Второй турнир городов

1980-81 учебный год

В скобках после номера задачи или подпункта указано количество баллов, дававшихся за её правильное решение.

7-8 классы

Задача 1.(3)
Найти все целые решения уравнения $y^k=x^2+x$ (k - натуральное число, большее 1).
Фольклор

Задача 2.(7)
M - множество точек на плоскости. Точка O называется "почти центром симметрии" множества M, если из M можно выбросить одну точку такую, что для оставшегося множества O является центром симметрии в обычном смысле.
Сколько "почти центров симметрии" может иметь конечное множество на плоскости? Указать все такие числа.
В. Прасолов, Москва

Задача 3.(5)
ABCD - вписанный (в окружность) выпуклый четырёхугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны. O - центр описанной окружности.
Доказать, что ломаная AOC делит четырёхугольник на две части равной площади.
В. Варваркин

Задача 4.(8)
64 друга одновременно узнали 64 новости, причём каждый узнал одну новость. Они стали звонить друг другу и обмениваться новостями. Каждый разговор длится 1 час. Какое минимальное количество часов необходимо, чтобы все узнали все новости? (Во время одного разговора можно передать сколько угодно новостей.)
А. Анджанс, Рига

Задача 5.(16)
Игра происходит на бесконечной плоскости. Играют двое: один передвигает одну фишку-волка, другой - 50 фишек-овец. После хода волка ходит одна какая-нибудь из овец, затем, после следующего хода волка, опять какая-нибудь из овеци т.д. И волк, и овцы передвигаются за один ход в любую сторону не более, чем на один метр.
Верно ли, что при любой первоначальной позиции волк поймает хотя бы одну овцу?
Фольклор

1980-81 учебный год

В скобках после номера задачи или подпункта указано количество баллов, дававшихся за её правильное решение.

9-10 классы

Задача 1.(7)
Будем говорить, что две пирамиды соприкасаются гранями, если эти пирамиды не имеют общих внутренних точек и некоторая грань одной пирамиды пересекается с некоторой гранью другой пирамиды по многоугольнику.
Можно ли расположить 8 пирамид в пространстве так, чтобы каждые две соприкасались гранями?
А. Анджанс, Рига

Задача 2.(10)
Игра происходит на бесконечной плоскости. Играют двое: один передвигает одну фишку-волка, другой - K фишек-овец. После хода волка ходит какая-нибудь из овец, затем, после следующего хода волка, опять какая-нибудь из овец и т. д. И волк, и овцы передвигаются за один ход в любую сторону не более, чем на один метр. Верно ли, что для любого числа овец, участвующих в игре, существует такая первоначальная позиция, что волк не поймает ни одной овцы?
Фольклор

Задача 3.(5)
Доказать, что любое действительное положительное число можно представить в виде суммы девяти чисел, десятичная запись (каждого из) которых состоит из цифр 0 и 7.
Э. Туркевич

Задача 4.
K друзей одновременно узнали K новостей, причём каждый узнал одну новость. Они стали звонить друг другу и обмениваться новостями. Каждый разговор длится 1 час. За один разговор можно передать сколько угодно новостей.
Какое минимальное количество часов необходимо, чтобы все узнали все новости? Рассмотрите в этой задаче три пункта:
а)(5) N=64,
б)(7) N=55,
в)(12) N=100.
А. Анджанс, Рига

Задача 5.
На бесконечной клетчатой бумаге отмечено шесть клеток (см. рисунок). На некоторых клетках стоят фишки. Положение фишек разрешается преобразовывать по следующему правилу: если клетки соседняя сверху и соседняя справа от данной фишки обе свободны, то в эти клетки ставится по фишке, а старая фишка убирается. Ставится цель за некоторое количество таких операций освободить все шесть отмеченных клеток. Можно ли достигнуть этой цели, если
а)(8) в исходной позиции имеются всего 6 фишек, и они стоят на отмеченных клетках;
б)(8) в исходной позиции имеется всего одна фишка, и она стоит в левой нижней отмеченной клетке.

```
  |   |   |   |   |   |
_   _   _   _   _   _   _
  |   |   |   |   |   |
_   _   _   _   _   _   _
  | o |   |   |   |   |
_   _   _   _   _   _   _
  | o | o |   |   |   |
_   _   _   _   _   _   _
  | o | o | o |   |   |
_   _   _   _   _   _   _
  |   |   |   |   |   |
```
М. Концевич, Москва