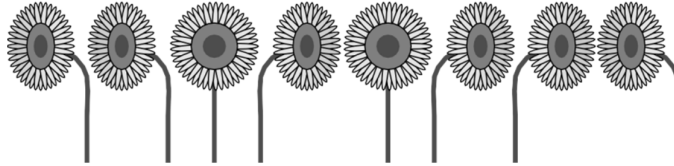


Прва мала македонска математичка олимпијада 2022
Скопје, 18.06.2022, Машински факултет-Скопје
III одделение

1. Колку сончогледи се поставени на ист начин како и еден од неговите соседи?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решение.// Не е тешко да се виде дека првиот и вториот го исполнуваат условот од задачата, а исто така и шестиот и седмиот сончоглед го исполнуваат условот од задачата. Значи, нивниот број е 4 и точен е одговорот под (C).

2. На цртежот е прикаан календарот за еден месец во годината. Но при тоа, мастилото кое се истурило ги прикрило поголем дел од него, кој не може да се види. Кој ден бил 25-ти тој месец?

| По | В | Ср | Ч | Пе | Са | Н |
|----|----|----|---|----|----|---|
| | | 1 | 2 | 3 | | 5 |
| 6 | 7 | | | | | |
| 13 | 14 | | | | | |

- (A) Понеделник (B) Среда (C) Петок (D) Сабота (E) Недела

Решение.// Одма да забележиме дека деновите 3,13,20,27 се во понеделник, 7,14,21,28 се во вторник; деновите 1,8,15,22,29 се во среда; деновите 3,10,17,24,31 се во четврток; деновите 4,11,18,25 се во петок.

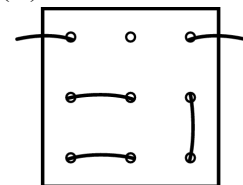
Значи денот 25 е во САБОТА. Точен е одговорот под (D).

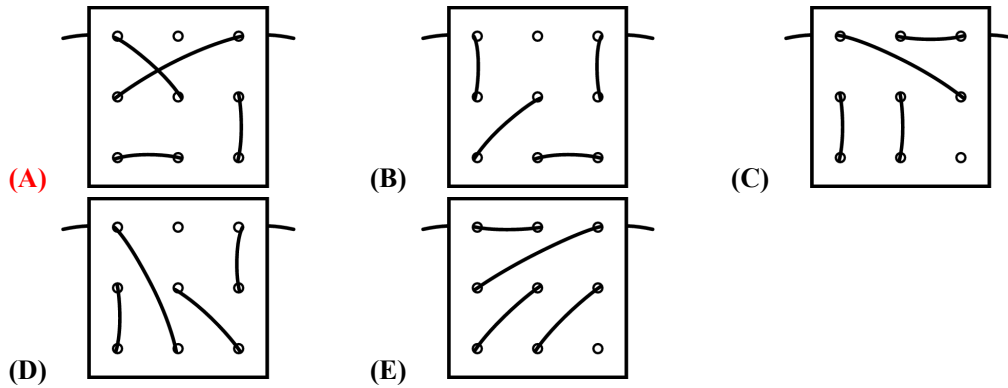
3. Во мосто училиште има шест врати од шест различни училници. На секоја врата има запишано точно еден од броевите од 1 до 6. Марко ја напуштил училницата со број 3. Лево од него биле прво училницата со број 1, а потоа училницата со број 2. Десно од него биле прво училницата со број 5, потоа училницата со број 4 и на крајот училницата со број 6. Бисера ја напуштила училницата со број 6. Во кој редослед Бисера ги поминува останатите училници според броевите запишани на нивните врати?

- (A) 4, 5, 1, 2, 3 (B) 4, 5, 3, 2, 1 (C) 5, 4, 3, 1, 2
(D) 4, 5, 3, 1, 2 (E) 5, 4, 1, 2, 3

Решение.// Јасно е дека до училницата со реден број 3 се училниците со броеви 1 и 5. До училницата со реден број 5, од другата страна е училницата со реден број 4, а до училницата со реден број 1 од другата страна е училницата со реден број 2. Според тоа, редоследно од лево кон десно се училниците со броеви 4,5,3,1,2. Значи, точен е одговорот под (D).

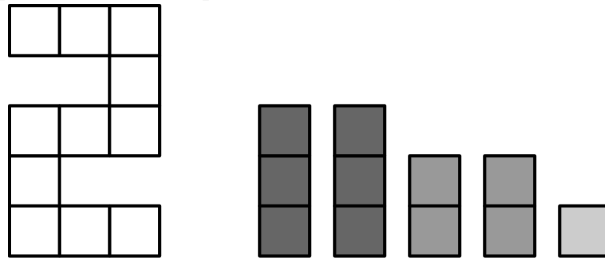
4. Низ некои од дупките направени на една штица протнат е конец (види цртеж). Како изгледа штицата од другата страна?





