

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Винни-Пух с пятью горшочками мёда весит 25 кг, а с тремя горшочками мёда – 19 кг. Сколько весит Винни-Пух? (А. Солянин)

Ответ. 10 килограмм.

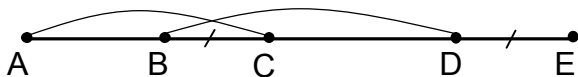
Решение. Поскольку все горшочки весят одинаково, то два горшочка весят $25 - 19 = 6$ кг. Значит, один горшочек весит 3 кг, а три – 9 кг. Поэтому Винни весит $19 - 9 = 10$ кг.

2. В числе 201220122012 вычеркните три цифры так, чтобы получилось как можно меньшее девятизначное число. (Фольклор)

Ответ. 120122012.

Решение. Поскольку число не может начинаться с нуля, то наименьшая цифра, с которой должно начинаться искомое число, это 1. Значит, необходимо зачеркнуть первые две цифры «20». Следующие цифры нужно сделать как можно меньше. Очевидно, что следует зачеркнуть еще 2.

3. На прямой отмечены точки А, В, С, D, E (именно в таком порядке). Известно, что $AC = 29$ см, $BD = 51$ см, $BC = DE$. Чему равно расстояние от А до E? (А. Солянин)



Ответ. 80 см.

Решение. Посмотрим на рисунок. Поскольку $BC = DE$, то $BD = BC + CD = DE + CD = CE$. Тогда $AE = AC + CE = AC + BD = 51 + 29 = 80$.

4. У Виталика все страницы в книжке пронумерованы. Обложка с несколькими первыми страницами оторвалась. Начальная страница имеет номер 7, а последняя – 26. Сколько листов теперь в книге? (Е. Иванова)

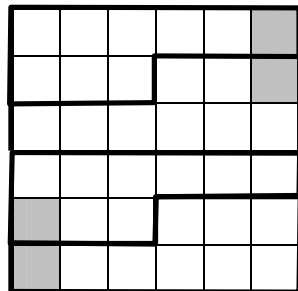
Ответ. 10.

Решение. У каждого листа две страницы. Поэтому на каждый лист тратится по два числа. От 7 до 26 всего 20 чисел. Значит, страниц 20, а листов 10.

5. Разрежьте по линиям сетки клетчатую доску 6×6 на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой части была ровно одна закрашенная клетка.

(Н. Михайловский)

Ответ. См. рисунок. Возможны и другие способы.

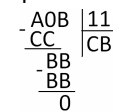


6. Маша умножила число само на себя и получила четырёхзначное число. Так случилось, что цифры сотен и тысяч в полученном числе равны. Также равны цифры единиц и десятков. Какое число умножала Маша? (Н. Михайловский)

Ответ. 88.

Решение. Полученное произведение будет иметь вид \overline{AABB} . Это значит, что оно делится на 11. Но тогда и исходное число должно было делиться на 11. Поэтому нужно проверить числа 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. Число 110 и больше проверять уже не нужно, поскольку результат будет пятизначным и больше. Аналогично не нужно рассматривать числа 11 и 22, так как для них произведения трехзначны. Далее можно проверить оставшиеся числа путем возведения в квадрат.

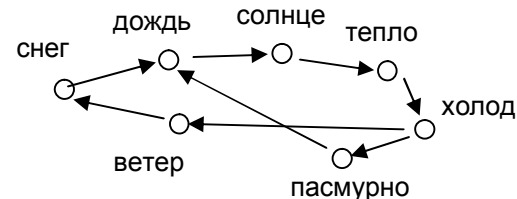
* Для школьников, знакомых с делимостью, можно предложить более короткое решение. $AABB = 11 \times A0B$, причем второй множитель также делится на 11. Это значит, что, продолжая деление столбиком, получим (см. рис), где $B + C = 10$. Но \overline{CB} – это квадрат однозначного числа (3, 4, 5, 6, 7, 8 или 9). Выпишем квадраты: 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81. Только два последних удовлетворяют условию. Проверкой убеждаемся, что это 64.



7. В большой книге предсказаний Глеба Лобы написано:

- 1) Если сегодня дождь, то завтра будет солнце.
- 2) Если сегодня снег, то завтра дождь.
- 3) Если сегодня холод, то завтра будет ветер.
- 4) Если сегодня солнце, то завтра будет тепло.
- 5) Если сегодня тепло, то завтра будет холодно.
- 6) Если сегодня холодно, то завтра будет пасмурно.
- 7) Если сегодня ветер, то завтра будет снег.
- 8) Если сегодня пасмурно, то завтра будет дождь.

