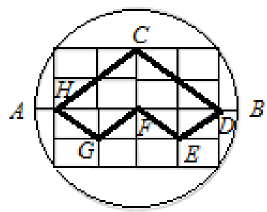
Ристо Малчески
Скопје

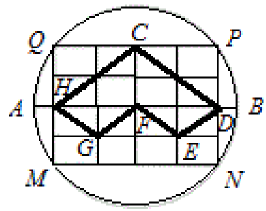
ПРЕСМЕТУВАМЕ ПЕРИМЕТРИ И ПЛОШТИНИ

Триаголникот, квадратот, правоаголникот и кружницата се геометриските фигури со кои најчесто се среќаваме во секојдневниот живот. За решавање на повеќето задачи поврзани со овие фигури се потребни поголеми теориски знаења, кои покасно ќе ги усвојувате. Меѓутоа, некои “тешки” задачи можат да се решат и елементарно. Во следните разгледувања ќе дадеме примери како тоа може да се направи.

1. На цртежот десно е дадена кружница со дијаметар $\overline{AB}=10cm$. Во кружницата е нацртан правоаголник кој е поделен на шестнаесет правоаголници со еднакви страни. Определи ја должината L на искршената линија $CDEFGH$.

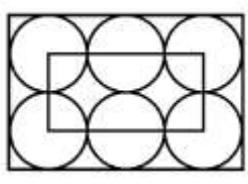


Решение. Дијаметарот на кружницата е еднаков на дијагоналата на правоаголникот $MNPQ$ што значи дека $\overline{MP}=10cm$. Должината d на дијагоналата на секој од шестнаесетте мали правоаголници е еднаква на четвртина од должината на дијагоналата на четириаголникот $MNPQ$, што значи дека $d=\frac{10}{4}=2,5cm$. Според тоа,



$$L=\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{HC}=2d+d+d+d+d+2d$$
$$=8d=8\cdot 2,5=20cm.$$

2. На цртежот десно се дадени шест кружници со еднакви радиуси. Кружници ги допираат страните на големиот правоаголник и се допираат меѓу себе. Темињата на малиот правоаголник се во центрите на четирите кружници. Ако периметарот на малиот правоаголник е $60cm$, определи го периметарот на големиот правоаголник.



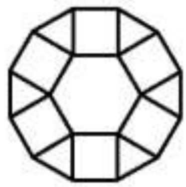
Решение. Нека r е радиусот на секоја од кружниците, a и b се должините на поголемата и помалата страна на малиот правоаголник, соодветно. Тогаш $a=4r$ и $b=2r$, па затоа периметарот на малиот правоаголник е

$$L=2(a+b)=2(4r+2r)=12r .$$

Значи, $12r=60$, т.е. $r=5cm$. Ако со c и d ги означиме должините на поголемата и помалата страна на големиот правоаголник, соодветно, тогаш $c=6r=6\cdot 5=30cm$ и $d=4r=2\cdot 5=20cm$, па затоа неговиот периметар е

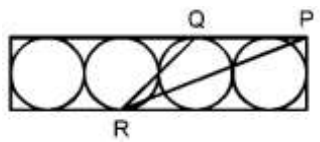
$$L_1=2(c+d)=2\cdot(30+20)=100cm .$$

3. На цртежот десно е прикажана геометриска фигура составена од шестаголник содолжина на страна $1cm$, шест квадрати и шест триаголници. Определи го периметарот на дадената фигура.



Решение. Од условот на задачата следува дека должината на страната на секој од квадратите е $a=1cm$. Според тоа, должините на две страни на секој од шесте триаголници е $a=1cm$. Ако со α го означиме аголот меѓу овие две страни, тогаш $\alpha=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$. Според тоа, секој од шесте триаголници е рамностран со страна $a=1cm$. Конечно, периметарот на дадената фигура е $L=6a+6a=12a=12\cdot 1=12cm$.

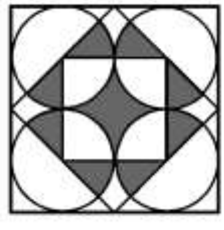
4. Четири кружници со радиус $r=6cm$ се впишани во правоаголник како на цртежот десно. Точката P е теме на правоаголникот, а точките Q и R се допирни точки на страните со кружниците. Определи ја плоштината на $\triangle PQR$.



Решение. Нека со h ја означиме висината на $\triangle PQR$ повлечена од темето R . Тогаш $h=2r=2\cdot 6=12cm$. Понатаму, за должината на страната PQ имаме $\overline{PQ}=3r=3\cdot 6=18cm$. Според тоа,

$$P_{\triangle PQR}=\frac{\overline{PQ}\cdot h}{2}=\frac{12\cdot 18}{2}=108cm^2 .$$

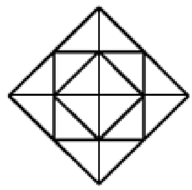
5. Колкав дел од површината на најголемиот квадрат даден на цртежот десно е обоена.



Решение. Да разгледаме еден од круговите. Со дијаметарот тој е поделен на два еднакви дела. Понатаму, ако со α и β ги означиме аглите на осенчените негови делови, тогаш $\alpha+\beta+90^\circ=180^\circ$, па затоа $\alpha+\beta=90^\circ$, што значи дека е обоена четвртина од кругот. Тоа, значи дека обоената површина на секој круг е еднаква на делот од кругот кој се наоѓа во најмалиот квадрат, па затоа можеме да сметаме дека малиот квадрат е целосно обоен. Ако со r го означиме радиусот на секој од круговите, тогаш должината на страната на малиот квадрат е еднаква на $2r$, а должината на страната на големиот квадрат е еднаква на $4r$. Според тоа, односнот на обоениот и необоениот дел на најголемиот квадрат е $\frac{2r\cdot 2r}{4r\cdot 4r}=\frac{1}{4}$, т.е. осенчена е $\frac{1}{4}$ од најголемиот квадрат.

6. На цртежот десно се дадени три квадрати. Страните на “средниот” квадрат ги поврзуваат средините на “големиот” квадрат, а страните на “малиот” квадрат ги поврзуваат средините на “средниот” квадрат. Плоштината на “малиот” квадрат е еднаква на $6cm^2$. Определи ја разликата меѓу плоштината на “големиот” квадрат и плоштината на “средниот” квадрат.

Решение. Да ги повлечеме дијагоналите на “големиот”. Тие го делат “средниот” квадрат на четири квадрати, чии дијагонали се страните на “малиот” квадрат. Но, дијагоналата го дели квадратот на два дела со еднакви плоштини. Оттука следува дека плоштината на “средниот” квадрат е двапати поголема од плоштината на “малиот” квадрат, што значи дека таа е еднаква на $2\cdot 6=12cm^2$. Понатаму, на потполно ист начин заклучуваме дека плоштината на “големиот” квадрат е двапати поголема од плоштината на “средниот” квадрат, Затоа разликата меѓу плоштината на “големиот” квадрат и плоштината на “средниот” квадрат е еднаква на $12cm^2$.



На крајот од ова наше дружење ви предлагаме самостојно да ја решите следнава задача.

7. Определи ја е плоштината на обоената површина на цртежот десно?

Упатство. Со верикална права подели го правоаголникот на два квадрати и спореди ги плоштините на обоените делови на едниот квадрат со необоените делови на другиот квадрат.