
5. Malcheski, R., Grozdev, S., Anevska, K.: Geometry of complex numbers, Arhimed, Sofia, 2015
6. Velinov, D., Atanasova, S., Malcheski, A., Malcheski, R., Malcheski, S. et all: Mathematical Olympiads 2019, SMM, Skopje, 2019
7. Бойваленков, П., Колев, Е., Мушкаров, О., Николов, Н.: Балкански олимпиади по математика 1984-2006, УНИМАТ СМБ, София, 2007
8. Бойваленков, П., Колев, Е., Мушкаров, О., Николов, Н.: Български математически състезания 2009-2011, УНИМАТ СМБ, София, 2012
9. Бойваленков, П., Колев, Е., Мушкаров, О., Николов, Н.: Български математически състезания 2012-2015, УНИМАТ СМБ, София, 2015
10. Бойваленков, П., Колев, Е., Мушкаров, О.: Български математически състезания 2003-2005, УНИМАТ СМБ, София, 2005
11. Гроздев, С., Мушкаров, О., Давидов, О., Ранков, Н.: Балкански олимпиади по математика 1984-1993, Математика плус, Стара Загора, 1995
12. Ђукић, Д., Радовановић, М.: Математичке олимпијаде средњошколаца од 2012 до 2019 године, ДМ Србије, Београд, 2012
13. Кртинић, Ђ.: Математичке олимпијаде средњошколаца 2007-2011 године, ДМ Србије, Београд, 2012
14. Малчески, А., Малчески, Р. и др.: Натпревари по математика во средното образование во учебната 1998/99 година, СММ, Скопје, 2000
15. Малчески, Р., Димовски, Д., Малчески, А., Тренчевски, К.: Натпревари по математика '96, СММ, Скопје, 1997

16. Малчески, Р., Димовски, Д., Тренчевски, К.: Натпревари по математика '95, СММ, Скопје, 1996
17. Малчески, Р., Малчески, А.: Функции и функционални равенки (второ издание), Армаганка, Скопје, 2019
18. Малчески, Р.: Елементарни алгебарски и аналитички неравенства (второ издание), Армаганка, Скопје, 2019
19. Младеновиќ, П., Кргиниќ, Ђ.: Меѓународне и балканске математичке олимпијаде 1996-2006, ДМ Србије, Београд, 2007