Оказалось, что в январе все предсказания сбылись. 1 января были ветер и солнце. Какая погода была 5 января? (Е. Иванова)



Ответ. Тепло, снег и дождь.

Решение. Нарисуем картинку, как меняется погода. Стрелками будет обозначать предсказания на завтра. Поскольку с 1 по 5 января прошло 4 ночи, то должны были сбыться предсказания для 4 дней. То есть мы должны на нашей картинке пройти путь из 4 стрелок. От солнца до холода два «перехода», а дальше по два перехода от холода до снега и от холода до дождя. Аналогично от ветра до тепла 4 «перехода».

8. В комнате сидели 4 жителя Острова рыцарей и лжецов. Их спросили: «Сколько среди вас рыцарей?» Было получено 4 разных ответа. Сколько рыцарей могло быть в комнате? Перечислите все варианты. (Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) (И. Сидоров)

Ответ. 1 или 0.

Решение. Заметим, что все рыцари должны дать одинаковый ответ. Поэтому, если ответы разные, то не может быть больше одного рыцаря. Оба варианта могут быть: ответы 1,2,3,4 – один рыцарь, ответы 2,3,4,5 – 0.

9. Дед Мороз купил семена волшебных кедров и пихт. Кедр вырастает в 1,5 раза выше пихт, но растут 9 часов. Пихты растут 2 часа. Семена кедров он посадил в 12, а пихт – в 2 часа дня. В какой момент времени деревья были одинаковой высоты? (Т.Петрова)

Ответ. В 3 часа дня.

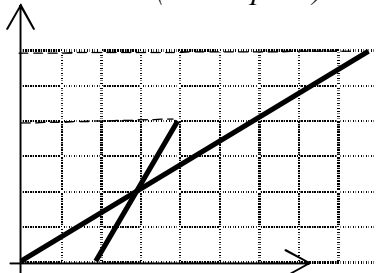
Решение. Будем считать, что кедр вырастает высотой 9 условных метров, а пихта – 6. Тогда за каждый час кедр вырастает на метр, а пихта – на 3. очевидно, что через час после посадки пихты, ее высота будет три метра. Но и кедр к этому времени также растет уже три часа и вырастает также на 3 метра. В «условном метре» может быть любое количество реальных метров. Главное, что сохраняется пропорциональность увеличения роста.

Заметим, что также можно было воспользоваться графиками. На рисунке более пологая линия – график роста кедра, а более крутая – пихты. Вместо 9 и 6 метров можно было взять любые числа, относящиеся как 3:2.

10. В городе девять районов. Длина границы каждого из них – 40 км. Районы отделены друг от друга дорогами, общая протяженность которых составляет 130 км. Кроме того, снаружи город опоясывает кольцевая дорога. Какова её длина? (А.Солынин)

Ответ. 100 км.

Решение. Если мы сложим длины всех границ районов и длину кольцевой дороги, то каждую дорогу мы сосчитаем дважды (для границ районов – когда считали один район, потом другой, а для кольцевой – второй раз как границу района). Тогда $9 \times 40 = 130 \times 2 + K$. Отсюда длина кольцевой $K = 360 - 260$.



Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. На доске написано число 2012. За один ход можно увеличить или уменьшить число на доске на произведение любых двух его цифр. Можно ли такими операциями получить из числа 2012 число 2011? (Г.Жуков)

Ответ. Да, можно.

Например 2012–2008–1992–2001–2003–2009–2027–2013–2011.

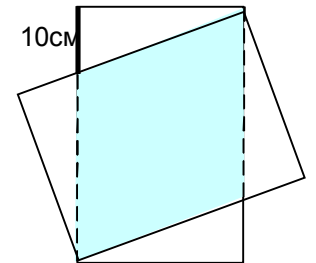
2. На острове рыцарей и лжецов по маршруту из трех остановок ходит автобус. Три местных жителя – пассажиры автобуса – заспорили, какая сейчас остановка. Первый: «Сейчас А. Следующая Б». Второй: «Нет, Б уже была. Сейчас С». Третий. «Да сейчас С. Но Б только еще будет». Какая сейчас остановка?

