

Драгољуб Милошевиќ

ОСНОВНИ СВОЈСТВА НА МАГИЧНИТЕ КВАДРАТИ ОД РЕД ЧЕТИРИ

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Познато е дека некои магични квадрати можат да имаат, освен својството кои ги дефинираат (збирот на елементите во секоја колона, секоја редица и секоја дијагонала е еден ист број S ; збир во магичниот квадрат) и одредени други својства. Овие својства се често многу интересни и затоа овде ќе покажеме некои од нив кои се однесуваат на магичен квадрат од ред четири.

Својство 1. Збирот на броевите кои се наоѓаат во централниот квадрат (со димензии 2×2 , види цртеж) во магичен квадрат од ред четири е еднаков на збирот S во тој магичен квадрат.

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Доказ. Според дадениот цртеж треба да докажеме дека

$$a_6 + a_7 + a_{10} + a_{11} = S .$$

Со s ќе го означиме збирот на броевите во централниот квадрат, т.е.

$$a_6 + a_7 + a_{10} + a_{11} = s .$$

Ако земеме предвид дека збирот на броевите во секоја негова дијагонала е S (според дефиницијата на магичен квадрат), имаме:

$$(a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16}) + (a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13}) = 2S$$

$$(a_6 + a_7 + a_{10} + a_{11}) + (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}) = 2S ,$$

односно

$$s = 2S - (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}) . \tag{1}$$

Понатаму, збирот на елементите во секоја колона од магичниот квадрат е S па според тоа

$$a_6 + a_{10} = S - (a_2 + a_{14})$$

и

$$a_7 + a_{11} = S - (a_3 + a_{15}),$$

од каде што добиваме

$$a_6 + a_7 + a_{10} + a_{11} = 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}),$$

т.е.

$$s = 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}) \quad (2)$$

Сега, од (1) и (2) добиваме

$$\begin{aligned} 2s &= 2S - (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}) + 2S - (a_2 + a_3 + a_{14} + a_{15}) \\ &= 4S - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - (a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16}) \\ &= 4S - S - S = 2S, \end{aligned}$$

а од равенството $2s = 2S$ добиваме $s = S$ што требаше да се докаже. ■

Својство 2. Збирот на броевите кои се наоѓаат во четирите квадратчињата од магичниот квадрат, кои ги содржат неговите темињата, е еднаков на збирот S на магичниот квадрат.

Доказ. Значи, треба да докажеме дека е исполнето равенството

$$a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16} = S.$$

Бидејќи е покажано дека $s = S$ (својство 1), од равенството (1) непосредно се добива

$$S = 2S - (a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16}),$$

т.е. исполнето е

$$a_1 + a_4 + a_{13} + a_{16} = S. \quad \blacksquare$$

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Својство 3. Ако магичниот квадрат со две негови симетрали се подели на четири помали квадрати, тогаш збирот во секој од нив е еднаков на збирот од броевите кои се наоѓаат во полињата на квадратот што е симетричен со него во однос на центарот на дадениот квадрат.

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Доказ. Треба да покажеме дека кај магичен квадрат од ред четири се исполнети следните равенства:

$$a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = a_{11} + a_{12} + a_{15} + a_{16}$$

$$a_3 + a_4 + a_7 + a_8 = a_9 + a_{10} + a_{13} + a_{14}.$$

Нека

$$a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = s_1,$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{15} + a_{16} = s_2,$$

$$a_3 + a_4 + a_7 + a_8 = s_3,$$

$$a_9 + a_{10} + a_{13} + a_{14} = s_4.$$

Збирот на броевите во првиот е вториот ред, односно во третата и четвртата колона е еднаков на $2S$, па според тоа

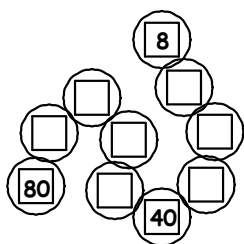
$$s_1 + s_2 = 2S \text{ и } s_2 + s_4 = 2S.$$

Со одземање на едното од овие равенства од другото, добиваме на пример $s_1 - s_4 = 0$, односно $s_1 = s_4$.

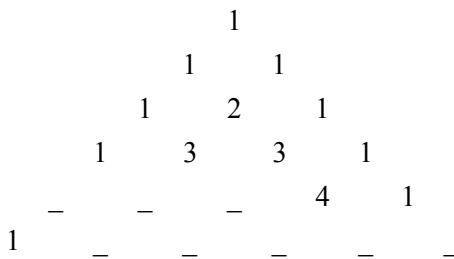
Ако земеме во предвид дека збирот на броевите во третата и четвртата колона, а исто така во третиот и четвртиот ред на магичниот квадрат е еднаков на $2S$, т.е. $s_2 + s_4 = 2S$ и $s_3 + s_4 = 2S$, од каде што добиваме $s_2 - s_3 = 0$, т.е. $s_2 = s_3$. ■

МОЗГАЛИЦИ 1

1. Еден стап има два краја. Колку краја имаат стап и половина?
2. Во сад од $1l$ има $6dl$ вода. Колку вода ќе има во садот, ако во него се дотурат уште $6dl$ вода?
3. За да се превезат 40 патници потребен е еден автобус со 55 места. За да се превезат 80 патници потребни се 2 автобуси со по 55 места. Колку автобуси се потребни за да се превезат 160 патници?
4. Никола има еднаков број на браќа и сестри, а секоја негова сестра има двапати помалку сестри од браќа. Колку се вкупно браќа и сестри?
5. Седум браќа имаат по една сестра. Колку деца има во тоа семејство?
6. Бројот 30 изрази го со помош на три еднакви броја.
7. а) Кои броеви недостасуваат во квадратчињата на цртеж 1?
б) Кои броеви треба да се запишат на цртчките на цртеж 2?



Цртеж 1



Цртеж 2