Воислав Петровиќ,
Нови Сад

НАТПРЕВАР ВО ПОВЕЌЕБОЈ

Почеток на нова учебна година, време кога секој од нас се одлучува во кои секции ќе учествува. Групата спортисти од моето одделение поведоа дискусија за учеството во одделните спортови на секој од нив, при што никој од нив не помислуваше за учество во математичката секција. Следејќи ја нивната дискусија учителот Горазд прокоментира: *Се е во ред, но на вашите спортови им е потребна математичка поддршка,* - после што следуваше бурна реакција, дека не е се во математиката. Но, тогаш во разговорот се вмеша нашиот шампион по математика Мирко, кој на своите другари им ја зададе следнава "спортска" задача:

Никола, Огнен и Павле се натпреварувале во повеќебој. Во секој дисциплина првиот добивал a, вториот b и третиот c бодови, каде a,b,c се природни броеви и $a > b > c > 0$. На крајот на натпреварот Никола имал 22, а Огнен и Павле имале по 9 бодови и во ниту една два натпреварувачи не биле исто ласирани. Во трката на $100m$ победил Огнен. Кој бил втор во скок во височина?

Моите соученици – спортисти се замислија и после кратко размислување констатираа дека задачата изгледа безнадежно, бидејќи податоците се штури, а притоа не е познат ниту бројот на дисциплините. Но, тоа е само на прв поглед, а еве и зошто ваквиот впечаток е погреше.

Нека n е непознатиот број на дисциплините. Бидејќи секоја дисциплина носи $a+b+c$ бодови, а натпреварувачите освоиле $22+9+9=40$ бодови добиваме

$$n(a+b+c)=40, \qquad (1)$$

што значи дека n е делител на 40, па затоа $n \in \{1,2,4,5,8,10,20,40\}$. Со m,o,p да ги означиме бодовите кои ги освоиле Никола, Огнен и Павле, т.е. $m=22, o=p=9$. Од условот $a>b>c>0$ следува $a \geq 3, b \geq 2, c \geq 1$, па затоа

$$a+b+c \geq 6. \qquad (2)$$

Понатаму, да забележиме дека $n>1$, бидејќи Огнен и Павле освоиле по 9 бодови. Понатаму, ако $n \geq 8$, тогаш од (1) следува $a+b+c \leq 5$, а тоа противречи на (2). Но, n е делител на 40, па затоа $n \in \{2,4,5\}$. Да ги разгледаме трите можности.

а) $n=2$. Од (1) следува дека $a+b+c=20$. Огнен победил на $100m$ и притоа добил a поени. Бидејќи имало две дисциплини добиваме дека $a<9$. Но, тогаш $m<2a<18$, бидејќи Никола на $100m$ не бил прв, што противречи на $m=22$. Според тоа, случајот $n=2$ отпаѓа.

б) $n=4$. Тогаш $a+b+c=10$ и од услвот $a>b>c>0$ следува $a\le 7$. Од друга страна, од $m=22$ следува $a\ge 6$, бидејќи во спротивно $m<4a\le 4\cdot 5=20$, што е противречност.

- $a=7$. Од $a+b+c=10$ и условот $a>b>c>0$ следува $b=2$ и $c=1$. Но, тогаш Огнен освоил најмалку $7+1+1+1=10$ бодови, што е противречност.
- $a=6$. Од $a+b+c=10$ и $a>b>c>0$ следува $b\le 3$. Но, тоа значи дека $m\le 3a+b\le 3\cdot 6+3=21<22$, што повторно е противречност.

в) $n=5$. Тогаш $a+b+c=8$. Од $a>b>c>0$ следува $a\le 5$. Ако $a\le 4$, тогаш $m<5a\le 5\cdot 4=20<22$, што е противречност. Според тоа, $a=5$ и тогаш $b=2, c=1$.

Според тоа, Огнен во трката на $100m$ освоил 5 бодови. Но, тој освоил вкупно 9 бодови, па затоа во секоја од преостанатите четири дисциплини освоил по 1 бод (трето место). Никола освоил 22 бода во 5 дисциплини. Бидејќи $a=5$, $b=2, c=1$, тоа е можно само ако победил во четири дисциплини и во една освоил второ место. Тоа е трката на $100m$ во која победил Огнен. Во останатите четири дисциплини Никола бил прв, Павле втор и Огнен трет. Според тоа, во скок во височина второто местои го освоил Павле.

Превземено од Математископ IX 2, 2006/07