(По мотивам Омских олимпиад)

Ответ. Б

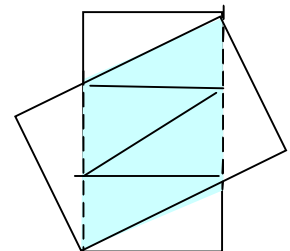
Решение. Поскольку второй и третий говорят одно и тоже про С, но противоречат друг другу во втором утверждении, то они оба лжецы и остановка не С. Но если третий лжет, что Б еще только будет, то это значит, что следующей Б быть не может и, следовательно, первый тоже лжет. Поэтому сейчас не А. Так как остановки всего три, то это Б.

3. Два прямоугольных листа бумаги совместили, как показано на рисунке. Оказалось, что длина выделенного жирным отрезка равна 10 см. Сравните что больше – площадь «двойной» части (закрашенной на рисунке) или «одинарной» (из четырех кусочков), если длина листа бумаги 30 см. (Е.Иванова)



Ответ: Одинаково.

Решение. Заметим, что если мы проведем через точки пересечения сторон линии, параллельные стороне прямоугольника (пусть нижнего), то нижний прямоугольник разобьется на три равных. Разбив средний прямоугольник диагональю на два равных, мы получим, что закрашенная часть состоит из четырех одинаковых треугольников. Но из точно таких же четырех треугольников состоит «одинарная» не закрашенная часть на рисунке.



4. Дети встали в круг. Оказалось, что у пятерых оба соседа – мальчики, ещё у двоих соседи разного пола, у остальных же оба соседа – девочки. Сколько было мальчиков среди детей?
(А. Сольнин)

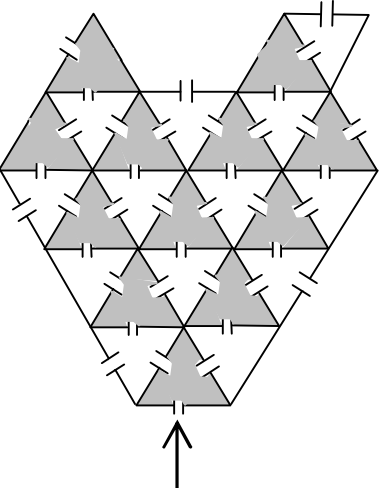
Ответ. 6.

Решение. Сосчитаем соседей-мальчиков. У пятерых по два соседа, и по одному еще у двоих. Всего $10+2=12$. Заметим, что таким образом мы сосчитали каждого мальчика дважды (для левого соседа и для правого). Следовательно, мальчиков в два раза меньше.

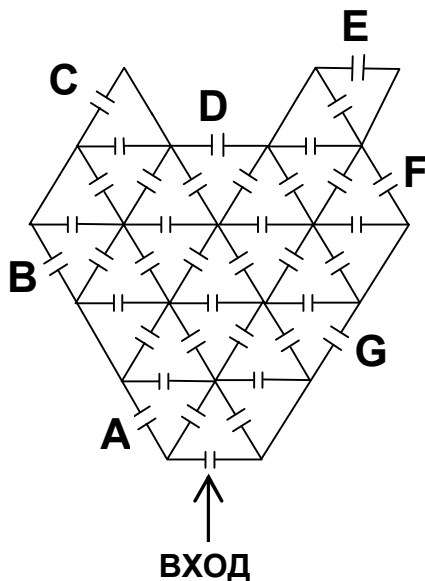
5. Принцесса вошла в замок через главные ворота, а вышла через одни из шести запасных (они отмечены на плане буквами А, В, С, D, E, F, G). Принцесса прогулялась по 15 комнатам, не побывав ни в одной дважды. Через какие ворота могла выйти принцесса? Укажите все варианты. (И. Сидоров)

Ответ: С или F.

Решение. Раскрасим все комнаты в «шахматном» порядке, как показано на рисунке.



Тогда заметим, что принцесса могла путешествовать лишь, меняя цвет комнаты. Поскольку она побывала в 15 комнатах, то она 14 раз «сменила цвет» комнаты. Так как первая комната была серой, то после 14 «смен» принцесса должна оказаться снова в серой комнате. Значит, выйти она могла только из выходов С или F. Проверкой убеждаемся, что для каждого варианта есть путь из 15 неповторяющихся комнат.



Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется с 30 апреля по 10 мая.

Летняя школа – с 3 по 24 августа под г.Владимир на базе ДОЛ «Лесной Городок» – для школьников 4–8 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы вы можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы *после 8 февраля* на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет *25 марта* в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.