Решение.//Не е тешко да се провери дека точен е одговорот под (A)

5. Колку има различни можности да цифрата 2 (најлево на дадениот цртеж) целосно да се покрие со петте помали фигури кои се десно од неа (малите фигури не се преклопуват и секоја од нив секоја нив покрива онолку квадратчиња од колку што е составена)?



(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 8 (E) 10

Решение.//Не е тешко да се види дека тоа може да се направи на 10 различни начини. При тоа плочките составени од три квадратчиња може да се поставуваат вертикално и хоризонтално.

При тоа ги имаме следните можности:

а)Ако ги поставуваме хоризонтално. Имаме три можности.

Најгорната редица во која имаме три полиња и во средната редица со три полиња.

Најгорната редица во која имаме три полиња и во најдоланата редица со три полиња

Втората редица(средната редица со три полиња) и најдолната редица со три полиња.

Во овие ситуации лесно се проверува дека имаме по едно разместување во првиот и третиот случај и три можности во третото разместување.

б)Ако поставуваме една хоризонтално а друга вертикално имаме две можности.

Десни три полиња вертикално и последна редица хоризонтално со три квадрати

Лево три полиња вертикално и една најгорна редица хоризонтално со три квадрати.

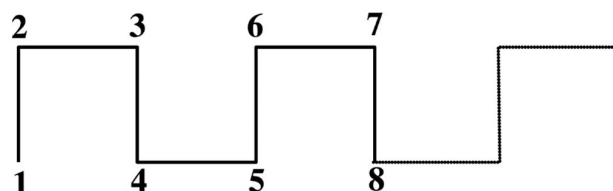
Во секој од овие случаи имаме по две можности за да ги распоредиме останатите фигури со две е и едно квадратче.

в) Две вертикално поставен фигури со по три квадратчиња.

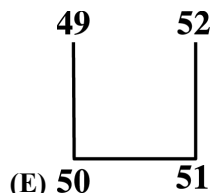
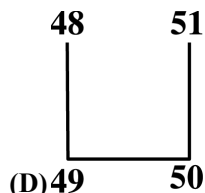
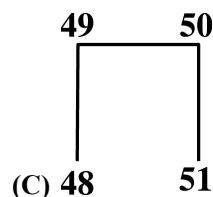
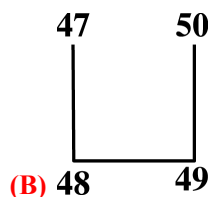
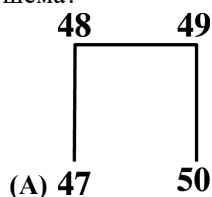
Во оваа ситуација имаме само една можност за дополнително распоредување на останатите плочки со по две и едно квадратче.

Значи, вкупно имаме 10 можности и точен е одговорот под (E).

6. На шемата десно се запишани броевите од 1 до 100 редоследно, при што број е запишан на почетокот на шемата, во секој агол од шемата и на крајот од шемата. На цртежот е даден почетокот на шемата со



некои од запишаните броеви. Кое од пар-чињата прикажани на долните цртежи е дел од оваа шема?



Решение.//Ако ги избереме квадратите со четири темиња, кои се свртени надолу, тогаш во ској од нив се бројки од облик $4k-1, 4k, 4k+1, 4k+2$. Според тоа, овој услов го задоволува само третиот квадрат, т.е. точен е одговорот под (B).

7. Гордан во градината на цветовите видел бубамари со 4 и со 7 точки. Колку најмалку бубамари со 7 точки може да има ако Гордан изброил вкупно 90 точки?

Одговор.//Најмалиот можен број бубамари е 2.

Решение.//Ако е еден бумбар, тогаш $90-7=83$ се точки кои се од бумбари со 4 точки. Но тоа не е можно, бидејќи 83 не е делив со 4. Ако има два такви бумбари, тогаш $90-14=76$ точки од бумбари со 4 точки. Тоа е можно, бидејќи $76:4=19$. Значи имало најмалку 2 бумбари со 7 црни точки.

8. Квадрат е поделен на 9 еднакви квадрати. Во секој од нив е впишан било кој од броевите 1, 2 и 3. Дали може во секоја редица, секоја колона и секоја дијагонала збирите да се различни?

Решение.// Вкупниот број на збирови кои може да се појават во збир на три квадратчиња кои се наведени во текстот на задачата е од најмалиот $1+1+1=3$ до најголемиот $3+3+3=9$. Исто така секој друг збир е можен: $1+1+2=4, 1+1+3=5, 1+2+3=6, 1+3+3=7, 2+3+3=8$. Вкупниот број на броеви кои мораме да ги запишеме е $3+3+2=8$ броја. Но ние имаме $9-2=7$ броја, кои се различни меѓу себе, а треба да ги запишеме во 8 полиња. Значи еден ист број мора да е запишан два пати. Според тоа, точни одговор е НЕ МОЖЕ.

Точни одговори

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---------|
| C | D | D | A | E | B | 2 | Не може |